

## Confronti per differenze e per rapporti

**Ciò che non si può misurare non si può gestire**

La valutazione di una proprietà in una generica entità si realizza con un confronto quantitativo per differenza o per rapporto su quella proprietà.

Il primo tipo di confronto avviene quando si esaminano scarti di prezzo.

Il costo di A è €99, quello di B è €88 con una differenza di €11.  
Allo stesso modo si confrontano gli scarti tra i voti: Molto d' accordo=6, In disaccordo=3 con un divario di 3 voti.

Il confronto per rapporto è possibile solo se le comparazioni avvengono tra proprietà, oggetti, etc. che hanno la stessa natura e sono misurate nella stessa unità di misura.

Una scheda telefonica costa la metà di un'altra, test richiede un tempo doppio di preparazione rispetto ad un altro.

Entrambi i meccanismi sono validi e ricorrono altrettanto spesso.

## Rapporti statistici

Alcuni concetti sono così generali che non si trovano spunti sufficienti per fissare una loro definizione operativa.

Il dislivello semantico tra i concetti e le operazioni concrete di misura è troppo ampio per essere coperto in un solo passaggio (R. Curatolo)

In questo ciclo di lezioni approfondiremo una delle tecniche più semplici -i rapporti statistici- messe a punto per costruire variabili in grado di esprimere sia variazioni qualitative che quantitative.

Essa è basata sull'idea di ragguagliare le modalità di una variabile a quelle di un'altra (o di altre) di modo che i rapporti formino un correlato reale, statisticamente gestibile.

## Una antica disputa

Galilei fu chiamato a giudizio di una contesa insorta a Firenze sul valore di una stima di un cavallo, e precisamente:

Dato un cavallo del valore di cento scudi uno lo stima dieci e un altro 1000, si domanda chi dei due stimatori commette maggior stravaganza.

Galilei aveva immediatamente risposto che entrambi commettevano pari stravaganza, inquantoché uno stimava dieci volte di più ed uno dieci volte di meno e quindi sbagliavano egualmente.

Ma della questione veniva investito anche il Nozzolini che rispondeva in modo diverso, facendo rilevare che l'errore era da valutarsi non in base a proporzioni geometriche ma, bensì in base a quelle aritmetiche e perciò commetteva maggior errore chi più si scostava dal valore vero e quindi colui che stimava mille.



## Confronto di informazioni

Le informazioni analizzate singolarmente non sono sempre significative. Occorre trasformarle ed associarle per ricavarne il contenuto informativo

La trasformazione più importante e frequente è il rapporto (quoziente, saggio, etc.)

$$R_i = \frac{Y_i}{X_i} \quad X_i \neq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

La divisione crea una relazione binaria tra due numeri e può avere due scopi



**DIVIDERE**

Quanta parte del numeratore è attribuibile ad ogni singola parte del denominatore

*REDDITO PRO-CAPITE*



**COMPARARE**

Confronto tra due situazioni diverse

*EFFICIENZA = BENEFICIO/COSTO*

## Esempi (pro rata parte)

### La percentuale

1) Che percentuale di 70 è 13? Si imposta la proporzione: 13 sta a 70 come "x" sta a 100 il che implica la divisione di 13 per 70 e la moltiplicazione per 100:

$$x = \frac{13}{70} * 100 = 18.57$$

in cui, il segno "=", indica equivalenza sostanziale perché sono state troncate le cifre dopo la seconda posizione decimale.



2) Qual'è il 32% di 127? Anche qui c'è una proporzione: 32 sta a 100 come "x" sta a 127 che si risolve moltiplicando 127 per 32 e dividendo per 100:

$$x = \frac{32}{100} * 127 = 0.32 * 127 = 40.64$$

## Attenzione!

La percentuale di donne iscritte all' università è diversa dalla percentuale di donne fra tutti gli iscritti all' università.

La irreversibilità di concetto nello scambio tra parti e tutto è sottile:

Se un X% di chi è A è anche B, allora è anche vero che un X% di chi è B è anche A.



Questo è un errore logico: occorre distinguere tra chi è il tutto e chi è la parte:

**E' sicuro che se una parte delle donne è iscritta all' università, allora una parte degli iscritti all' università sono donne, ma non tutte le donne sono iscritte all' università come pure non tutti gli iscritti all' università sono donne**

## Significato generale

E' importante abituarsi a leggere i rapporti statistici (ed i loro reciproci)

Ogni ettaro di superficie vitata produce "mediamente" 50 q.li di uva

$$\frac{\text{Produzione di uva}}{\text{Superficie vitata}} = 50$$



$$\frac{\text{Superficie vitata}}{\text{Produzione di uva}} = 0.02$$

Per produrre un q.le di uva è necessario destinare a vite 0.02 ettari di superficie agraria

## Infinity!

Pinotto (35 anni) vuole sposare una ragazza di 5 anni. Gianni, esterrefatto esclama: Ma se hai 7 volte la sue età. Sì, ma fra 5 anni lei ne avrà 10 ed io 40 cosicché avrò solo 4 volte la sua età e quando ne avrò 60 lei ne avrà 30 ed avrò solo il doppio dei suoi anni. Mi basta essere paziente e arriverà il momento in cui avremo la stessa età e potremo sposarci.

Ha veramente ragione?

$$\begin{cases} f(x) = 35 + x \\ g(x) = 5 + x \end{cases}$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \frac{35 + x}{5 + x} \right] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow \infty} [35 + x - 5 - x] = 30$$

Il rapporto si avvicina sempre di più all'unità, ma la loro differenza rimane invariata. Numeratore e denominatore si avvicinano sempre di più, ma non si potrà mai ridurre il divario di 30 anni.





## La standardizzazione/3

Il secondo punto è riferito alla conversione tra una base numerica ed un'altra.

Se si sono verificati 4 casi di enfisema polmonare su un totale di 250 operaie fumatrici, l'incidenza sarà:

$$\frac{4}{250} = \frac{0.016}{1} = \frac{16}{1'000}$$



cioè 16 ammalate ogni mille operaie fumatrici.

Il presupposto è che il tasso malattia sia lo stesso fra 250 e 1000 operaie e questo non è affatto certo: gli stabilimenti più grandi hanno forse maggiori controlli.

D'altra parte non è neanche detto che esista uno stabilimento che abbia 1000 operaie fumatrici (e meno male).

## Applicazione demografica

Confronto della popolazione di due diverse città rispetto al tasso di mortalità.

Età	Città A		Città B	
	Popolazione	Morti	Popolazione	Morti
20 - 29	45000	90	30000	45
30 - 39	40000	120	30000	105
40 - 49	35000	140	40000	180
50 - 59	30000	150	50000	225
Totale	150000	500	150000	555

Tasso grezzo di mortalità

$$A: \frac{500}{150000} \times 1000 = 3.33; \quad B: \frac{555}{150000} \times 1000 = 3.70$$

Il risultato che vede prevalere la città "B" è influenzato dalla diversa distribuzione delle due popolazioni per classi di età.

in demografia e in epidemiologia il confronto avviene "a parità di popolazione" cioè eliminando le diversità di età, sesso, etnia che possono viziare il confronto.

## Errore di generalizzazione

L'Antitrust proseguirà fino al termine del 2011 l'indagine su Auditel.

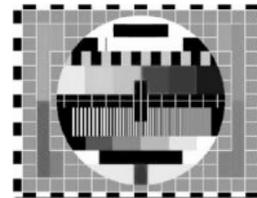
La società per il rilievo degli ascolti televisivi è stata accusata da Sky Italia di comportamenti restrittivi alla concorrenza.



Sky ha evidenziato che

*"il campione su cui sono effettuate le rilevazioni non rappresenterebbe i comportamenti di ascolto di circa 5 milioni di individui stranieri residenti in Italia" e non tiene conto di chi non possiede una tv. Ciò comporterebbe "una evidente distorsione dei risultati sul piano qualitativo e quantitativo".*

Una share del 7% rilevata da Auditel non si applica a 40 milioni di spettatori, ma a 35 milioni



$$7\% \text{ di } 40M = 2'800'000 \text{ spettatori}$$

$$7\% \text{ di } 35M = 2'450'000 \text{ spettatori}$$

## Esempio

Età	Popolazione Ipotetica	Città A		Città B	
		Tasso specifico	Morti attese	Tasso specifico	Morti attese
20 - 29	75000	$(90/45000) \times 1000 = 2$	$2 \times 75 = 150$	$(45/30000) \times 1000 = 1.5$	112.5
30 - 39	70000	$(120/40000) \times 1000 = 3$	$3 \times 70 = 210$	$(105/30000) \times 1000 = 3.5$	245.0
40 - 49	75000	$(140/35000) \times 1000 = 4$	$4 \times 75 = 300$	$(180/40000) \times 1000 = 4.5$	337.5
50 - 59	80000	$(150/30000) \times 1000 = 5$	$5 \times 80 = 400$	$(225/50000) \times 1000 = 4.5$	360.0
Totale	300000		1060		1055

La popolazione ipotetica si ottiene aggregando le due popolazioni per classi di età

$$\text{Tassi standardizzati di mortalità: } A: \frac{1060}{300000} \times 1000 = 3.53; \quad B: \frac{1055}{300000} \times 1000 = 3.52$$

I tassi grezzi erano diversi (3.33 e 3.73); i tassi standardizzati sono simili.

La presenza di una più numerosa classe a rischio nella città "B" ha portato ad un corretto innalzamento del tasso di questa città

# Caratteristiche dei rapporti statistici

Le proprietà dei rapporti sono evidenti, ma vale la pena ricordarle:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) R_i = 1 \text{ se e solo se } Y_i = X_i \\ 2) R_i < 1 \text{ se e solo se } Y_i < X_i \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 3) R_i > 1 \text{ se e solo se } Y_i > X_i \\ 4) R_i = \frac{aY_i}{aX_i} \text{ per ogni } a \neq 0 \end{array} \right.$$

Particolare rilevanza ha l'ultima perché consente di non preoccuparsi dell'ordine di grandezza delle variabili.

Disoccupazione per sesso e per ripartizione geografica.

E' subito evidente quale sia la combinazione più diffusa: 27.66% cioè donna e meridionale (e disoccupata).

Ripartizioni	Maschi		Femmine		Totale	
	Unità	%	Unità	%	Unità	%
Nord	324	4.91	433	9.94	756	6.90
Centro	180	6.62	235	13.94	415	9.42
Sud	793	16.46	647	27.66	1439	20.10
Italia	1297	9.17	1314	15.68	2611	11.59

# Venezia a caccia del Pil rettificato

Il Pil «non coglie le trasformazioni né i processi di qualificazione di un'economia che ha il suo punto di forza nell'innovazione, nei servizi avanzati e cerca l'equilibrio tra sviluppo e sostenibilità ambientale», ammonisce Federico Tessari, presidente di Unioncamere Veneto, che con la Camera di Venezia e l'Università Ca' Foscari lavora a questo tema dall'autunno scorso. Ieri è stato presentato lo stato dell'arte, insieme ad Amartya Sen, il Nobel indiano da tempo consulente anche di Sarkozy, impegnato sullo stesso tema.

Discussa ieri con il Nobel Amartya Sen la ricerca di Unioncamere e Ca' Foscari sui nuovi indicatori

Il progetto veneto è in uno stadio avanzato: la selezione di 30 indicatori, in otto settori tematici: benessere materiale, salute, istruzione, attività personali e lavoro, partecipazione politica, relazioni sociali, ambiente e insicurezza. Epperò emerge un merito del Pil: c'è quasi sempre correlazione positiva tra ricchezza e capitale sociale, con qualche eccezione nell'area salute (dove l'incidenza dei tumori è anch'essa correlata al Pil più eleva-

to): livelli di assistenza, speranza di vita, manifestazioni di solidarietà come la donazione del sangue. Tra i nuovi indicatori ambientali, il rischio sismico e idrogeologico, la raccolta differenziata e il verde urbano (anche qui il Pil attuale si "comporta bene"); tra quelli sociali, l'istruzione, le tonnellate di Co2 prodotte, i minorenni denunciati, spia di un malessere che può annidarsi ovunque ci sia squilibrio, a prescindere dal Pil.

# Utilità dei rapporti

Le informazioni date dai rapporti statistici sono grezze ed il loro uso è giustificato solo in occasioni particolari o in mancanza di informazioni dirette.

Spesso si impiega una "batteria" di rapporti per spiegare certi fenomeni.



- ◆ Analisi di Bilancio
- ◆ Rischio-Paese
- ◆ Impatto ambientale
- ◆ Indicatori sociali

La semplicità non deve però ingannare: con essi si possono saggiare, magari superficialmente, fenomeni complessi e non abordabili per altre vie.

# Diffusione dei R.S./1

La grande diffusione dei rapporti statistici dipende da varie ragioni:

- 1) Il dato su di un rapporto è spesso più accessibile come tale che non attraverso i dati che lo compongono:

Nelle analisi cliniche è difficile stabilire quando costa l'errore di classificare un A come B:  $E(A|B)$  oppure un B come un A:  $E(B|A)$ . E' più semplice stabilire il loro rapporto:  $E(A|B)/E(B|A)$



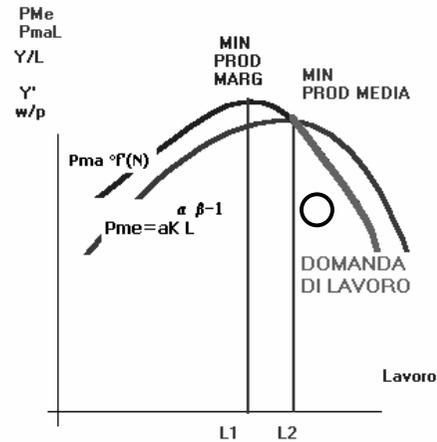
Ad esempio 1:5 senza parlare di soldi

## Diffusione dei R.S./2

In certi studi economici il rapporto fra due dati è adoperato come stima di valori marginali o non direttamente misurabili.

Fino al livello di lavoro  $L_1$  entrambe le curve crescono; nel tratto  $L_1-L_2$  la produttività media cresce e la curva della produttività marginale decresce fino al punto di intersezione che è  $L_2$ .

Dopo  $L_2$  entrambe le curve decrescono. In  $L_2$  c'è il massimo del livello di produttività media; il punto di incontro tra  $Pme$  e  $Pma$  rappresenta il massimo del livello di produzione dell'impresa (o di ottimo)



$$PMe = \frac{Y}{L} \cong \frac{\Delta Y}{\Delta L} = PmaL$$

## Diffusione dei R.S./3

Se il numeratore ed il denominatore sono viziati da uno stesso errore proporzionale, il loro rapporto non ne risente.

Siano  $X_1$  ed  $X_2$  i dati veri che si intendeva rilevare e siano invece  $Y_1$  ed  $Y_2$  quelli rilevati con un errore proporzionale comune ad entrambi i dati.

$$Y_1 = X_1 + aX_1 = (1+a)X_1; \quad Y_2 = X_2 + aX_2 = (1+a)X_2$$

il rapporto  $\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{(1+a)X_1}{(1+a)X_2}$  è uguale al rapporto  $\frac{X_1}{X_2}$

Il rapporto tra i due dati contaminati è identico a quello ottenuto con i due dati puri

Ecco un esempio di due serie di misurazioni: il rapporto molto vicino all'unità indica che l'errore dell'una rispetto all'altra è proporzionale

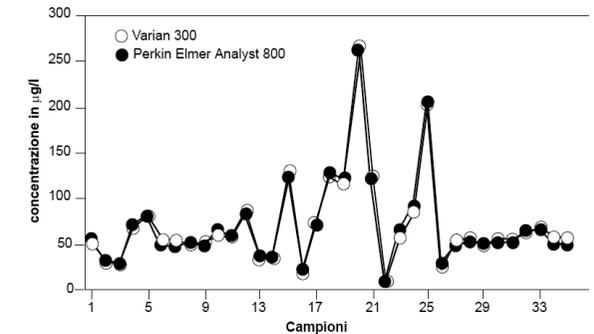


Figura 8. Confronto Varian 300/Perkin Elmer Analyst 800

## Limiti: paradosso di Simpson

L'istituto federale di statistica degli Stati Uniti riportava un persistente aumento del tasso di criminalità. Studi più attenti dimostrano il contrario.

**Il tasso di criminalità è diminuito sia nelle zone rurali che in quelle urbane, ma nel complesso è aumentato.**

	Anno_1			Anno_2			
	Residenti	Delitti	Del./Res.	Residenti	Delitti	Del./Res.	
Zone rurali	800000	32000	40	Zone rurali	100000	3000	30
Zone urbane	200000	24000	120	Zone urbane	900000	63000	70
Totale	1000000	56000	56	Totale	1000000	66000	66

Il fenomeno di inurbamento ha portato a calcolare su di un numero più elevato il tasso maggiore.

Il Paradosso di Simpson si verifica se una popolazione risulta dalla aggregazione di due sottopopolazioni molto sbilanciate rispetto al fattore da analizzare.

## Prudenza nell'uso

Il contenuto pragmatico è fondato su una connotazione di serietà e solennità che bisogna contestare prima di fidarsene del tutto.

*“Le spese per l'abitazione non devono superare un terzo delle entrate mensili”*

Quante volte il livello “ottimo” del rapporto è corrisposto ad una situazione realmente soddisfacente?

Quante volte è stato smentito?



In fondo i rapporti indicano non implicano. Sono una definizione operativa del fenomeno, non la sua spiegazione.

## Sistemi elettorali - Formule di calcolo

Metodo d' Hondt	1	2	3	4	5	Assegnazione			Ordinamento dei quozienti					
						Seggi 8	Seggi 4	Seggi 12						
Lista A	171000	171000	85500	57000	42750	34200	4	2	5	1	3	6	8	11
Lista B	132000	132000	66000	44000	33000	26400	3	1	3	2	5	7		
Lista C	84000	84000	42000	28000	21000	16800	1	1	3	4	9	12		
Lista D	36000	36000	18000	12000	9000	7200	0	0	1	10				
		423000												

Metodo Saint Laguë/Webster	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Assegnazione				
Lista A	171000	122142.9	57000.0	34200.0	24428.6	15545.5											
Lista B	132000	94285.7	44000.0	26400.0	18857.1	12000.0											
Lista C	84000	60000.0	28000.0	16800.0	12000.0	7636.4											
Lista D	36000	25714.3	12000.0	7200.0	5142.9	3272.7											

Metodo Hare	423.000/8= 52.875 (Ratio su 8 seggi)	Su 4 Seggi (423000/4=105.75)			Su 12 Seggi (423000/12=35250)											
	Voti/Ratio	Seggi	Resti	Seggi R.	Seggi T.	Quoz.	Seggi	Resti	Seggi R.	Seggi T.	Quoz.	Seggi	Resti	Seggi R.	Seggi T.	
Lista A	171000	3.234	3	12375	0	3	1.617	1	65250	1	2	4.851	4	30000	1	5
Lista B	132000	2.496	2	26250	0	2	1.248	1	26250	0	1	3.745	3	26250	1	4
Lista C	84000	1.589	1	31125	1	2	0.794	0	84000	1	1	2.383	2	13500	0	2
Lista D	36000	0.681	0	36000	1	1	0.340	0	36000	0	0	1.021	1	750	0	1

Osservazioni:  
a) in collegi poco ampi gli effetti maggioritari prendono il sopravvento, a prescindere dalla regola di computo dei seggi  
b) la Regola d'Hondt tende a produrre effetti maggioritari sensibilmente superiori alla Regola di Saint Laguë  
c) fra Hare, Saint Laguë e d'Hondt l'incremento dell'ampiezza del collegio ha comunque per effetto l'estendersi degli effetti proporzionali

I rapporti statistici hanno un ruolo importante in molte occasioni. Occorre conoscerli per poter decidere quali usare e come usarli.

**DITE DI SÌ** Un'università australiana propone una formula per scoprire se si è pronti alle nozze

## Quando è bene sposarsi? Lo dice la matematica

**G**LI ESPERTI dell'Università del New South Wales (Australia) hanno messo a punto una formula per capire quale sia, per ciascuno, l'età giusta per sposarsi. Prende spunto da un'altra formula, impiegata in campo medico per determinare l'attimo in cui agire in modo da massimizzare i benefici e minimizzare i co-

sti di un'operazione. Come funziona? Provate a sottrarre dall'età limite entro la quale pensate di poter fare il passo (per esempio 39 anni) l'età in cui avete iniziato a pensare alle nozze (20) e moltiplicate la cifra ottenuta per

0,368 (numero generato da un'equazione che tiene conto di molti fattori). Al risultato (nell'esempio, 6,992) va aggiunta l'età minima cui si pensava di sposarsi (20), ed ecco gli anni (27) a partire dai quali sposarsi è un passo da prendere serenamente in considerazione.

(c. n.)



## Classificazione dei rapporti statistici

### Rapporti che si semplificano

producono un concetto analogo a quello espresso da uno dei termini

- Rapporti di composizione
- Rapporti di densità
- Rapporti di coesistenza
- Rapporti di causa-effetto

### Rapporti che si risolvono

rendono un concetto nuovo rispetto a quello espresso dai componenti

- Rapporti di durata
- Rapporti di rotazione

### Variazioni relative

- Capitalizzazione semplice
- Capitalizzazione composta
- Capitalizzazione istantanea
- Numeri indici



## Rapporti di composizione

Con questi rapporti si confronta una parte al tutto al fine di misurare la importanza relativa di una componente rispetto alla totalità del fenomeno.



ESEMPI:

Frequenze o intensità relative

$$\text{rapporto di mascolinità: } \frac{M}{(M+F)}$$

Titoli obblig. e Azionari  
Attività correnti

Indici antropometrici. Ad es. :  $\frac{\text{lunghezza avambraccio}}{\text{lunghezza braccio}}$

In pratica, i termini di una serie (frequenze o intensità) sono divisi per il loro totale producendo valori più facili da interpretare ed investigare.

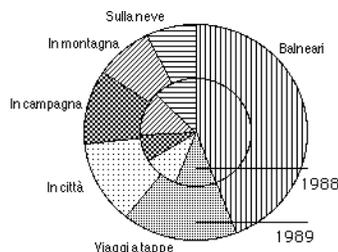
## Esempio

I rapporti di composizione corrispondono alla ripartizione di un cerchio in cui i settori siano proporzionali alle intensità associate alle varie unità.

Esempio.

Vacanze e soggiorni all'estero per il biennio 88-89. Milioni di viaggi.

Destinazioni	1988	1989
Balneari	43	48
Viaggi a tappe	11	18
In città	10	14
In campagna	8	12
In montagna	13	9
Sulla Neve	12	8
Totale	97	109

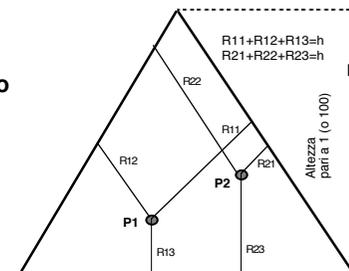


Le balneari aumentano in assoluto (+5), ma diminuiscono in percentuale: dal 44.3% al 44.0%

## Grafico ternario

Se i dati di ogni unità sono tre frazioni sommandi ad uno si può usare un grafico molto interessante

In un triangolo equilatero la somma delle distanze dai lati di un punto "P" interno al triangolo è costante ed è pari all'altezza del triangolo stesso



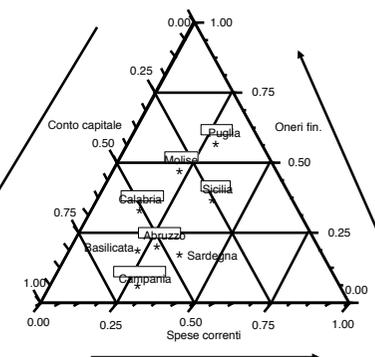
Esempio:

Distribuzione delle spese previste dalle Regioni del Mezzogiorno per voci economiche (1993).

Regione	Spese correnti	In conto capitale	Oneri finanziari
Abruzzo	30.2	51.9	17.9
Molise	24	31.2	44.8
Campania	31	64.9	4.1
Puglia	30.8	14.6	54.6
Basilicata	25.1	58.5	16.4
Calabria	18.5	50.8	30.7
Sicili	40.1	25.4	34.5
Sardegna	39.3	45.9	14.8

Le linee sono parallele all'asse e convergono verso l'angolo opposto

Si tracciano solo due linee. La terza è in automatico



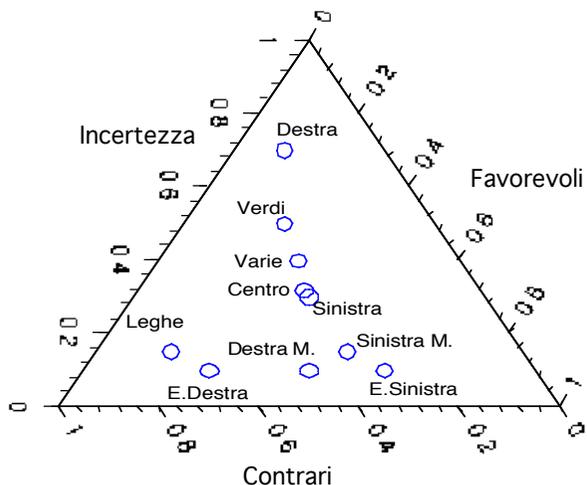
Il grafico evidenzia la posizione della Campania e della Puglia che presentano una composizione molto sbilanciata.

## Esempio

I voti in parlamento delle varie coalizioni è stato classificato in tre categorie mutualmente esclusive

Coalizioni	Fav.	Cont.	Inc.
E.Destra	25	65	10
Destra	10	20	70
Destra M.	35	35	30
Centro	28	32	40
Sinistra M.	45	45	10
Sinistra	50	35	15
E.Sinistra	60	30	10
Verdi	20	30	50
Leghe	15	70	15
Varie	33	35	32

La collocazione dei vari partiti rispetto agli altri è ben chiarita dal grafico ternario.



## Rapporti di densità

Con questi rapporti si ragguagliano le ripetizioni di un certo fenomeno con l'ordine di grandezza con cui il fenomeno stesso si manifesta.

Le quantità al numeratore e al denominatore sono grandezze eterogenee.

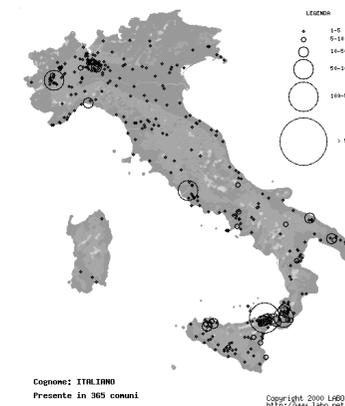
grado di affollamento:  $\frac{\text{popolazione residente}}{\text{vani occupati}}$

ESEMPIO:

Frazionamento:  $\frac{\text{Entità Dep. a Resp. + CIC}}{\text{Numero di Dep. a Resp. + CIC}}$

Il significato è:

se tutte le unità al denominatore avessero lo stesso valore rispetto al numeratore, il rapporto di densità è quello che toccherebbe a ciascuna di esse.



# Uso dei rapporti di densità

1) I rapporti di densità si adoperano se mancano informazioni esplicite oppure non si ha disponibilità completa di dati sul (specialmente per dati aggregati)



## ESEMPI

- Produttività del lavoro;
- Intensità del capitale;

2) I rapporti di densità permettono anche di creare grandezze fittizie da usare per il confronto di caratteristiche altrimenti non comparabili.

## ESEMPI

- Superficie al pubblico/addetti
- Km di rete stradale/km<sup>2</sup> di Superf.



# Rapporti di diffusione

Sono reciproci dei rapporti di densità ed indicano su quante unità di spazio si diffonde mediamente ciascuna unità di misura dell'intensità del carattere al denominatore



*Dati per comuni in provincia di Pistoia.*

*Le graduatorie secondo i due indicatori risultano diverse Perché valorizzano aspetti diversi dei dati coinvolti*

	Impianti	Sup.Com. Ha	Sup.Verde Ha	Abitanti	R.Den:ma/ab	R.Diff:ab/mq	Pos.Den	Pos.Diff
AGLIANA	30	1164	11.03	15152	7.280	0.137	12	6
BUGGIANO	11	1612	4.11	8341	4.927	0.203	2	8
CHIESINA-UZZANESE	12	724	3.13	4060	7.709	0.130	14	4
LAMPORECCHIO	34	2217	7.59	7022	10.809	0.093	15	9
LARCIANO	8	2492	4.26	5986	7.117	0.141	11	3
MASSA_E_COZZILE	70	1601	25.21	7387	34.128	0.029	10	1
MONSUMMANO_T.	13	3277	12	20095	5.972	0.167	13	5
MONTEALE	60	3202	21.17	10331	20.492	0.049	7	7
MONTECATINI_T.	338	1766	22.02	20627	10.675	0.094	5	13
PESCIA	22	7914	10.8	18570	5.816	0.172	1	10
PIEVE_A_NIEVOLE	10	1271	5	9271	5.393	0.185	3	11
PONTE_BUGGIANESE	37	2974	3.17	7981	3.972	0.252	9	15
QUARRATA	45	4600	13.64	23439	5.819	0.172	4	14
SERRAVALLE\	34	4211	5.41	10640	5.085	0.197	8	2
UZZANO	11	782	2.5	4851	5.154	0.194	6	12

# Indicatori

I rapporti di densità sono alla base di molti indicatori sociali e benessereali

Nacquero per misurare *HARD* la "qualità della vita" (*SOFT*)

## ESEMPI

- Numero medio di componenti per famiglia
- Medici ogni 1000 abitanti
- Posti letto negli istituti di cura ogni 100 mila abita



Per ognuno dovrebbe essere stabilita una soglia critica minima e massima al di là delle quali intervenire

*Hanno da sempre vita difficile per la necessaria e pericolosa vicinanza alle decisioni politiche*

# Rapporti di coesistenza

Si ottengono ponendo a confronto le intensità o le frequenze di uno stesso fenomeno in occasioni diverse e fra loro antitetiche

Esempi:

$$\text{Copertura estero} = \frac{\text{Importazioni}}{\text{Esportazioni}}$$

$$\text{Copertura di bilancio} = \frac{\text{Entrate}}{\text{Uscite}}$$

$$\text{Liquidità corrente} = \frac{\text{Attività correnti}}{\text{Passività correnti}}$$

$$\text{Destinazione del reddito} = \frac{\text{Consumo}}{\text{Risparmio}}$$

L'idea di questi rapporti è quella di evidenziare uno squilibrio o uno sbilanciamento in uno dei fenomeni coesistenti.

Se il rapporto è maggiore di uno (o di altro valore di equilibrio) si configura uno scompensamento a favore del numeratore.

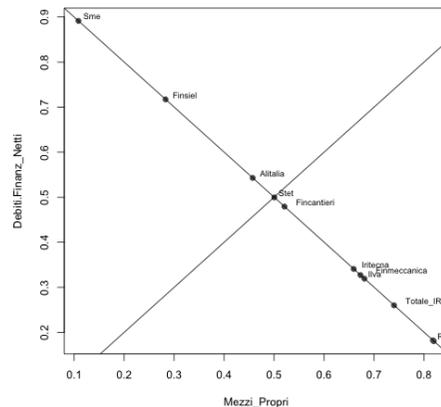
*L'uso dei rapporti di coesistenza è particolarmente significativo quanto i fenomeni a rapporto sono fra di loro complementari.*

## Rappresentazione grafica

In tabella sono riportati alcuni dati di bilancio consolidato 1991 delle aziende del gruppo IRI. Rappresentiamo graficamente il rapporto Deb.Fin.Netti/Mezzi Propri.

Gruppi principali	Debiti finanz. netti	Mezzi Propri	X2	X1
Stet	19506	19470	0.50	0.50
Ilva	6338	2973	0.68	0.32
Finmeccanica	4862	2364	0.67	0.33
Intecna	8819	4557	0.66	0.34
Alitalia	1167	1386	0.46	0.54
Sme	166	1363	0.11	0.89
Rai	1648	363	0.82	0.18
Fincantieri	764	703	0.52	0.48
Finmare	1818	405	0.82	0.18
Finsiel	99	251	0.28	0.72
Totale IRI	63330	22248	0.74	0.26

$$X_1 = \frac{\text{Mezzi propri}}{\text{Totale}}; X_2 = \frac{\text{Debiti finanziari netti}}{\text{Totale}}$$



$X_1$  = Mezzi propri/Totale

$X_2$  = Debiti finanziari netti/Totale

La bisettrice rappresenta i valori di equilibrio (se tale è l'unità per il caso in esame)

I valori al di sopra sono casi di sbilanciamento a favore del numeratore e quelli sotto di sbilanciamenti a favore del denominatore.

La SME è quella in migliore condizione. La più Incagliata risulta la FINMARE

## Rapporti di destinazione

E' il reciproco del rapporto di derivazione ed indica quante unità di misura dell'intensità del carattere posto al numeratore è mediamente destinata ad ogni unità di misura dell'intensità del carattere indicato al denominatore.

PROSPETTO 6. POPOLAZIONE RESIDENTE PER VIAGGI E PER RIPARTIZIONE GEOGRAFICA  
Anni 2010 e 2011, composizioni percentuali

RIPARTIZIONE	POPOLAZIONE RESIDENTE (valore medio dei 4 trimestri)	PERSONE CHE HANNO VIAGGIATO (per 100 residenti. Valore medio dei 4 trimestri)	VIAGGI MEDI PRO-CAPITE (a)	VIAGGI			
				Provenienza	Destinazione		
<b>2010</b>							
Nord	45,6	31,3	1,9	53,3	45,9		
Centro	19,7	30,4	2,0	23,9	23,3		
Mezzogiorno	34,7	19,5	1,1	22,8	30,8		
<b>ITALIA</b>	<b>100,0</b>	<b>27,0</b>	<b>1,7</b>	<b>100,0</b>	<b>100,0</b>		
<b>2011</b>							
Nord	45,8	28,7	1,6	54,4	46,7	1,9	52,6
Centro	19,7	26,5	1,6	23,2	25,9	2,0	50,0
Mezzogiorno	34,5	15,3	0,9	22,4	27,4	1,1	90,9
<b>ITALIA</b>	<b>100,0</b>	<b>23,6</b>	<b>1,4</b>	<b>100,0</b>	<b>100,0</b>	<b>1,7</b>	<b>58,8</b>
						1,6	62,5
						1,6	62,5
						0,9	111,1
						1,4	71,4

(a) Il numero di viaggi medi pro-capite è calcolato rapportando il numero dei viaggi effettuati nell'anno alla popolazione residente (valore medio dei 4 trimestri), comprensiva sia di persone che hanno viaggiato che di persone che non hanno viaggiato.

Dati 2011 provisionari.

Quante persone si debbono intervistare -mediamente- perché se ne trovi una che ha viaggiato.

## Rapporti causa-effetto (o derivazione)

Mettono in relazione il valore di una variabile con quello di un'altra che è una premessa della prima.

$$\frac{\text{Valore produzione}}{\text{Ricavi netti}}$$

è adoperato per valutare la capacità di un'azienda di mantenere un rapporto equilibrato e profittevole tra costi e ricavi.

Di norma, il valore dell'indice è superiore all'unità dato che non tutta la produzione viene venduta (una parte finisce nelle scorte) ed una parte della produzione non è destinata alla vendita.

Tuttavia, un valore costantemente sopra l'unità è un segnale di inefficienza.

ALTRI ESEMPI

$$\text{Turn over: } \frac{\text{Ricavi netti di esercizio}}{\text{Attivo netto}};$$

$$\text{Sofferenza: } \frac{\text{Fidi non rientrati}}{\text{Fidi concessi}};$$

## Quozienti generici e specifici

Una stessa variabile può fare da premessa a più fenomeni.

Se ciò che è posto al numeratore è solo genericamente riferibile al denominatore si parla di quozienti **GENERICI**, se invece c'è un legame esplicito si hanno i quozienti **SPECIFICI**.



$$\text{Produttività ateneo: } \frac{\text{Laureati al tempo "t"}}{\text{Immatricolati al tempo "t-5"}} \quad \text{specifico}$$

$$\text{Produttività ateneo: } \frac{\text{Laureati al tempo "t"}}{\text{Iscritti totali al tempo "t"}} \quad \text{generico}$$

Il primo indice è **SPECIFICO** in quanto il vero presupposto dei laureati non è la iscrizione (quoziente **GENERICO** o **GREZZO**) che include anche coloro che alla laurea non arrivano.

Il confronto corretto si realizza con gli immatricolati nell'anno di inizio dei corsi di laurea (triennali + 1 anno di F.C.)

# Esempio

Interrogazioni e di risposte presentate complessivamente nella decima legislatura



Sede	Interrogazioni	Risposte
Camera-Risposta scritta-Aula	31750	14710
Camera-Risposta scritta-Comm.	3517	1203
Senato-Risposta scritta-Aula	7806	3816
Senato-Risposta scritta-Comm.	1275	182
Camera-Risposta orale-Aula	3547	1194
Senato-Risposta orale-Aula	511	383
<b>TOTALE</b>	<b>48406</b>	<b>21488</b>

- a) Calcolare il rapporto di Causa/Effetto Risposte/Interrogazioni;  
 b) Individuare la situazione di maggiore sensibilità del governo.

Sede	Interrog.	Risposte	Risposte/interr.
Camera-Risposta scritta-Aula	31750	14710	46.33%
Camera-Risposta scritta-Comm.	3517	1203	34.21%
Senato-Risposta scritta-Aula	7806	3816	48.89%
Senato-Risposta scritta-Comm.	1275	182	14.27%
Camera-Risposta orale-Aula	3547	1194	33.66%
Senato-Risposta orale-Aula	511	383	74.95%
	48406	21488	44.39%

Minore disponibilità

Maggiore disponibilità

Le risposte scritte sono più richieste di quelle orali. Perché?

## Ancora sui rapporti flusso/stock

Un fenomeno stazionario è simile ad una sala o una piazza con un numero fisso di posti  $Co$  già tutti occupati: perché si entri qualcuno è necessario che un altro esca.

$$E = \text{entrate}; \quad U = \text{uscite}$$

Supponiamo che in un dato periodo si abbiano

La stazionarietà implica che  $U = E = Nu = \text{unità rinnovate}$



Ecco due classi di rapporti molto interessanti:

$$R = \frac{Nu}{Co}$$

**Rotazione:**

La frequenza o la rotazione con cui il posto è stato occupato

$$D = \frac{1}{R} = \frac{Co}{Nu}$$

**Durata**

Intervallo di tempo medio fra due successive sostituzioni di unità sul medesimo posto ovvero il tempo medio di permanenza su ciascun posto

# Rapporti flusso/stock

Molte variabili utili ed interessanti si ottengono dai rapporti

$$Durata = \frac{\text{Variabile stock}}{\text{Variabile flusso}}; \quad Rotazione = \frac{\text{Variabile flusso}}{\text{Variabile stock}}$$

dove, in una data unità di tempo (minuti, ora, giorno, mese, etc.):

**VARIABILE STOCK**= consistenza, in numero o in quantità, di un fenomeno in un dato istante;

**VARIABILE FLUSSO**= ammontare o numero di quella parte del fenomeno che è interessata da movimenti in entrata o in uscita

Alla base di questi rapporti c'è il presupposto che il fenomeno su cui si rilevano sia **STAZIONARIO**.

## Rapporto di durata/1

Coinvolge la parte **RINNOVO** (flusso) e la parte **CONSISTENZA MEDIA** (stock)

La parte che si rinnova "Nu" è stimata dalla semisomma tra entrate e uscite

$$\text{Stima del rinnovo: } Nu = \frac{E + U}{2}$$

La consistenza media "Co" è stimata dalla semisomma tra la iniziale e quella finale

$$Co = \frac{C_i + C_f}{2}$$

**Stima della consistenza media:**

$$\text{RAPPORTO DI DURATA: } D = \frac{Co}{Nu} = \frac{\frac{C_i + C_f}{2}}{\frac{E + U}{2}} = \frac{C_i + C_f}{E + U}$$

Questa classe di rapporti serve a misurare il tempo di permanenza media di una singola unità nonché il tempo di esaurimento del fenomeno dall'interruzione delle entrate



## I rapporti di durata/2

$$\text{durata media della vita} = \frac{2 \cdot \text{Popolazione media}}{(\text{Nascite} + \text{Morti})}$$

$$\text{degenza media} = \frac{(\text{Pazienti 1/1} + \text{Pazienti 31/12})}{(\text{Dimessi} + \text{Accettati})}$$

$$\text{giacenza media} = \frac{(\text{Riman. iniz} + \text{Riman. fin})}{(2 \cdot \text{Vendita media})}$$

Può succedere che per "Nu" e/o per "Co" si abbiano misurazioni più accurate. In questi casi i valori più esatti si sostituiscono senz'altro nelle formule approssimate

*N.B. Anche i fenomeni più semplici sono alimentati da una molteplicità di cause. La semplicità dei rapporti spinge a limitare l'attenzione a quelle più rilevanti*

## I rapporti di rotazione

Misurano il numero medio di volte che uno stesso fenomeno torna a verificarsi in una data unità di tempo.

La costruzione dei rapporti di rotazione utilizza pure rinnovo e consistenza media, ma in ruoli opposti a quelli dei rapporti di durata.

$$\text{Rapporto di rotazione} \quad R = \frac{Nu}{Co} = \frac{\frac{E+U}{2}}{\frac{C_i+C_f}{2}} = \frac{E+U}{C_i+C_f}$$

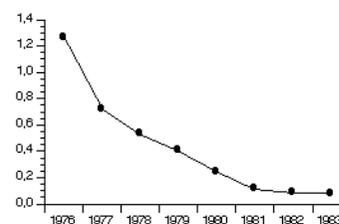
Per ogni rapporto di durata si può pensare ad un corrispondente rapporto di rotazione e viceversa.

*Tuttavia, i due rapporti hanno significato autonomo e possono essere usati indipendentemente l'uno dall'altro.*

## Esempio

Considerate le seguenti informazioni sulle giacenze di magazzino e sulle vendite della General Cosmetics e calcolate la durata della giacenza media per i vari anni.

Anno	Rim.Iniziali	Rim.Finali	Totale vendite	Vendita media	Giac.media-mesi
1976	21688	12628	162500	13542	1.2670
1977	12628	11314	198700	16558	0.7230
1978	11314	10210	241800	20150	0.5341
1979	10210	9736	292900	24408	0.4086
1980	9736	5277	363600	30300	0.2477
1981	5277	3828	471900	39325	0.1158
1982	3828	3734	530100	44175	0.0856
1983	3734	4155	570100	47508	0.0830



Si nota un costante aumento delle vendite cui A fa riscontro una progressiva riduzione della giacenza media in magazzino che nell'ultimo anno arriva agli 8.3% di un mese, cioè 2,5 giorni

$$C = \frac{C_i + C_f}{2}; \quad R = \text{Vendite medie} \quad GM = \frac{C}{R}$$

## I rapporti di rotazione/2

ESEMPI

$$\text{Efficienza bancaria} = \frac{(\text{Depositi} + \text{Impieghi})}{\text{Consistenza media dei depositi}}$$

$$\text{Quoziente generico di mortalità} = \frac{\text{Morti}}{\text{Popolazione Residente}}$$



$$\text{Disponibilità di posti letto} = \frac{1}{\text{Degenza media}}$$

I rapporti di rotazione servono a colmare lacune nei dati oppure a dare delle prime impressioni a costi di elaborazioni molto bassi.

## Esempio

Un indice molto importante per misurare l'efficienza di un'azienda è l'indice di rotazione del magazzino.

E' data rapportando il costo del venduto alla consistenza media del magazzino costituita dalla semisomma delle esistenze iniziali e delle rimanenze finali

$$\text{Rot. Mag.} = \frac{\text{Costo del venduto}}{\frac{\text{Giacenze 1/1} + \text{Rimanenze 31/12}}{2}}$$

$$\text{Rot. Mag.} = \frac{190}{125} = 1.52$$

Giacenze 1/1	120 milioni (a)
Acquisti '90	200 milioni (b)
Totale carico	320 milioni (c)
Rimanenze 31/12	130 milioni (d)
Costo del venduto	190 milioni (e)

$$E = C - D$$

*Vendite=Riacquisti  
per l'ipotesi di fenomeno  
stazionario*

## Numero stimato di partecipanti (ad una manifestazione)



Superficie : 80x100 = 8000m<sup>2</sup>

Posti : 4 \* 8000 = 32000

Entrata media in 5 minuti : 320 (1%)

Uscita media in 5 minuti : 320

$$\text{Rotazione} = \frac{320}{32000} = 0.01$$

$$\text{Partecipanti} : 32000 + (0.01 * 32000) * 2 * 12 = 39680 \text{ (due ore di manifestazione)}$$

Da parte degli organizzatori

Da parte degli oppositori  
8000 (1x mq) invece di 32000 con  
9920 partecipanti

## Il bilancio e gli indici di bilancio

L'analisi di bilancio è quel complesso di elaborazioni svolte per interpretarne i dati, allo scopo di valutare la situazione (economica, finanziaria, reddituale) in cui si trova un'azienda e per prendere decisioni sulle gestioni e strategie future (L. Grassini).

◇ Stato patrimoniale

◇ Conto economico

Il Conto Economico stabilisce la classificazione dei costi per causa (per natura) e la forma cosiddetta scalare (successivi saldi ricavi-costi relativi alle diverse gestioni) anziché a sezioni contrapposte (costi contro ricavi).

A: valore della produzione (venduta)
- B: costi della produzione (ottenuta)
(A-B) Differenza fra ricavi e costi
C: proventi e oneri finanziari
D: rettifiche di valore delle attività finanziaria
E: proventi e oneri straordinari
(A-B)+C+D+E: Risultato di esercizio prima delle imposte
- Imposte d'esercizio
Utile (reddito) d'esercizio dopo la tassazione

ATTIVO (impieghi)	PASSIVO (fonti)
A) Crediti vs. soci	A) Patrimonio netto
B) Immobilizzazioni	I Capitale
I Materiali	II-VII Riserve
II Immateriali	IX Utile (perdita)
III Finanziarie	B) Fondi rischi e oneri
C) Disponibilità	C) Tratt. fine rapporto (TFR)
I Rimanenze	D) Debiti
II Crediti	E) Ratei e risconti
III Att. fin. non immob.	
IV Disponibilità liquide	
D) Ratei e risconti	
TOTALE ATTIVO	TOTALE PASSIVO

La struttura dello Stato Patrimoniale dettata dalle norme tende a distinguere aree di valori secondo il grado di liquidità ovvero di esigibilità dei crediti (sezione attivo) e di estinzione dei debiti (sezione passivo).

## Indici di bilancio (ratios)

Rapporti di composizione

ATTIVO	1996	1995	PASSIVO	1996	1995
Cassa	1.4	5.8			
Crediti a breve	28.4	25.6			
Magazzino	70.2	68.6			
Attivo corrente	79.3	73.1	Passivo corrente	42.1	35.7
Attivo fisso netto	20.6	26.8	Passivo consolidato	15.6	24.0
			Capitale netto	42.3	40.3
Totale attivo	100.0	100.0	Totale passivo	100.0	100.0

(in grassetto: % calcolate sul totale di sezione)

Indici di struttura finanziaria a breve (liquidità): misurano la capacità dell'azienda a soddisfare impegni a breve ed esprimono la struttura delle fonti a breve;

Indice	Descrizione	1996	1995
Current ratio (CR)	attivo corrente/passivo corrente	1.90	2.00
Quick ratio (QR)	liquidità/passivo corrente	0.56	0.64
Quoziente di tesoreria	liquidità immediate/passivo corrente	0.27	0.12

indici di attività (rotazione, turnover): misurano l'intensità di impiego delle risorse aziendali.

Indice	Descrizione	1996	1995
Turnover magazzino	fatturato/magazzino	2.8	3.1
Turnover capitale circolante	fatturato/capitale circolante	1.9	2.2
Turnover del capitale	fatturato/totale attivo	1.5	1.6

## Variazioni relative

Una popolazione è stata scrutinata rispetto ad una variabile in una data occasione. La stessa operazione è ripetuta in un'altra e ci si chiede quale sia la variabile che possa esprimerne le variazioni.

**ESEMPIO:**  
Avvisi di gare pubblicati sulla G.U.

La differenza assoluta (3ª colonna) non è informativa: può essere poco o molto in relazione al valore iniziale.

Se da 100 si passa a 200 c'è una variazione del 100%; se da 1000 si passa a 1100 la variazione è solo del 10%.

	1°	2°	3°	4°	5°
Regione	1991	1992	{2}-{1}	{(2)/(1)}*100	{(1)/(2)}*100
Piemonte	481.6	1856.0	1374.4	385.38	25.95
Lombardia	782.6	818.1	35.5	104.54	95.66
Veneto	539.2	466.4	-72.8	86.50	115.61
Emilia Romagna	341.2	765.8	424.6	224.44	44.55
Lazio	1024.0	498.9	-525.1	48.72	205.25
Campania	860.7	804.3	-56.4	93.45	107.01
Calabria	261.5	567.4	305.9	216.98	46.09

I rapporti di coesistenza della 4ª e 5ª colonna danno indicazioni indirette: nel 1992 il Piemonte ha appaltato il 385% del 1991 ovvero nel 1991 si è appaltato per un importo pari al 26% rispetto al 1992.

## Variazioni relative/3

$$H_1 = \left(\frac{Y_i}{X_i}\right)^a - 1; \quad H_2 = \left(\frac{X_i}{Y_i}\right)^a - 1; \quad H_3 = \frac{Y_i - X_i}{\left[\frac{(Y_i^a + X_i^a)}{2}\right]^{1/a}}; \quad H_4 = a \text{Ln}\left(\frac{Y_i}{X_i}\right)$$

La "3" e la "4" sono emisimmetriche; non lo sono la "1" e la "2". Questo provoca incongruenze.

**ESEMPIO**

Prima di una svalutazione, il cambio Euro/Dollaro era 900:1000 cioè erano necessarie 900 euro per acquistare 1000 dollari. Dopo la svalutazione il cambio è 1125:1000. L'euro si è svalutato del 20%, ma il dollaro si è rivalutato del 25%. Come è possibile?

$$H_1 = \left[\left(\frac{1125}{900}\right) - 1\right] * 100 = 25\%; \quad H_2 = \left[\left(\frac{900}{1125}\right) - 1\right] * 100 = -20\%$$

$$H_3 = \left[\left(\frac{1125 - 900}{\frac{1125 + 900}{2}}\right) - 1\right] * 100 = +22.22\%; \quad H_4 = \left[\left(\frac{900 - 1125}{\frac{1125 + 900}{2}}\right) - 1\right] * 100 = -22.22\%;$$

## Variazioni relative/2

Occorre abbinare le informazioni dei rapporti di coesistenza e delle differenze in nuove variabili dette **VARIAZIONI RELATIVE**

Il rapporto  $H(Y_i, X_i)$  misura la variazione relativa se

$$\left\{ \begin{array}{l} H(Y_i, X_i) = 0 \quad \text{se e solo se } Y_i = X_i \\ H(Y_i, X_i) < 0 \quad \text{se } Y_i < X_i \quad \text{e } H(Y_i, X_i) > 0 \quad \text{se } Y_i > X_i \\ H(\cdot) \quad \text{è una funzione crescente del rapporto } \frac{Y_i}{X_i} \\ H(aY_i, aX_i) = H(Y_i, X_i) \quad \text{per } a \neq 0 \end{array} \right.$$

Anche antisimmetrica

La funzione "H" è EMISIMMETRICA se  $H(Y_i, X_i) = -H(X_i, Y_i)$  cioè se si scambiano di ruolo le variabili cambierà il segno, non il valore della funzione.

## Applicazione

TAB. 2 – Elezioni regionali 2001-2006. Voti alle coalizioni elettorali per provincia (% e scarti percentuali).

Prov.	Centro-Destra			Centro-Sinistra			Altre liste		
	2001	2006	2006-2001	2001	2006	2006-2001	2001	2006	2006-2001
AG	64,99	60,65	-4,34	29,25	38,94	9,70	5,76	0,40	-5,36
CL	53,43	55,57	2,13	43,00	42,24	-0,76	3,57	2,20	-1,37
CT	70,44	65,68	-4,76	25,12	28,34	3,23	4,45	5,98	1,53
EN	49,52	41,53	-7,99	50,48	55,85	5,37	0,00	2,62	2,62
ME	65,62	60,97	-4,66	28,45	36,51	8,06	5,93	2,53	-3,40
PA	65,76	62,50	-3,26	30,99	37,02	6,03	3,26	0,48	-2,78
RG	61,95	57,53	-4,42	33,92	42,47	8,55	4,13	1,58	-2,55
SR	51,93	53,07	1,15	34,06	44,62	10,56	14,01	2,30	-11,71
TP	71,23	61,48	-9,75	28,77	38,11	9,34	0,00	0,41	0,41

Fonte: Regione Sicilia, Ufficio elettorale.

L'analisi dei risultati elettorali è da sempre soggetta a interpretazioni molteplici. Si mormora che ciascuna delle aree partitiche sia in grado di dimostrare di avere vinto le elezioni. E' realistico?

# Tassi di variazione

Se tra le due variabili vige un legame antecedente/consequente le variazioni relative sono casi speciali dei rapporti causa-effetto

Esse danno l'idea del trend di crescita o di diminuzione secondo varie ipotesi sulla evoluzione della variabile nell'unità di tempo considerata.

Esistono diversi metodi per calcolare le variazioni relative:

Capitalizzazione semplice

Capitalizzazione composta

Capitalizzazione continua



# Tassi di variazione: cap. semplice/1

La differenza relativa tra due variabili si può misurare rapportando la loro differenza assoluta ad un indicatore dell'ordine di grandezza del confronto.

Ciascuna delle seguenti tre formule potrebbe essere utilizzata

$$R_i^1 = \frac{Y_i - X_i}{X_i}; \quad R_i^2 = \frac{X_i - Y_i}{Y_i}; \quad R_i^3 = \frac{2(Y_i - X_i)}{(Y_i + X_i)};$$

Tutti i rapporti possono essere moltiplicati per 100.

Di solito si utilizza la prima formulazione:

*Tasso di variazione nelle sue occasioni nell'ipotesi che il cambiamento sia stato uniforme e non cumulativo nel periodo intermedio*

# Tassi di variazione: cap. semplice/2

Nella formula "1" si ipotizza che incrementi o decrementi non concorrano alla determinazione dell'ammontare del fenomeno nel periodo successivo

Così accade ad un capitale impiegato al tasso di interesse semplice.

$$\frac{Y_i - Y_{i-1}}{Y_{i-1}} * 100$$

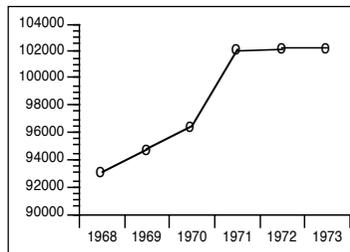
**ESEMPIO**

A partire dai dati sulla popolazione residente nella città di Cosenza al 31/12 si formi una nuova variabile che misuri le variazioni percentuali tra anni successivi

Anni	Pop.Res.	Var.Perc.
1968	93077	
1969	94800	1.85
1970	96515	1.81
1971	102086	5.77
1972	102287	0.20
1973	102153	-0.13

$$1.85 = \frac{94800 - 93077}{93077} * 100$$

$$1.81 = \frac{96515 - 94800}{94800} * 100$$



# Variazione relativa media

Se l'arco di tempo che intercorre tra le due occasioni "i" e "f" è frazionabile in sottoperiodi si può calcolare la variazione media per sottoperiodo.

Basta dividere la variazione relativa e per il numero dei sottoperiodi

$$V_{i,f} = \left( \frac{1}{f-i} \right) \left( \frac{Y_f - Y_i}{Y_i} \right) \quad \text{Quanta parte della variazione compete al singolo sottoperiodo se a tutti questi spettasse lo stesso ammontare}$$

**ESEMPIO:**

Occorre stabilire se in effetti i contratti per la compravendita di immobili in Italia sono in crescita oppure no rispetto al periodo iniziale.

Anno	Contratti	Var.Perc.Media
1985	428864	0.00%
1986	462656	7.88%
1987	462648	3.94%
1988	492816	4.97%
1989	474570	2.66%
1990	517025	4.11%
1991	540383	4.33%

$$7.88 = \left( \frac{465656 - 428864}{428864} \right) * 100; \quad 3.94 = \left( \frac{462648 - 428864}{2 * 428864} \right) * 100;$$

$$4.97 = \left( \frac{492816 - 428864}{3 * 428864} \right) * 100;$$

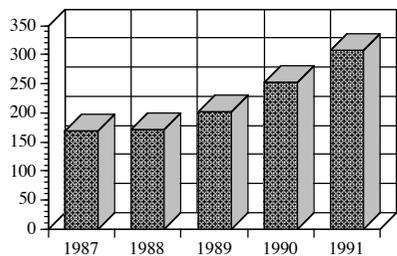
# Media delle variazioni relative

Se si dispone dei dati relativi ai sottoperiodi è opportuno coinvolgerli nel calcolo.  
Una misura più accurata è

$$V_{i,f} = \left( \frac{1}{f-i} \right) \sum_{j=i+1}^f \left( \frac{Y_j - Y_{j-1}}{Y_{j-1}} \right)$$

Esempio:

Export di lampade Italia-germania



Anno	Miliardi	Variazione
1987	168.0	
1988	171.0	1.79%
1989	201.4	17.78%
1990	251.6	24.93%
1991	308.5	22.62%
	V.R.M.	16.78%

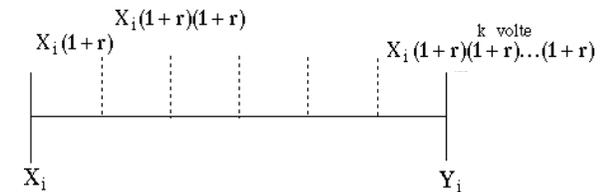
Altro metodo: 20.91%

# Tassi di variazione: cap. composta

Nelle serie storiche c'è quasi sempre un effetto di accumulazione, una memoria nel valore attuale, dei valori passati.

Per misurare la variazione percentuale occorre tener conto di quanto succede nei sottoperiodi intermedi.

**IPOTESI:** ritmo di crescita costante cioè in ogni sottoperiodo il fenomeno cresce della stessa percentuale "r" del livello che ha raggiunto nel sottoperiodo precedente (capitalizzazione composta)



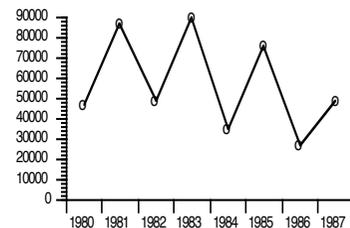
La formula, estesa a "k" sottoperiodi, è

$$R_i = \left[ \left( \frac{Y_i}{X_i} \right)^{\frac{1}{k}} - 1 \right] * 100 \quad \text{ovvero} \quad R_i = \left\{ e^{\left[ \frac{1}{k} \right] * \text{Ln} \left( \frac{Y_i}{X_i} \right)} - 1 \right\} * 100$$

# Esempio

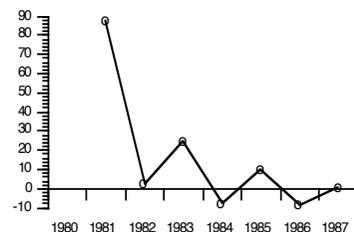
**SUPERFICI FORESTATE DISTRUTTE DA INCENDI**

Anno	Incendi (ha)	Var.Perc./CC
1980	46221	
1981	86655	87.48
1982	48615	2.56
1983	89988	24.87
1984	34131	-7.30
1985	75806	10.40
1986	26694	-8.74
1987	48484	0.69



La serie storica ha tendenze nette. E' evidente l'andamento oscillatorio: negli anni dispari cresce e decresce negli anni pari

Le oscillazioni si smorzano con il passare degli anni. Questo è evidente nel grafico con i tassi di variazione: le onde hanno bande sempre più strette.



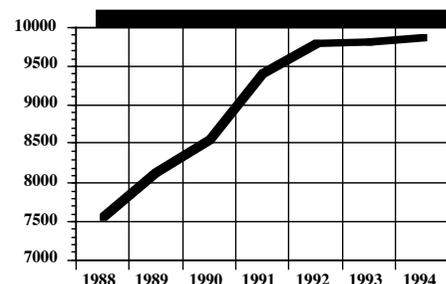
# Proiezione di una serie storica

Si ipotizza -in modo spiccio e destrutturato- che ci sia un ritmo di variazione costante "r", per cui il valore tra "i" periodi dopo l' n-esimo è

Anno	Miliardi
1989	8132
1990	8572
1991	9402
1992	9797
1993	9816
1994	9879

$$Y_{n+i} = Y_0(1+r)^{n+i} \quad \text{dove} \quad r = \left[ \left( \frac{Y_n}{Y_0} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right]$$

$$r = \left[ \left( \frac{9879}{8132} \right)^{\frac{1}{5}} - 1 \right] = 0.0397 = 3.97\%$$



$$Y_{1998} = 8132 * (1 + 0.0397)^{5+4} = 11544.36$$

# Tassi di variazione: cap. continua

Talvolta ha senso presupporre un accumulo molto frequente ovvero che il periodo intercorrente tra una capitalizzazione e l'altra sia brevissimo.

Se l'accumulo avviene "h" volte in una fissata unità di tempo, dopo "k" periodi si ha

$$Y_i = X_i * \left(1 + \frac{r}{h}\right)^{h*k} \quad \text{dove "r" è il tasso di accumulazione}$$

Che succede se "h" aumenta senza limite?

$$Y_i = \lim_{h \rightarrow \infty} \left\{ X_i * \left(1 + \frac{r}{h}\right)^{h*k} \right\} = X_i \lim_{h \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{r}{h}\right)^{\frac{h}{r}} \right\}^{r*k} = X_i e^{r*k}$$

Il tasso di variazione si ottiene infine dalla relazione inversa  $R_i = \frac{100}{k} * \ln\left(\frac{Y_i}{X_i}\right)$

## Applicazione

il tasso di redditività TR dei CTz (Certificati di credito del tesoro zero-coupon) è calcolato sulla differenza tra

Prezzo di acquisto (PA)

Giorni mancanti alla scadenza D (anno di 365 giorni)

Prezzo di rimborso (PR)

$$TR = \left[ \left( \frac{PR}{PA} \right)^{\frac{365-D}{365}} - 1 \right] * 100$$

Esempio: PA=90.75, PR=96.84 D=90

Composta: TR=9%

Continua: TR=  $\frac{100}{(365/275)} \ln\left(\frac{96.84}{90.75}\right) = 4.89\%$

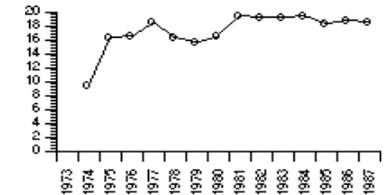
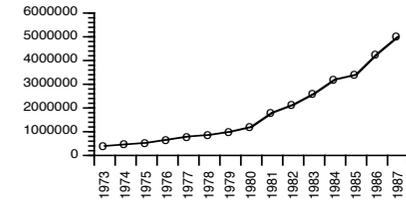
La ritenuta fiscale del 12.5% è posticipata e viene operata in un'unica soluzione alla scadenza (capitalizzazione semplice)

$$RF = (PR - PA) \frac{0.125}{365} * (365 - D) \quad RF=0.5735$$

# Esempio

SPESA PER LA RICERCA NELLE AMMINISTRAZIONI PUBBLICHE

Anno	Spese	Tassi (C.ICon.)
1973	373013	
1974	409685	9.38
1975	517395	16.36
1976	612267	16.52
1977	781809	18.50
1978	843834	16.33
1979	952898	15.63
1980	1186777	16.53
1981	1769214	19.46
1982	2125382	19.33
1983	2586011	19.36
1984	3194698	19.52
1985	3392014	18.40
1986	4243482	18.70
1987	5006146	18.55



$$9.38 = \frac{100}{1} * \ln\left(\frac{409685}{373013}\right); \quad 16.36 = \frac{100}{2} * \ln\left(\frac{517395}{373013}\right);$$

La serie mostra una evoluzione esponenziale e ciò è confermato dai tassi di variazione a capitalizzazione continua che, dopo il salto iniziale, si stabilizzano per indicare una crescita a ritmo regolare.

## Rapporti di 2° livello

E' possibile costruire variabili a partire da un rapporto di rapporti

$$R_i = \frac{\frac{Y_i}{X_i}}{\frac{Z_i}{W_i}} = \frac{W_i}{X_i} * \frac{Y_i}{Z_i} \quad \text{or} \quad \frac{Y_i}{X_i} * \frac{W_i}{Z_i}$$



Esempi:

- a) Rapporto tra serie storiche deflazionate (cioè dei rapporti)
- b) Rapporto tra serie storiche destagionalizzate
- c) Confronto tra indicatori di efficienza e di produttività

L'interpretazione è più complessa, ma le possibilità operative sono molto interessanti

# Esempio



Un comune nel 2007 ha fatto riscontrare 996 assenze per malattia da parte dei 44 dipendenti.

Nel 2008 i 63 dipendenti hanno fatto riscontrare 649 giorni di assenza per malattia. C'è stata una riduzione, è ovvio, ma di quale entità?

$$\left(\frac{649 - 996}{996}\right)100 = -34.9\%; \quad \left(\frac{63 - 44}{44}\right)100 = +43.2\%$$

$$\left(\frac{\frac{649 - 996}{996} - \frac{63 - 44}{44}}{\frac{63 - 44}{44}}\right)100 = \left(\frac{\frac{28556}{996} - 996}{996}\right)100 = -54.5\%$$

La variazione corretta da considera è quella relativa ai giornii medi di malattia per dipendente

# Esempio: elasticità di un fenomeno

La variazione proporzionale di un fenomeno rapportata alla variazione proporzionale di un altro.

Se  $X_1$  ed  $X_2$  indicano due valori di una variabile osservati in relazione a due altri punti  $Y_1$  e  $Y_2$  della variabile Y si ha

$$\epsilon = \frac{\frac{X_2 - X_1}{X_1}}{\frac{Y_2 - Y_1}{Y_1}} = \left(\frac{Y_1}{X_1}\right)\left(\frac{X_2 - X_1}{Y_2 - Y_1}\right)$$

Che misura l'elasticità di X rispetto ad Y

Se X è la quantità domandata di un bene ed Y il suo prezzo allora  $X_1 = 500$ ;  $X_2 = 750$ ;  $Y_1 = 12$ ;  $Y_2 = 17$

1.2 signiifca che se il prezzo Y varia del 10% allora la domanda X varierà del 20%

$$\epsilon = \left(\frac{12}{500}\right)\left(\frac{750 - 500}{17 - 12}\right) = \left(\frac{12}{500}\right)\left(\frac{250}{5}\right) = 1.2$$

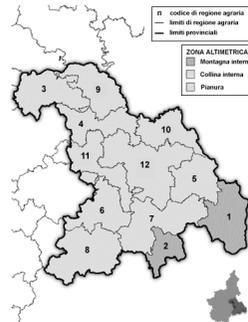
# Unità e variabili territoriali

Si ritiene che la modalità o intensità raggiunta dipenda dalla sua posizione geografica. Qui conta il tipo di unità considerata

**UNITA' AREALI:** rappresentata da una poligonale chiusa

- entità fisiche: isola, lago, continente, etc.
- entità amministrative: comuni, regioni, nazioni
- entità funzionali: distretti sanitari, telefonici, scolastici, corti di appello

Le unità si considerano omogenee al loro interno anche se la rilevazione del carattere si effettua in più punti



**Esempio:**  
Percentuale di dipendenti pubblici sul totale occupati

Paese	%
Belgio	20.2
Danimarca	29.8
Germania	15.4
Grecia	10.4
Francia	22.8
Spagna	14.3
Regno Unito	19.5
Irlanda	17.9
Italia	17.4
Lussemburgo	11.6
Paesi bassi	15.1
Portogallo	14.1

# Altri tipi di unità (territoriali)



**UNITA' PUNTUALI:** costituiscono i nodi di una maglia più o meno fitta di punti che coprono un dato territorio

- misurazioni atmosferiche e idrogeologici
- censimenti della popolazione
- rilevazione della forza lavoro



Le unità puntuali hanno il grande pregio di visualizzare l'ubicazione delle modalità o intensità rivelandone la disseminazione o la concentrazione nel territorio

**Esempio:** Consumi di acqua per uso domestico

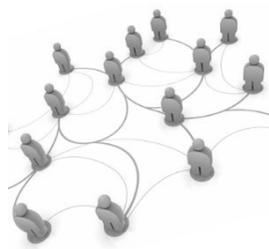
Città	Consumo
Bruxelles	108
Amburgo	146
Copenaghen	194
Londra	132
Parigi	147
Roma	220
Lussemburgo	171
Amsterdam	159
Madrid	158

## Altri tipi di unità/2



UNITA' RETICOLARI (NETWORK): sono unità che si diramano nel territorio

fiumi, strade, gallerie  
direttrici di sviluppo  
rotte di navigazione  
reti di distribuzione



**Esempio:**  
itinerari turistici calabresi per numero di pro-loco coinvolte

Itinerari	Pro-loco
Catanzaro-S.S.Bruno	5
Catanzaro-Capo Yaticano	7
Catanzaro-Laghi	3
Costa timenica	14
Sila e laghi	5
Costa Jonica	14
Aspromonte	5
Costa Viola	13
Magna Grecia	17

## Interpretazione

Se un quoziente di ubicazione (od anche localizzazione) è ...

**= 1** La quota del settore "j" nella regione "i" è pari alla share che lo stesso settore detiene nell'area di riferimento. Non si riscontra nessun apporto differenziale.

**> 1** Nel settore "j" della regione "i" c'è un eccesso rispetto alla share che il settore detiene nell'area di riferimento. E' possibile che tale industria abbia in "i" un vantaggio comparato

**< 1** Nel settore "j" della regione "i" c'è carenza rispetto alla share che il settore detiene nell'area di riferimento. E' possibile che tale industria abbia in "i" un ritardo di sviluppo

Lo studio dei coefficienti di ubicazione aiuta a comprendere la concentrazione relativa dei settori nei vari comparti territoriali.

## Analisi dei quozienti di ubicazione

E' una tecnica basata sul rapporto tra gli occupati di un settore "j" in un'area di studio "i" con gli occupati complessivi della stessa area "i".

Tale rapporto è il numeratore di un rapporto di 2° livello al cui denominatore vi è un rapporto simile al primo, ma calcolato su un'area di riferimento di cui la prima fa parte.

$$Q_{i,j} = \frac{\frac{E_{i,j}}{E_j}}{\frac{E_{r,j}}{E_r}} \quad \text{dove} \quad \begin{cases} E_{i,j} = \text{occupazione settore } j \text{ a studio.} \\ E_j = \text{occupazione a.s.} \\ E_{r,j} = \text{occupazione settore } j \text{ a rifer.} \\ E_r = \text{occupazione a.r.} \end{cases}$$

In genere, gli E sono degli scarti percentuali

anche quozienti di localizzazione

Spesso, l'area di studio è una regione e l'area di riferimento un'intera nazione, ma si possono analizzare anche i dati provinciali, comunali, etc.

## Esempio: ricettività turistica

Camere per tipologia di albergo



Provincia	2 stelle	3 stelle	4 stelle	5 stelle	Totale
A	362	4'129	3'426	844	8'761
B	91	4'401	1'645	434	6'571
C	120	5'881	6'182	841	13'024
D	255	1'774	2'250	527	4'806
E	115	755	840	31	1'741
<b>Regione</b>	<b>943</b>	<b>16'940</b>	<b>14'343</b>	<b>2'676</b>	<b>34'902</b>

La provincia "A" ha un vantaggio comparato nelle 2 e nelle 5 stelle.

Le 3 stelle sono più presenti solo nella provincia "B"

Le 2 stelle sono un dato importante per la provincia "E".

Provincia	2 stelle	3 stelle	4 stelle	5 stelle
A	<b>1.53</b>	0.97	0.95	<b>1.26</b>
B	0.51	<b>1.38</b>	0.61	0.86
C	0.34	0.93	<b>1.16</b>	0.84
D	<b>1.96</b>	0.76	<b>1.14</b>	<b>1.43</b>
E	<b>2.45</b>	0.89	<b>1.17</b>	0.23

## Altro esempio: distribuzione territoriale del voto

$$Q_{ij} = \frac{X_{ij}/X_i}{X_j/X_{..}} \quad j = 1,2; \quad i = 1, \dots, 338$$

dove:

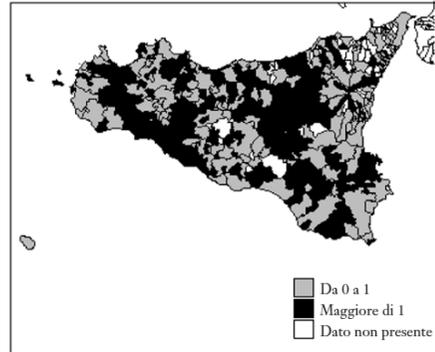
$X_{ij}$  = il numero di voti per il candidato  $j$ -esimo nel comune  $i$ -esimo

$X_i$  = il totale dei voti validi all'interno del comune  $i$ -esimo

$X_j$  = il totale dei voti ottenuti dal candidato  $j$ -esimo in tutti i comuni siciliani

$X_{..}$  = il totale dei voti validi espressi in tutti i comuni siciliani.

**D'Agata-Gozzo-Tomaselli (2007). In virtù della modalità di costruzione, un valore relativo al candidato  $j$ -esimo maggiore di 1 indica che quel comune mostra un consenso relativo a quel candidato maggiore di quanto registrato in tutto il territorio regionale; all'aumentare del valore di  $Q$ , quindi, aumenta la localizzazione del consenso ottenuto dal candidato.**



## L'indice di specializzazione S

Q non presenta nessuna forma di normalizzazione ed è riferito ad un solo settore di attività economica. È possibile utilizzare una sintesi dei Q di una  $j$ -esima Ut, tale sintesi prende il nome di **indice di specializzazione** (si osservino i termini della diff.):

$$S_j = \frac{1}{2} \sum_i \left| \frac{L_{ij}}{\sum_i L_{ij}} - \frac{\sum_j L_{ij}}{\sum_j \sum_i L_{ij}} \right|$$

questo varia tra zero se la composizione regionale è perfettamente identica a quella nazionale e si avvicina all'unità nel caso di **massima dissimilarità**.

Zaccomer (Un.Udine)

## Quozienti di localizzazione e indici di specializzazione

Regione	Q localizzazione: energia gas e acqua		Q localizzazione: industrie estrat. manif. e chim.		Q localizzazione: industrie lav. trasf. metalli		Q localizzazione: industrie manif. non metallifere		Q localizzazione: costruzioni e impianti		S Indice di specializzazione	
	1971	1981	1971	1981	1971	1981	1971	1981	1971	1981	1971	1981
Piemonte	74,3	79,6	71,1	64,7	158,1	151,8	85,7	86,0	61,9	65,5	22,2	20,4
Valle d'Aosta	242,5	235,3	351,3	336,3	24,9	20,3	28,2	47,5	157,0	165,9	56,5	51,4
Lombardia	63,2	70,6	98,6	99,7	123,3	122,5	99,8	98,3	65,7	67,4	16,4	16,2
Trentino-Alto Adige	153,2	110,4	105,2	100,7	75,3	72,7	83,2	85,2	174,5	181,9	23,9	24,4
Veneto	85,3	77,5	87,1	81,9	79,8	83,8	118,0	122,1	106,1	97,6	13,2	11,7
Friuli-Venezia Giulia	76,6	81,3	74,8	74,0	107,7	99,1	95,0	88,0	127,7	151,6	21,3	22,8
Liguria	198,3	220,4	149,4	134,0	113,1	130,0	55,3	50,2	125,4	110,2	25,7	23,3
Emilia-Romagna	75,9	68,9	98,2	103,5	99,5	109,4	95,9	90,7	118,2	106,4	16,7	15,5
Toscana	85,6	78,9	115,8	111,0	55,1	59,1	129,3	138,6	94,7	84,2	20,1	22,2
Umbria	99,7	84,8	164,4	161,3	48,5	57,0	101,4	110,5	130,5	113,1	20,8	18,3
Marche	80,6	65,1	53,7	45,5	52,2	52,2	142,3	156,3	127,3	108,6	28,9	29,4
Lazio	187,0	177,2	102,4	110,9	72,4	88,0	99,1	92,2	134,3	118,3	21,4	21,3
Abruzzo - Molise	121,7	103,5	106,5	98,6	42,8	66,6	97,5	99,4	202,7	163,9	32,6	23,7
Campania	136,1	129,1	114,3	98,8	89,6	99,5	103,6	97,5	89,0	102,4	18,6	18,8
Puglia	124,4	111,4	129,9	149,9	51,2	64,5	100,8	95,7	155,3	136,3	23,6	20,0
Basilicata	145,8	170,6	121,8	131,7	40,2	42,9	72,3	57,2	254,1	266,9	36,5	39,8
Calabria	192,6	205,2	104,5	114,9	32,0	34,6	95,7	79,4	215,7	238,6	34,8	37,8
Sicilia	270,9	294,8	122,9	128,7	61,9	66,9	86,9	75,1	149,5	162,3	27,3	25,8
Sardegna	279,3	247,8	151,3	201,5	31,2	40,2	73,6	62,4	212,5	194,1	35,8	35,3

Fonte: Guarini Tassinari (2000) - dati in %

Zaccomer (Un.Udine)

## Indice di Fuchs

Serve per valutare i ritmi di sviluppo di una regione rispetto a quello nazionale nell'arco di tempo che va dal periodo "i" al periodo "f".

Per l'occupazione nella regione "j" il relativo indice è dato da

$$F_j = \frac{Y_{f,j} - gY_{i,j}}{Y_{f,j}} \quad \text{dove} \quad g = \frac{Y_f - Y_i}{Y_i}$$

Variatione Relativa nazionale

**Disparità produttiva territoriale, rispetto alla popolazione:**

L'indice esprime il guadagno o la perdita dell'occupazione reale di una regione rispetto all'occupazione teorica che avrebbe avuto se il saggio di crescita della sua occupazione fosse stato pari a quello nazionale.

# Esempio sull' indice di Fuchs

Valore aggiunto al costo dei fattori per regioni

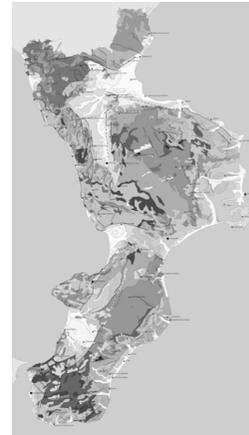
	Redd. 1981	Redd.1991	Redd.*1991	Indice
Abruzzo	13'273.1	17'985.2	16'785.3	<b>7.1</b>
Molise	3'113.6	4'045.4	3'937.5	<b>2.7</b>
Campania	46'356.2	61'032.6	58'622.5	<b>4.1</b>
Puglia	34'890.3	46'035.9	44'122.6	<b>4.3</b>
Basilicata	5'078.9	6'229.5	6'422.8	<b>-3.0</b>
Calabria	16'320.8	19'202.0	20'639.5	<b>-7.0</b>
Sicilia	43'756.0	53'565.3	55'334.3	<b>-3.2</b>
Sardegna	14'564.3	19'417.4	18'418.2	<b>5.4</b>
Italia	711'510.0	899'783.0		
<b>g=</b>	<b>26.5</b>			

L' Abruzzo ha avuto un incremento molto superiore di quello nazionale. Al contrario, la Calabria ha subito una contrazione notevole rispetto al trend dell' intero territorio del Meridione

# Correlazione spaziale

**Principio di Tobler:**

*ogni zona è legata ad una o più altre zone, ma il legame è maggiore con le zone più vicine*

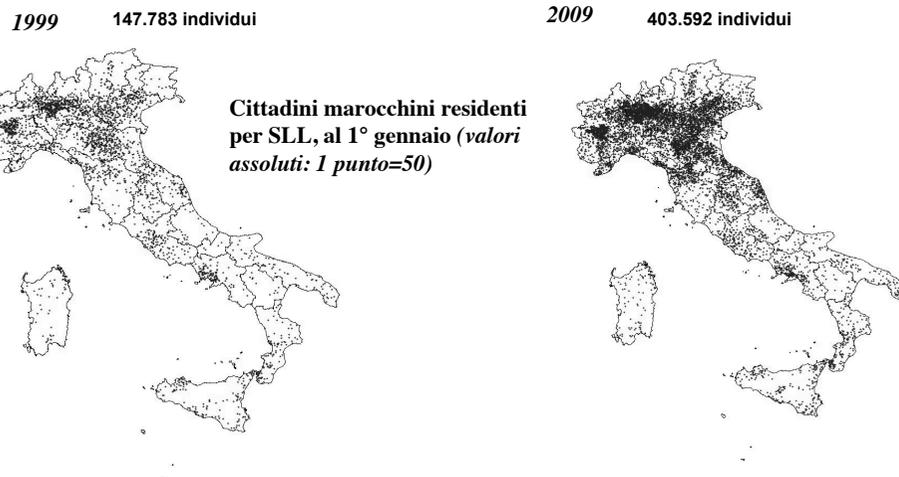


La correlazione è la tendenza di due variabili a cambiare in modo congiunto o disgiunto rispetto alle rispettive medie.

L'effetto spaziale nelle relazioni tra variabili è presente se valori simili si mostrano a gruppi su di una mappa di unità territoriali.

C'è una netta differenza tra un coefficiente di correlazione calcolato considerando l'aspetto territoriale e quello tradizionale che lo ignora.

# Gli stranieri e il territorio



Esiste una palese dicotomia nella presenza dei cittadini marocchini tra Nord Centro e Mezzogiorno

Mauro Albani, Cinzia Conti, Antonella Guarneri - Istat

# Transect sampling

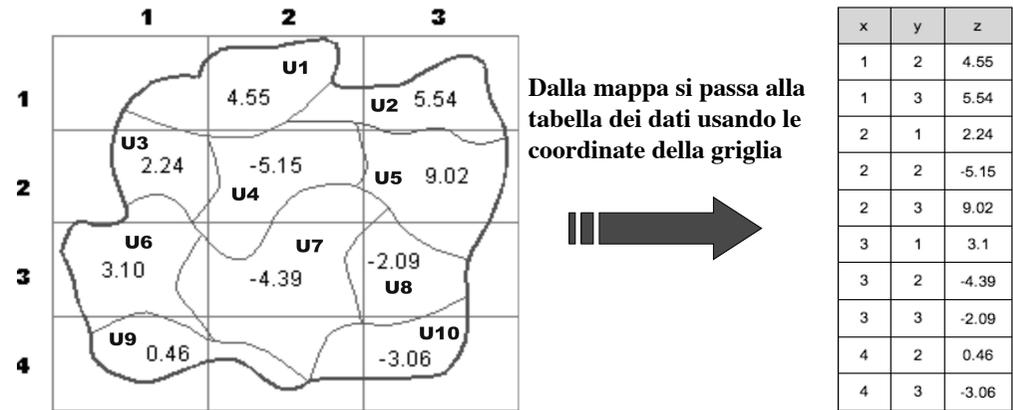
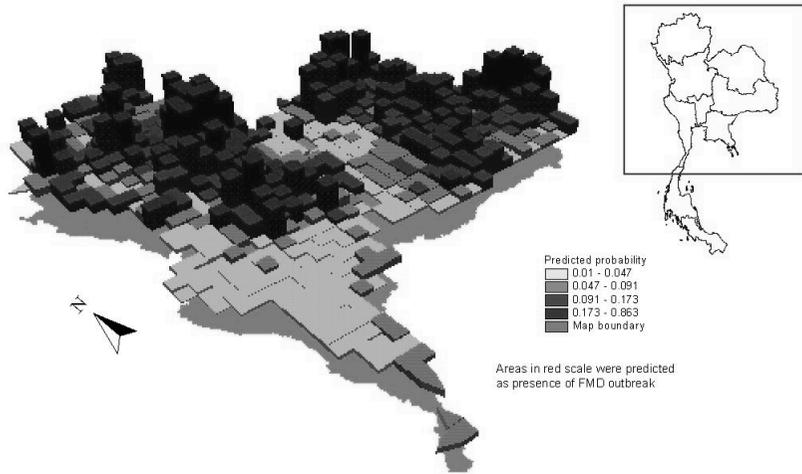


When non-moving objects are to be counted, which involves the choosing of a line or series of lines along which the counts are to be made.

The information derived from descriptive maps provides an operational tool for planning, monitoring and managing control programmes, and for deriving inferences about the relationship between the environment and diseases.

Fig. 8. Transect on a digital aerial photo (from Biggeri et al., 2006b).

# Stima dei rischi di insorgenza di una epidemia- Thailandia



Cartina delle unità territoriali con griglia sovrapposta

Il quadro informativo è però incompleto: mancano i dati sulla contiguità tra le zone.

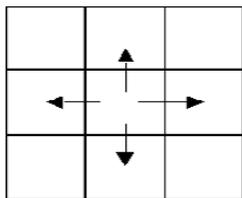
Nel contesto territoriale il dato osservato acquisisce una valenza aggiuntiva che dipende dalla sua collocazione nella mappa

## Matrice delle contiguità

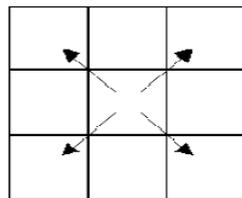
La territorialità si può descrivere con una matrice quadrata che riporta una misura della prossimità tra una zona e le altre ad essa adiacenti.

La definizione dipende dalla particolare applicazione.

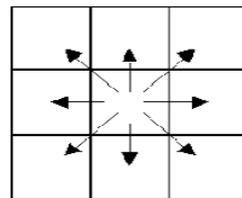
In genere si considerano le relazioni di vicinato tra le unità in base al gioco degli scacchi.



Torre



Alfiere

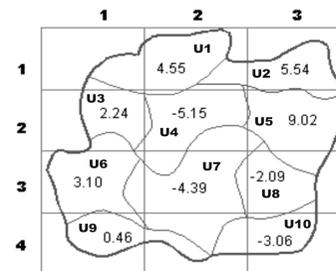


Regina o Re

Torre: contigue se hanno un lato in comune;  
 Alfiere: contigue se hanno uno spigolo in comune;  
 Re: contigue se hanno un lato e/o uno spigolo in comune

## Vicinato e punteggi

Per ogni unità territoriale si definisce il vicinato cioè l'insieme delle altre unità da considerare contigue e si forma la matrice di contiguità



- U1 2,3,4
- U2 1,4,5
- U3 1,4,6
- U4 1,2,3,5,6,7
- U5 2,4,7,8
- U6 3,4,7,9
- U7 4,5,6,8,9,10
- U8 5,7,10
- U9 6,7,10
- U10 7,8,9

W=

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
3	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
4	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
6	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0
7	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
8	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
9	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1
10	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0

Vicinati

$$V(i) = \{U_{i_1}, U_{i_2}, \dots\}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Punteggi

$$w_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } U_j \in V(i) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

## La matrice di contiguità

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
3	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
4	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
6	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0
7	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
8	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
9	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1
10	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0

E' una matrice binaria quadrata e simmetrica in cui la somma di riga o di colonna esprime la cardinalità del vicinato cioè a quante altre zone, una zona data, è contigua.

In questo caso si è scelto di dare zero se le zone non si toccano e punteggio uno se le zone si toccano in almeno un punto.

$W_{i,j}$  Peso per i confronti tra l'unità spaziale  $I$  e la  $j$ .

### Altre scelte con matrici non binarie

- Punteggio diverso per un contatto torre o un contatto alfiere
- Punteggio proporzionale alla lunghezza del contorno comune

## Indice di Moran e di Geary

L'impatto della variabile X sulla zona i-esima può essere calcolato usando variabili standardizzate

$$Z_i = \frac{X_i - \mu_x}{s_x}; \quad \mu_x = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}; \quad s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu_x)^2}{n-1}}$$

Dobbiamo combinare tale impatto con l'incidenza del territorio usando la matrice di contiguità



**Moran: correlazione pesata**

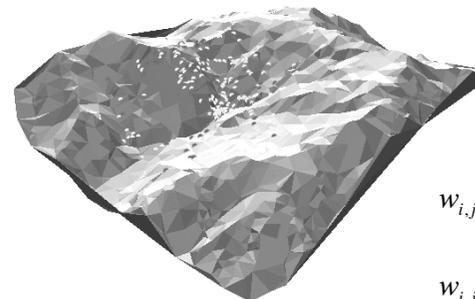
$$I = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left( \frac{w_{ij}}{w} \right) Z_i Z_j}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}}$$



**Geary: variabilità quadratica**

$$P = \frac{0.5 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left( \frac{w_{ij}}{P} \right) (Z_i - Z_j)^2}$$

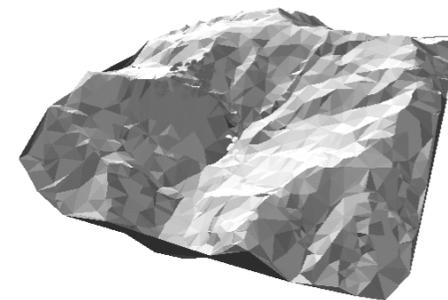
## Densità dei casi di tubercolosi



I pesi possono anche basarsi sulla distanza, comunque definita, tra unità contigue

$$w_{i,j} = \frac{1}{1 + (d_{i,j})^\lambda}; \quad w_{i,j} = (1 + d_{i,j})^{\lambda_1} e^{-\lambda_2 d_{i,j}}$$

$$w_{i,j} = e^{-\lambda d_{i,j}}$$



Esito della classificazione in base alla distanza

## Calcolo dell'indice di Moran

	4.55	5.54	2.24	-5.15	9.02	3.1	-4.39	-2.09	0.46	-3.06	
4.55	0.00	0.73	0.20	-0.99	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	<b>-0.07</b>
5.54	0.73	0.00	0.00	-1.27	1.65	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	<b>1.11</b>
2.24	0.20	0.00	0.00	-0.34	0.00	0.12	0.00	0.00	0.00	0.00	<b>-0.03</b>
-5.15	-0.99	-1.27	-0.34	0.00	-2.25	-0.59	1.52	0.00	0.00	0.00	<b>-3.93</b>
9.02	0.00	1.65	0.00	-2.25	0.00	0.00	-1.98	-1.14	0.00	0.00	<b>-3.71</b>
3.1	0.00	0.00	0.12	-0.59	0.00	0.00	-0.51	0.00	-0.05	0.00	<b>-1.04</b>
-4.39	0.00	0.00	0.00	1.52	-1.98	-0.51	0.00	0.77	0.14	1.01	<b>0.95</b>
-2.09	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.14	0.00	0.77	0.00	0.00	0.58	<b>0.21</b>
0.46	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.05	0.14	0.00	0.00	0.10	<b>0.19</b>
-3.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.01	0.58	0.10	0.00	<b>1.69</b>
<b>1.02</b>											<b>-4.63</b>
<b>4.68</b>											<b>-0.12</b>

L'indice di Moran varia tra -1 e 1 indicando, rispettivamente, perfetta correlazione spaziale negativa e perfetta correlazione spaziale positiva.

In media, se non c'è un effetto territoriale nei valori della variabile l'indice vale

$$E(I) = -\frac{1}{n-1}; \quad n=10 \Rightarrow E(I) = -0.11$$

Si può dire che nei dati dell'esempio non si ricontra un effetto territoriale.

Sull'indice è anche possibile proporre un ragionamento inferenziale.

## Calcolo dell'indice di Geary

4.55	0.00	0.04	0.24	4.31	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	<b>4.60</b>
5.54	0.04	0.00	0.00	5.24	0.56	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	<b>5.84</b>
2.24	0.24	0.00	0.00	2.50	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	<b>2.78</b>
-5.15	4.31	5.24	2.50	0.00	9.21	3.12	0.03	0.00	0.00	0.00	<b>24.41</b>
9.02	0.00	0.56	0.00	9.21	0.00	0.00	8.25	5.66	0.00	0.00	<b>23.67</b>
3.1	0.00	0.00	0.03	3.12	0.00	0.00	2.57	0.00	0.32	0.00	<b>6.05</b>
-4.39	0.00	0.00	0.00	0.03	8.25	2.57	0.00	0.24	1.08	0.08	<b>12.25</b>
-2.09	0.00	0.00	0.00	0.00	5.66	0.00	0.24	0.00	0.00	0.04	<b>5.95</b>
0.46	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.32	1.08	0.00	0.00	0.57	<b>1.97</b>
-3.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.08	0.04	0.57	0.00	<b>0.69</b>
<b>1.02</b>											<b>88.20</b>
<b>4.68</b>											<b>0.13</b>

L'indice di Geary varia tra 0 e 2 indicando correlazione spaziale positiva con valori tra 0 ed 1 e negativa con valori tra 1 e 2.

Rispetto all'indice di Moran enfatizza lo scarto tra valori contigui più che le relazioni lineari tra zone vicine.

Per entrambi gli indici esistono delle versioni locali ottenute considerando solo una zona ed il suo vicinato.

## Alcune caratteristiche degli indici di Moran e Geary

Badaloni e Vinci (1988) dimostrano che:

- entrambi gli indici possono essere visti come rapporti tra due valori medi: uno delle coppie di Ut contigue o connesse (attraverso W) e uno dell'insieme di tutte le possibili coppie di Ut;
- l'indice di Moran non ha estremi ben definiti e, soprattutto, non sono chiare le situazioni per cui assume i valori estremi;
- l'indice di Geary presenta invece estremi definiti;
- sono state proposte misure derivate dal criterio su cui si basa c;
- dal punto di vista dei test, sono state derivate le distribuzioni asintotiche (sotto  $H_0$ : AS<sup>0</sup>) di c ed I (Cliff e Ord, 1981).

Zaccomer (Un.Udine)

## Esempio sull'indice di Moran

Che effetto ha la correlazione spaziale sul diametro dei tronchi (proxy per la crescita)?

Quadranti (20x20) di un ettaro

1	10	11	20	21
2	9	12	19	22
3	8	13	18	23
4	7	14	17	24
5	6	15	16	25



year	Rook's corr. coef.	Rook's p value	Queen's corr. coef.	Queen's p value
1975	-0.495	0.074	-0.457	0.062
1976	-0.446	0.115	-0.440	0.074
1977	-0.430	0.131	-0.421	0.091
1978	-0.429	0.133	-0.414	0.097
1979	-0.463	0.099	-0.456	0.063
1981	-0.462	0.098	-0.455	0.062
1984	-0.556	0.041	-0.484	0.045
1986	-0.538	0.048	-0.477	0.048

La contiguità tipo "queen" è più informativa di quella "rook" perché controlla più elementi vicini

## L'esito dei due indici è diverso

Expresses number of expected events within given distance of randomly chosen event

