

Confronti per differenze e per rapporti

La valutazione di una proprietà in una generica entità si realizza con un confronto quantitativo per differenza o per rapporto su quella proprietà.

Il primo tipo di confronto avviene quando si esaminano scarti di prezzo.

Il costo di A è €99, quello di B è €88 con una differenza di €11.
Allo stesso modo si confrontano gli scarti tra i voti: Molto d'accordo=6, In disaccordo=3 con un divario di 3 voti.

Il confronto per rapporto è possibile solo se le comparazioni avvengono tra proprietà, oggetti, etc. che hanno la stessa natura e sono misurate nella stessa unità di misura.

Una scheda telefonica costa la metà di un'altra, test richiede un tempo doppio di preparazione rispetto ad un altro.

Entrambi i meccanismi sono validi e ricorrono altrettanto spesso.

Rapporti statistici

Alcuni concetti sono così generali che non si trovano spunti sufficienti per fissare una loro definizione operativa.

Il dislivello semantico tra i concetti e le operazioni concrete di misura è troppo ampio per essere coperto in un solo passaggio (R. Curatolo)

In questo ciclo di lezioni approfondiremo una delle tecniche più semplici -i rapporti statistici- messe a punto per costruire variabili in grado di esprimere sia variazioni qualitative che quantitative.

Essa è basata sull'idea di ragguagliare le modalità di una variabile a quelle di un'altra (o di altre) di modo che i rapporti formino un correlato reale, statisticamente gestibile.

Una antica disputa

Galilei fu chiamato a giudizio di una contesa insorta a Firenze sul valore di una stima di un cavallo, e precisamente:

Dato un cavallo del valore di cento scudi uno lo stima dieci e un altro 1000, si domanda chi dei due stimatori commette maggior stravaganza.

Galilei aveva immediatamente risposto che entrambi commettevano pari stravaganza, inquantoché uno stimava dieci volte di più ed uno dieci volte di meno e quindi sbagliavano egualmente.

Ma della questione veniva investito anche il Nozzolini che rispondeva in modo diverso, facendo rilevare che l'errore era da valutarsi non in base a proporzioni geometriche ma, bensì in base a quelle aritmetiche e perciò commetteva maggior errore chi più si scostava dal valore vero e quindi colui che stimava mille.



Confronto di informazioni

Le informazioni analizzate singolarmente non sono sempre significative. Occorre trasformarle ed associarle per ricavarne il contenuto informativo

La trasformazione più importante e frequente è il rapporto (quoziente, saggio, etc.)

$$R_i = \frac{Y_i}{X_i} \quad X_i \neq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

La divisione crea una relazione binaria tra due numeri e può avere due scopi



DIVIDERE

Quanta parte del numeratore è attribuibile ad ogni singola parte del denominatore

REDDITO PRO-CAPITE



COMPARARE

Confronto tra due situazioni diverse

EFFICIENZA = BENEFICIO/COSTO

Esempi (pro rata parte)

La percentuale

1) Che percentuale di 70 è 13? Si imposta la proporzione: 13 sta a 70 come "x" sta a 100 il che implica la divisione di 13 per 70 e la moltiplicazione per 100:

$$x = \frac{13}{70} * 100 = 18.57$$

in cui, il segno "=", indica equivalenza sostanziale perché sono state troncate le cifre dopo la seconda posizione decimale.



2) Qual'è il 32% di 127? Anche qui c'è una proporzione: 32 sta a 100 come "x" sta a 127 che si risolve moltiplicando 127 per 32 e dividendo per 100:

$$x = \frac{32}{100} * 127 = 0.32 * 127 = 40.64$$

Attenzione!

La percentuale di donne iscritte all'università è diversa dalla percentuale di donne fra tutti gli iscritti all'università.

La irreversibilità di concetto nello scambio tra parti e tutto è sottile:

Se un X% di chi è A è anche B, allora è anche vero che un X% di chi è B è anche A.



Questo è un errore logico: occorre distinguere tra chi è il tutto e chi è la parte:

E' sicuro che se una parte delle donne è iscritta all'università, allora una parte degli iscritti all'università sono donne, ma non tutte le donne sono iscritte all'università come pure non tutti gli iscritti all'università sono donne

Significato generale

E' importante abituarsi a leggere i rapporti statistici (ed i loro reciproci)

Ogni ettaro di superficie vitata produce "mediamente" 50 q.li di uva

$$\frac{\text{Produzione di uva}}{\text{Superficie vitata}} = 50$$



$$\frac{\text{Superficie vitata}}{\text{Produzione di uva}} = 0.02$$

Per produrre un q.le di uva è necessario destinare a vite 0.02 ettari di superficie agraria

Infinity!

Pinotto (35 anni) vuole sposare una ragazza di 5 anni. Gianni, esterrefatto esclama: Ma se hai 7 volte la sue età. Sì, ma fra 5 anni lei ne avrà 10 ed io 40 cosicché avrò solo 4 volte la sua età e quando ne avrò 60 lei ne avrà 30 ed avrò solo il doppio dei suoi anni. Mi basta essere paziente e arriverà il momento in cui avremo la stessa età e potremo sposarci.

Ha veramente ragione?

$$\begin{cases} f(x) = 35 + x \\ g(x) = 5 + x \end{cases}$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{35 + x}{5 + x} \right] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow \infty} [35 + x - 5 - x] = 30$$

Il rapporto si avvicina sempre di più all'unità, ma la loro differenza rimane invariata. Numeratore e denominatore si avvicinano sempre di più, ma non potranno mai ridurre il divario di 30 anni.



La standardizzazione/3

Il secondo punto è riferito alla conversione tra una base numerica ed un'altra.

Se si sono verificati 4 casi di enfisema polmonare su un totale di 250 operaie fumatrici, l'incidenza sarà:

$$\frac{4}{250} = \frac{0.016}{1} = \frac{16}{1'000}$$



cioè 16 ammalate ogni mille operaie fumatrici.

Il presupposto è che il tasso malattia sia lo stesso fra 250 e 1000 operaie e questo non è affatto certo: gli stabilimenti più grandi hanno forse maggiori controlli.

D'altra parte non è neanche detto che esista uno stabilimento che abbia 1000 operaie fumatrici (e meno male).

Applicazione demografica

Confronto della popolazione di due diverse città rispetto al tasso di mortalità.

Età	Città A		Città B	
	Popolazione	Morti	Popolazione	Morti
20 - 29	45000	90	30000	45
30 - 39	40000	120	30000	105
40 - 49	35000	140	40000	180
50 - 59	30000	150	50000	225
Totale	150000	500	150000	555

Tasso grezzo di mortalità

$$A: \frac{500}{150000} \times 1000 = 3.33; \quad B: \frac{555}{150000} \times 1000 = 3.70$$

Il risultato che vede prevalere la città "B" è influenzato dalla diversa distribuzione delle due popolazioni per classi di età.

in demografia e in epidemiologia il confronto avviene "a parità di popolazione" cioè eliminando le diversità di età, sesso, etnia che possono viziare il confronto.

Errore di generalizzazione

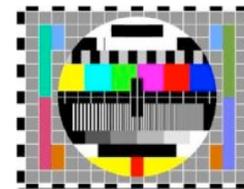
L'Antitrust proseguirà fino al termine del 2011 l'indagine su Auditel.

La società per il rilievo degli ascolti televisivi è stata accusata da Sky Italia di comportamenti restrittivi alla concorrenza.



Sky ha evidenziato che

"il campione su cui sono effettuate le rilevazioni non rappresenterebbe i comportamenti di ascolto di circa 5 milioni di individui stranieri residenti in Italia" e non tiene conto di chi non possiede una tv. Ciò comporterebbe "una evidente distorsione dei risultati sul piano qualitativo e quantitativo".



Una share del 7% rilevata da Auditel non si applica a 40 milioni di spettatori, ma a 35 milioni

$$7\% \text{ di } 40M = 2'800'000 \text{ spettatori}$$

$$7\% \text{ di } 35M = 2'450'000 \text{ spettatori}$$

Esempio

Età	Popolazione ipotetica	Città A		Città B	
		Tasso specifico	Morti attese	Tasso specifico	Morti attese
20 - 29	75000	$(90/45000) \times 1000 = 2$	$2 \times 75 = 150$	$(45/30000) \times 1000 = 1.5$	112.5
30 - 39	70000	$(120/40000) \times 1000 = 3$	$3 \times 70 = 210$	$(105/30000) \times 1000 = 3.5$	245.0
40 - 49	75000	$(140/35000) \times 1000 = 4$	$4 \times 75 = 300$	$(180/40000) \times 1000 = 4.5$	337.5
50 - 59	80000	$(150/30000) \times 1000 = 5$	$5 \times 80 = 400$	$(225/50000) \times 1000 = 4.5$	360.0
Totale	300000		1060		1055

La popolazione ipotetica si ottiene aggregando le due popolazioni per classi di età

$$\text{Tassi standardizzati di mortalità: } A: \frac{1060}{300000} \times 1000 = 3.53; \quad B: \frac{1055}{300000} \times 1000 = 3.52$$

I tassi grezzi erano diversi (3.33 e 3.73); i tassi standardizzati sono simili.

La presenza di una più numerosa classe a rischio nella città "B" ha portato ad un corretto innalzamento del tasso di questa città

Caratteristiche dei rapporti statistici

Le proprietà dei rapporti sono evidenti, ma vale la pena ricordarle:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) R_i = 1 \text{ se e solo se } Y_i = X_i \\ 2) R_i < 1 \text{ se e solo se } Y_i < X_i \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 3) R_i > 1 \text{ se e solo se } Y_i > X_i \\ 4) R_i = \frac{aY_i}{aX_i} \text{ per ogni } a \neq 0 \end{array} \right.$$

Particolare rilevanza ha l'ultima perché consente di non preoccuparsi dell'ordine di grandezza delle variabili.

Disoccupazione per sesso e per ripartizione geografica.

E' subito evidente quale sia la combinazione più diffusa: 27.66% cioè donna e meridionale (e disoccupata).

Ripartizioni	Maschi		Femmine		Totale	
	Unità	%	Unità	%	Unità	%
Nord	324	4.91	433	9.94	756	6.90
Centro	180	6.62	235	13.94	415	9.42
Sud	793	16.46	647	27.66	1439	20.10
Italia	1297	9.17	1314	15.68	2611	11.59

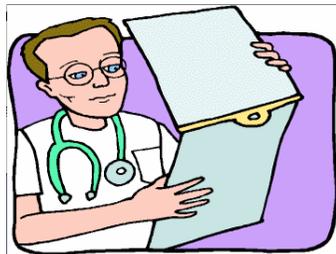
Diffusione dei R.S./1

La grande diffusione dei rapporti statistici dipende da varie ragioni:

- Il dato su di un rapporto è spesso più accessibile come tale che non attraverso i dati che lo compongono:

Nelle analisi cliniche è difficile stabilire quando costa l'errore di classificare un A come B: $E(A|B)$ oppure un B come un A: $E(B|A)$. E' più semplice stabilire il loro rapporto: $E(A|B)/E(B|A)$

Ad esempio 1:5 senza parlare di soldi



Utilità dei rapporti

Le informazioni date dai rapporti statistici sono grezze ed il loro uso è giustificato solo in occasioni particolari o in mancanza di informazioni dirette.

Spesso si impiega una "batteria" di rapporti per spiegare certi fenomeni.



- ◆ Analisi di Bilancio
- ◆ Rischio-Paese
- ◆ Impatto ambientale
- ◆ Indicatori sociali

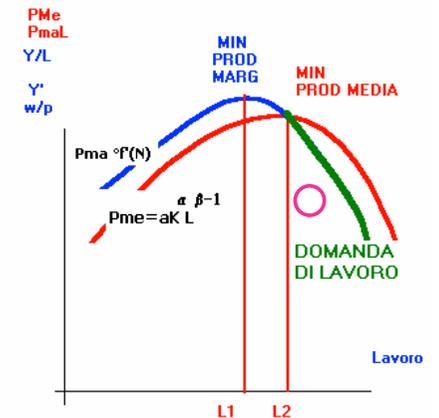
La semplicità non deve però ingannare: con essi si possono saggiare, magari superficialmente, fenomeni complessi e non abordabili per altre vie.

Diffusione dei R.S./2

In certi studi economici il rapporto fra due dati è adoperato come stima di valori marginali o non direttamente misurabili.

Fino al livello di lavoro L_1 entrambe le curve crescono; nel tratto L_1-L_2 la produttività media cresce e la curva della produttività marginale decresce fino al punto di intersezione che è L_2 .

Dopo L_2 entrambe le curve decrescono. In L_2 c'è il massimo del livello di produttività media; il punto di incontro tra Pme e Pma rappresenta il massimo del livello di produzione dell'impresa (o di ottimo)



$$PMe = \frac{Y}{L} \cong \frac{\Delta Y}{\Delta L} = PmaL$$

Diffusione dei R.S./3

Se il numeratore ed il denominatore sono viziati da uno stesso errore proporzionale, il loro rapporto non ne risente.

Siano X_1 ed X_2 i dati veri che si intendeva rilevare e siano invece Y_1 ed Y_2 quelli rilevati con un errore proporzionale comune ad entrambi i dati.

$$Y_1 = X_1 + aX_1 = (1+a)X_1; \quad Y_2 = X_2 + aX_2 = (1+a)X_2$$

il rapporto $\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{(1+a)X_1}{(1+a)X_2}$ è uguale al rapporto $\frac{X_1}{X_2}$

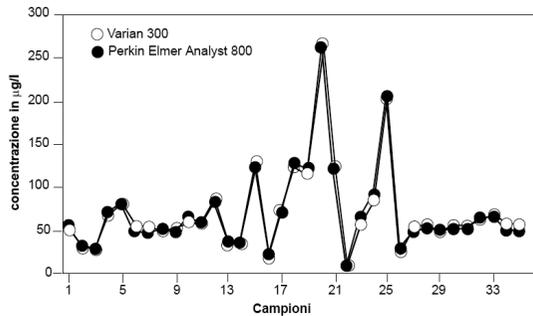


Figura 8. Confronto Varian 300/Perkin Elmer Analyst 800

Il rapporto tra i due dati contaminati è identico a quello ottenuto con i due dati puri

Ecco un esempio di due serie di misurazioni: il rapporto molto vicino all'unità indica che l'errore dell'una rispetto all'altra è proporzionale

Prudenza nell'uso

Il contenuto pragmatico è fondato su una connotazione di serietà e solennità che bisogna contestare prima di fidarsene del tutto.

“Le spese per l’abitazione non devono superare un terzo delle entrate mensili”



Quante volte il livello “ottimo” del rapporto è corrisposto ad una situazione realmente soddisfacente?

Quante volte è stato smentito?

In fondo i rapporti indicano non implicano. Sono una definizione operativa del fenomeno, non la sua spiegazione.

Limiti: paradosso di Simpson

L’istituto federale di statistica degli Stati Uniti riportava un persistente aumento del tasso di criminalità. Studi più attenti dimostrano il contrario.

Il tasso di criminalità è diminuito sia nelle zone rurali che in quelle urbane, ma nel complesso è aumentato.

	Anno_1			Anno_2		
	Residenti	Delitti	Del./Res.	Residenti	Delitti	Del./Res.
Zone rurali	800000	32000	40	100000	3000	30
Zone urbane	200000	24000	120	900000	63000	70
Totale	1000000	56000	56	1000000	66000	66

Il fenomeno di inurbamento ha portato a calcolare su di un numero più elevato il tasso maggiore.

Il Paradosso di Simpson si verifica se una popolazione risulta dalla aggregazione di due sottopopolazioni molto sbilanciate rispetto al fattore da analizzare.

Sistemi elettorali - Formule di calcolo

Metodo d' Hondt	Divisori				Assegnazione				Ordinamento dei quozienti					
	1	2	3	4	5 Seggi	8 Seggi	4 Seggi	12 Seggi						
Lista A	171000	171000	85500	57000	42750	34200	4	2	5	1	3	6	8	11
Lista B	132000	132000	66000	44000	33000	26400	3	1	3	2	5	7		
Lista C	84000	84000	42000	28000	21000	16800	1	1	3	4	9	12		
Lista D	36000	36000	18000	12000	9000	7200	0	0	1	10				
			423000											

Metodo Saint Laguë/Webster	Divisori				Assegnazione								
	1	3	5	7	11 Seggi	8 Seggi	4 Seggi	12 Seggi					
Lista A	171000	122142.9	57000.0	34200.0	24428.6	15545.5	3	2	4	1	4	6	10
Lista B	132000	94285.7	44000.0	26400.0	18857.1	12000.0	3	1	4	2	5	8	11
Lista C	84000	60000.0	28000.0	16800.0	12000.0	7636.4	2	1	3	3	7	12	
Lista D	36000	25714.3	12000.0	7200.0	5142.9	3272.7	0	0	1	9			

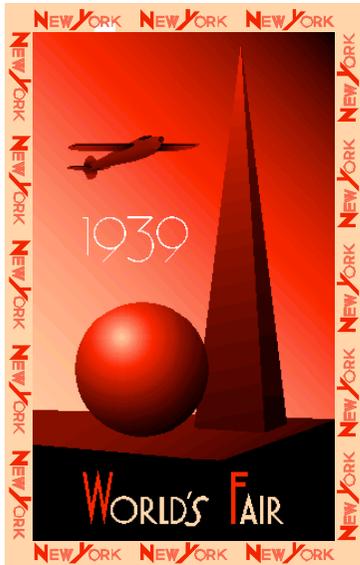
Metodo Hare	423.000/8= 52.875 (Ratio su 8 seggi)				Su 4 Seggi (423000/4=105.75)				Su 12 Seggi (423000/12=35250)					
	Voti/Ratio	Seggi	Resti	Seggi R.	Seggi T.	Quoz.	Resti	Seggi R.	Seggi T.	Quoz.	Seggi	Resti	Seggi R.	Seggi T.
Lista A	171000	3.234	3	12375	0	3	1.617	1	65250	1	2	4.851	4	30000
Lista B	132000	2.496	2	26250	0	2	1.248	1	26250	0	1	3.745	3	26250
Lista C	84000	1.589	1	31125	1	2	0.794	0	84000	1	1	2.383	2	13500
Lista D	36000	0.681	0	36000	1	1	0.340	0	36000	0	0	1.021	1	750
			6 seggi						2 seggi					10 seggi
			Non Assegnati 2						NA 2					NA 2

Osservazioni:

- a) in collegi poco ampi gli effetti maggioritari prendono il sopravvento, a prescindere dalla regola di computo dei seggi
- b) la Regola d'Hondt tende a produrre effetti maggioritari sensibilmente superiori alla Regola di Saint Lague
- c) fra Hare, Saint Lague e d'Hondt l'incremento dell'ampiezza del collegio ha comunque per effetto l'estendersi degli effetti proporzionali

I rapporti statistici hanno un ruolo importante in molte occasioni. Occorre conoscerli per poter decidere quali usare e come usarli

Classificazione dei rapporti statistici



Rapporti che si semplificano

producono un concetto analogo a quello espresso da uno dei termini

- Rapporti di composizione
- Rapporti di densità
- Rapporti di coesistenza
- Rapporti di causa-effetto

Rapporti che si risolvono

rendono un concetto nuovo rispetto a quello espresso dai componenti

- Rapporti di durata
- Rapporti di rotazione

Variazioni relative

- Capitalizzazione semplice
- Capitalizzazione composta
- Capitalizzazione istantanea
- Numeri indici

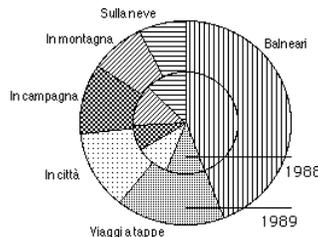
Esempio

I rapporti di composizione corrispondono alla ripartizione di un cerchio in cui i settori siano proporzionali alle intensità associate alle varie unità.

Esempio.

Vacanze e soggiorni all'estero per il biennio 88-89. Milioni di viaggi.

Destinazioni	1988	1989
Balneari	43	48
Viaggi a tappe	11	18
In città	10	14
In campagna	8	12
In montagna	13	9
Sulla Neve	12	8
Totale	97	109



Le balneari aumentano in assoluto (+5), ma diminuiscono in percentuale: dal 44.3% al 44.0%

Rapporti di composizione

Con questi rapporti si confronta una parte al tutto al fine di misurare la importanza relativa di una componente rispetto alla totalità del fenomeno.



ESEMPLI:

Frequenze o intensità relative

$$\text{rapporto di mascolinità: } \frac{M}{(M+F)}$$

Titoli obblig. e Azionari
Attività correnti

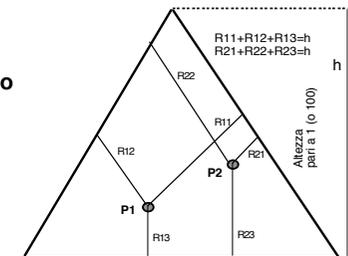
$$\text{Indici antropometrici. Ad es.: } \frac{\text{lunghezza avambraccio}}{\text{lunghezza braccio}}$$

In pratica, i termini di una serie (frequenze o intensità) sono divisi per il loro totale producendo valori più facili da interpretare ed investigare.

Grafico ternario

Se i dati di ogni unità sono tre frazioni sommandi ad uno si può usare un grafico molto interessante

In un triangolo equilatero la somma delle distanze dai lati di un punto "P" interno al triangolo è costante ed è pari all'altezza del triangolo stesso



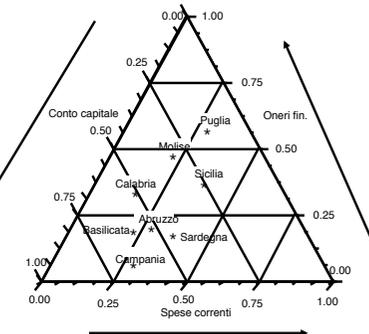
Esempio:

Distribuzione delle spese previste dalle Regioni del Mezzogiorno per voci economiche (1993).

Regione	Spese correnti	In conto capitale	Oneri finanziari
Abruzzo	30.2	51.9	17.9
Molise	24	31.2	44.8
Campania	31	64.9	4.1
Puglia	30.8	14.6	54.6
Basilicata	25.1	58.5	16.4
Calabria	18.5	50.8	30.7
Sicilia	40.1	25.4	34.5
Sardegna	39.3	45.9	14.8

Le linee sono parallele all'asse e convergono verso l'angolo opposto

Si tracciano solo due linee. La terza è in automatico

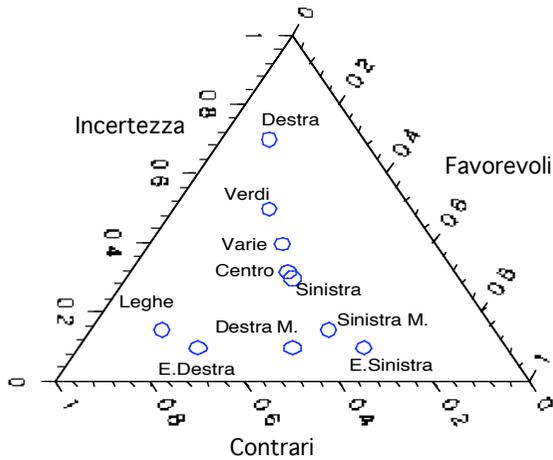


Il grafico evidenzia la posizione della Campania e della Puglia che presentano una composizione molto sbilanciata.

Esempio

I voti in parlamento delle varie coalizioni è stato classificato in tre categorie mutualmente esclusive

Coalizioni	Fav.	Cont.	Inc.
E.Destra	25	65	10
Destra	10	20	70
Destra M.	35	35	30
Centro	28	32	40
Sinistra M.	45	45	10
Sinistra	50	35	15
E.Sinistra	60	30	10
Verdi	20	30	50
Leghe	15	70	15
Varie	33	35	32



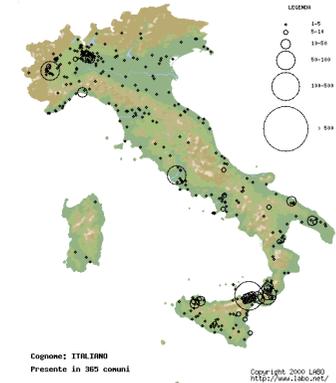
La collocazione dei vari partiti rispetto agli altri è ben chiarita dal grafico ternario.

Rapporti di densità

Con questi rapporti si ragguagliano le ripetizioni di un certo fenomeno con l'ordine di grandezza con cui il fenomeno stesso si manifesta.

Le quantità al numeratore e al denominatore sono grandezze eterogenee.

$$\text{grado di affollamento: } \frac{\text{popolazione residente}}{\text{vani occupati}}$$



ESEMPIO:

$$\text{Frazionamento: } \frac{\text{Entità Dep. a Resp. + CIC}}{\text{Numero di Dep. a Resp. + CIC}}$$

Il significato è :

se tutte le unità al denominatore avessero lo stesso valore rispetto al numeratore, il rapporto di densità è quello che toccherebbe a ciascuna di esse.

Uso dei rapporti di densità

1) I rapporti di densità si adoperano se mancano informazioni esplicite oppure non si ha disponibilità completa di dati sul (specialmente per dati aggregati)

ESEMPI

- Produttività del lavoro;
- Intensità del capitale;



2) I rapporti di densità permettono anche di creare grandezze fittizie da usare per il confronto di caratteristiche altrimenti non comparabili.

ESEMPI

- Superficie al pubblico/addetti
- Km di rete stradale/km² di Superf.



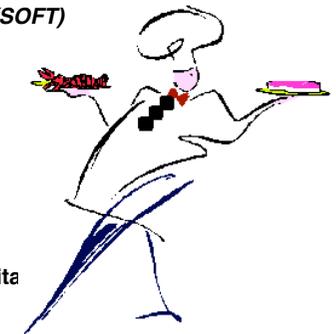
Indicatori

I rapporti di densità sono alla base di molti indicatori sociali e benessereiali

Nacquero per misurare *HARD* la "qualità della vita" (*SOFT*)

ESEMPI

- Numero medio di componenti per famiglia
- Medici ogni 1000 abitanti
- Posti letto negli istituti di cura ogni 100 mila abita



Per ognuno dovrebbe essere stabilita una soglia critica minima e massima al di là delle quali intervenire

Hanno da sempre vita difficile per la necessaria e pericolosa vicinanza alle decisioni politiche

Rapporti di diffusione

Sono reciproci dei rapporti di densità ed indicano su quante unità di spazio si diffonde mediamente ciascuna unità di misura dell'intensità del carattere al denominatore



Dati per comuni in provincia di Pistoia.

Le graduatorie secondo i due indicatori risultano diverse Perché valorizzano aspetti diversi dei dati coinvolti

	Impianti	Sup.Com. Ha	Sup.Verde Ha	Abitanti	R.Den:ma/ab	R.Diff:ab/mq	Pos.Den	Pos.Diff
AGLIANA	30	1164	11.03	15152	7.280	0.137	12	6
BUGGIANO	11	1612	4.11	8341	4.927	0.203	2	8
CHIESINA-UZZANESE	12	724	3.13	4060	7.709	0.130	14	4
LAMPORECCHIO	34	2217	7.59	7022	10.809	0.093	15	9
LARCIANO	8	2492	4.26	5986	7.117	0.141	11	3
MASSA_E_COZZILE	70	1601	25.21	7387	34.128	0.029	10	1
MONSUMMANO_T.	13	3277	12	20095	5.972	0.167	13	5
MONTALE	60	3202	21.17	10331	20.492	0.049	7	7
MONTECATINI_T.	338	1766	22.02	20627	10.675	0.094	5	13
PESCIA	22	7914	10.8	18570	5.816	0.172	1	10
PIEVE_A_NIEVOLE	10	1271	5	9271	5.393	0.185	3	11
PONTE_BUGGIANESE	37	2974	3.17	7981	3.972	0.252	9	15
QUARRATA	45	4600	13.64	23439	5.819	0.172	4	14
SERRAVALLE\	34	4211	5.41	10640	5.085	0.197	8	2
UZZANO	11	782	2.5	4851	5.154	0.194	6	12

Rapporti di coesistenza

Si ottengono ponendo a confronto le intensità o le frequenze di uno stesso fenomeno in occasioni diverse e fra loro antitetiche

Esempi:

$$\text{Copertura estero} = \frac{\text{Importazioni}}{\text{Esportazioni}}$$

$$\text{Copertura di bilancio} = \frac{\text{Entrate}}{\text{Uscite}}$$

$$\text{Liquidità corrente} = \frac{\text{Attività correnti}}{\text{Passività correnti}}$$

$$\text{Destinazione del reddito} = \frac{\text{Consumo}}{\text{Risparmio}}$$

L'idea di questi rapporti è quella di evidenziare uno squilibrio o uno sbilanciamento in uno dei fenomeni coesistenti.

Se il rapporto è maggiore di uno (o di altro valore di equilibrio) si configura uno scompenso a favore del numeratore.

L'uso dei rapporti di coesistenza è particolarmente significativo quanto i fenomeni a rapporto sono fra di loro complementari.

Rappresentazione grafica

In tabella sono riportati alcuni dati di bilancio consolidato 1991 delle aziende del gruppo IRI. Rappresentiamo graficamente il rapporto Deb.Fin.Netti/Mezzi Propri.

Gruppi principali	Debiti finanzia. netti	Mezzi Propri	X2	X1
Stet	19506	19470	0.50	0.50
Ilva	6338	2973	0.68	0.32
Finmeccanica	4862	2364	0.67	0.33
Intecna	8819	4557	0.66	0.34
Alitalia	1167	1366	0.46	0.54
Sme	166	1363	0.11	0.89
Fla	1648	363	0.82	0.18
Fincantiere	764	703	0.52	0.48
Finmare	1818	405	0.82	0.18
Finisiel	89	251	0.28	0.72
Totale IRI	63330	22246	0.74	0.26

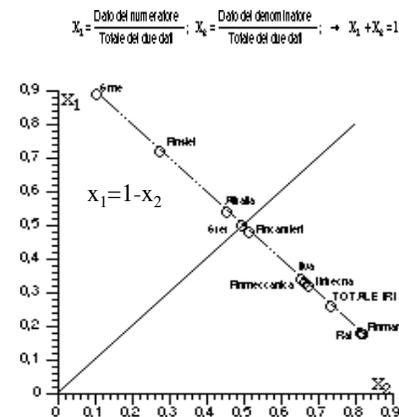
$X_1 = \text{Mezzi propri/Totale}$

$X_2 = \text{Debiti finanziari netti/Totale}$

La bisettrice rappresenta i valori di equilibrio (se tale è l'unità per il caso in esame)

I valori al di sopra sono casi di sbilanciamento a favore del numeratore e quelli sotto di sbilanciamenti a favore del denominatore.

La SME è quella in migliore condizione. La più incagliata risulta la FINMARE



Rapporti causa-effetto (o derivazione)

Mettono in relazione il valore di una variabile con quello di un'altra che è una premessa della prima.

$$\frac{\text{Valore produzione}}{\text{Ricavi netti}}$$

è adoperato per valutare la capacità di un'azienda di mantenere un rapporto equilibrato e profittevole tra costi e ricavi.

Di norma, il valore dell'indice è superiore all'unità dato che non tutta la produzione viene venduta (una parte finisce nelle scorte) ed una parte della produzione non è destinata alla vendita.

Tuttavia, un valore costantemente sopra l'unità è un segnale di inefficienza.

ALTRI ESEMPI

$$\text{Turn over: } \frac{\text{Ricavi netti di esercizio}}{\text{Attivo netto}} ;$$

$$\text{Sofferenza: } \frac{\text{Fidi non rientrati}}{\text{Fidi concessi}} ;$$

Rapporti di destinazione

E' il reciproco del rapporto di derivazione ed indica quante unità di misura dell'intensità del carattere posto al numeratore è mediamente destinata ad ogni unità di misura dell'intensità del carattere indicato al denominatore.

PROSPETTO 6. POPOLAZIONE RESIDENTE PER VIAGGI E PER RIPARTIZIONE GEOGRAFICA
Anni 2010 e 2011, composizioni percentuali

RIPARTIZIONE	POPOLAZIONE RESIDENTE (valore medio dei 4 trimestri)	PERSONE CHE HANNO VIAGGIATO (per 100 residenti. Valore medio dei 4 trimestri)	VIAGGI			
			VIAGGI MEDI PRO-CAPITE (a)	Provenienza		
2010						
Nord	45,6	31,3	1,9	53,3	45,9	1,9
Centro	19,7	30,4	2,0	23,9	23,3	2,0
Mezzogiorno	34,7	19,5	1,1	22,8	30,8	1,1
ITALIA	100,0	27,0	1,7	100,0	100,0	1,7
2011						
Nord	45,8	28,7	1,6	54,4	46,7	1,6
Centro	19,7	26,5	1,6	23,2	25,9	1,6
Mezzogiorno	34,5	15,3	0,9	22,4	27,4	0,9
ITALIA	100,0	23,6	1,4	100,0	100,0	1,4

(a) Il numero di viaggi medi pro-capite è calcolato rapportando il numero dei viaggi effettuati nell'anno alla popolazione residente (valore medio dei 4 trimestri), comprensiva sia di persone che hanno viaggiato che di persone che non hanno viaggiato.
Dati 2011 provvisori.

Quante persone si debbono intervistare -mediamente- perché se ne trovi una che ha viaggiato.

Esempio

Interrogazioni e di risposte presentate complessivamente nella decima legislatura



Sede	Interrogazioni	Risposte
Camera-Risposta scritta-Aula	31750	14710
Camera-Risposta scritta-Comm.	3517	1203
Senato-Risposta scritta-Aula	7806	3816
Senato-Risposta scritta-Comm.	1275	182
Camera-Risposta orale-Aula	3547	1194
Senato-Risposta orale-Aula	511	383
TOTALE	48406	21488

- Calcolare il rapporto di Causa/Effetto Risposte/Interrogazioni;
- Individuare la situazione di maggiore sensibilità del governo.

Sede	Interrog.	Risposte	Risposte/Interr.
Camera-Risposta scritta-Aula	31750	14710	46.33%
Camera-Risposta scritta-Comm.	3517	1203	34.21%
Senato-Risposta scritta-Aula	7806	3816	48.89%
Senato-Risposta scritta-Comm.	1275	182	14.27%
Camera-Risposta orale-Aula	3547	1194	33.66%
Senato-Risposta orale-Aula	511	383	74.95%
	48406	21488	44.39%

Maggiore disponibilità
Minore disponibilità

Le risposte scritte sono più richieste di quelle orali. Perché?

Quozienti generici e specifici

Una stessa variabile può fare da premessa a più fenomeni.

Se ciò che è posto al numeratore è solo genericamente riferibile al denominatore si parla di quozienti **GENERICI**, se invece c'è un legame esplicito si hanno i quozienti **SPECIFICI**.



Produttività ateneo: $\frac{\text{Laureati al tempo "t"}}{\text{Immatricolati al tempo "t-5"}}$ specifico

Produttività ateneo: $\frac{\text{Laureati al tempo "t"}}{\text{Iscritti totali al tempo "t"}}$ generico

Il primo indice è **SPECIFICO** in quanto il vero presupposto dei laureati non è la iscrizione (quoziente **GENERICO** o **GREZZO**) che include anche coloro che alla laurea non arrivano.

Il confronto corretto si realizza con gli immatricolati nell'anno di inizio dei corsi di laurea (triennali + 1 anno di F.C.)

Rapporti flusso/stock

Molte variabili utili ed interessanti si ottengono dai rapporti

$$\text{Durata} = \frac{\text{Variabile stock}}{\text{Variabile flusso}}; \quad \text{Rotazione} = \frac{\text{Variabile flusso}}{\text{Variabile stock}}$$

dove, in una data unità di tempo (minuti, ora, giorno, mese, etc.):

VARIABILE STOCK= consistenza, in numero o in quantità, di un fenomeno in un dato istante;

VARIABILE FLUSSO= ammontare o numero di quella parte del fenomeno che è interessata da movimenti in entrata o in uscita

Alla base di questi rapporti c'è il presupposto che il fenomeno su cui si rilevano sia **STAZIONARIO**.

Ancora sui rapporti flusso/stock

Un fenomeno stazionario è simile ad una sala o una piazza con un numero fisso di posti Co già tutti occupati: perché si entri qualcuno è necessario che un altro esca.

$$E = \text{entrate}; \quad U = \text{uscite}$$

Supponiamo che in un dato periodo si abbiano

La stazionarietà implica che $U = E = Nu = \text{unità rinnovate}$

Ecco due classi di rapporti molto interessanti:

$$R = \frac{Nu}{Co}$$

Rotazione:

La frequenza o la rotazione con cui il posto è stato occupato

$$D = \frac{1}{R} = \frac{Co}{Nu}$$

Durata

Intervallo di tempo medio fra due successive sostituzioni di unità sul medesimo posto ovvero il tempo medio di permanenza su ciascun posto



I rapporti di durata/2

$$\text{durata media della vita} = \frac{2 * \text{Popolazione media}}{(\text{Nascite} + \text{Morti})}$$

$$\text{degenza media} = \frac{(\text{Pazienti 1/1} + \text{Pazienti 31/12})}{(\text{Dimessi} + \text{Accettati})}$$

$$\text{giacenza media} = \frac{(\text{Riman. iniz} + \text{Riman. fin})}{(2 * \text{Vendita media})}$$

Può succedere che per "Nu" e/o per "Co" si abbiano misurazioni più accurate. In questi casi i valori più esatti si sostituiscono senz'altro nelle formule approssimate

N.B. Anche i fenomeni più semplici sono alimentati da una molteplicità di cause. La semplicità dei rapporti spinge a limitare l'attenzione a quelle più rilevanti

Rapporto di durata/1

Coinvolge la parte RINNOVO (flusso) e la parte CONSISTENZA MEDIA (stock)

La parte che si rinnova "Nu" è stimata dalla semisomma tra entrate e uscite

$$\text{Stima del rinnovo: } Nu = \frac{E + U}{2}$$

La consistenza media "Co" è stimata dalla semisomma tra la iniziale e quella finale

$$Co = \frac{C_i + C_f}{2}$$

Stima della consistenza media:

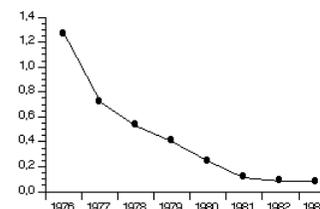
$$\text{RAPPORTO DI DURATA: } D = \frac{Co}{Nu} = \frac{\frac{C_i + C_f}{2}}{\frac{E + U}{2}} = \frac{C_i + C_f}{E + U}$$

Questa classe di rapporti serve a misurare il tempo di permanenza media di una singola unità nonché il tempo di esaurimento del fenomeno dall'interruzione dell'entrata

Esempio

Considerate le seguenti informazioni sulle giacenze di magazzino e sulle vendite della General Cosmetics e calcolate la durata della giacenza media per i vari anni.

Anno	Rim.Iniziali	Rim.Finali	Totale vendite	Vendita media	Giac.media-mesi
1976	21688	12628	162500	13542	1.2670
1977	12628	11314	198700	16558	0.7230
1978	11314	10210	241800	20150	0.5341
1979	10210	9736	292900	24408	0.4086
1980	9736	5277	363600	30300	0.2477
1981	5277	3828	471900	39325	0.1158
1982	3828	3734	530100	44175	0.0856
1983	3734	4155	570100	47508	0.0830



Si nota un costante aumento delle vendite cui A fa riscontro una progressiva riduzione della giacenza media in magazzino che nell'ultimo anno arriva agli 8.3% di un mese, cioè 2,5 giorni

$$C = \frac{C_i + C_f}{2}; \quad R = \text{Vendite medie} \quad GM = \frac{C}{R}$$

I rapporti di rotazione

Misurano il numero medio di volte che uno stesso fenomeno torna a verificarsi in una data unità di tempo.

La costruzione dei rapporti di rotazione utilizza pure rinnovo e consistenza media, ma in ruoli opposti a quelli dei rapporti di durata.

$$\text{Rapporto di rotazione } R = \frac{Nu}{Co} = \frac{\frac{E+U}{2}}{\frac{C_i+C_f}{2}} = \frac{E+U}{C_i+C_f}$$

Per ogni rapporto di durata si può pensare ad un corrispondente rapporto di rotazione e viceversa.

Tuttavia, i due rapporti hanno significato autonomo e possono essere usati indipendentemente l'uno dall'altro.

Esempio

Un indice molto importante per misurare l'efficienza di un'azienda è l'indice di rotazione del magazzino.

E' data rapportando il costo del venduto alla consistenza media del magazzino costituita dalla semisomma delle esistenze iniziali e delle rimanenze finali

$$\text{Rot. Mag.} = \frac{\text{Costo del venduto}}{\frac{\text{Giaccenze } 1/1 + \text{Rimanenze } 31/12}{2}}$$

$$\text{Rot. Mag.} = \frac{190}{125} = 1.52$$

Giaccenze 1/1	120 milioni (a)
Acquisti '90	200 milioni (b)
Totale carico	320 milioni (c)
Rimanenze 31/12	130 milioni (d)
Costo del venduto	190 milioni (e)

$$E = C - D$$

*Vendite=Riacquisti
per l'ipotesi di fenomeno
stazionario*

I rapporti di rotazione/2

ESEMPI

$$\text{Efficienza bancaria} = \frac{(\text{Depositi} + \text{Impieghi})}{\text{Consistenza media dei depositi}}$$

$$\text{Quoziente generico di mortalità} = \frac{\text{Morti}}{\text{Popolazione Residente}}$$



$$\text{Disponibilità di posti letto} = \frac{1}{\text{Degenza media}}$$

I rapporti di rotazione servono a colmare lacune nei dati oppure a dare delle prime impressioni a costi di elaborazioni molto bassi.

Numero stimato di partecipanti (ad una manifestazione)



Superficie : 80x100 = 8000m²

Posti : 4 * 8000 = 32000

Entrata media in 5 minuti : 320 (1%)

Uscita media in 5 minuti : 320

Da parte degli organizzatori

$$\text{Rotazione} : \frac{320}{32000} = 0.01$$

$$\text{Partecipanti} : 32000 + (0.01 * 32000) * 2 * 12 = 39680 \text{ (due ore di manifestazione)}$$

Da parte degli oppositori
8000 (1x mq) invece di 32000 con
9920 partecipanti

Variazioni relative

Una popolazione è stata scrutinata rispetto ad una variabile in una data occasione. La stessa operazione è ripetuta in un'altra e ci si chiede quale sia la variabile che possa esprimerne le variazioni.

ESEMPIO:
Avvisi di gare pubblicati sulla G.U.

La differenza assoluta (3^a colonna) non è informativa: può essere poco o molto in relazione al valore iniziale.

Se da 100 si passa a 200 c'è una variazione del 100%; se da 1000 si passa a 1100 la variazione è solo del 10%.

	1°	2°	3°	4°	5°
Regione	1991	1992	$\frac{(2)-(1)}{(1)}$	$\frac{((2)/(1))-100}{100}$	$\frac{((1)/(2))-100}{100}$
Piemonte	481.6	1856.0	1374.4	385.38	25.95
Lombardia	782.6	818.1	35.5	104.54	95.66
Veneto	539.2	466.4	-72.8	86.50	115.61
Emilia Romagna	341.2	765.8	424.6	224.44	44.55
Lazio	1024.0	498.9	-525.1	48.72	205.25
Campania	860.7	804.3	-56.4	93.45	107.01
Calabria	261.5	567.4	305.9	216.98	46.09

I rapporti di coesistenza della 4^a e 5^a colonna danno indicazioni indirette: nel 1992 il Piemonte ha appaltato il 385% del 1991 ovvero nel 1991 si è appaltato per un importo pari al 26% rispetto al 1992.

Variazioni relative/2

Occorre abbinare le informazioni dei rapporti di coesistenza e delle differenze in nuove variabili dette **VARIAZIONI RELATIVE**

Il rapporto $H(Y_i, X_i)$ misura la variazione relativa se

$$\begin{cases} H(Y_i, X_i) = 0 & \text{se e solo se } Y_i = X_i \\ H(Y_i, X_i) < 0 & \text{se } Y_i < X_i \text{ e } H(Y_i, X_i) > 0 & \text{se } Y_i > X_i \\ H(\cdot) & \text{è una funzione crescente del rapporto } \frac{Y_i}{X_i} \\ H(aY_i, aX_i) = H(Y_i, X_i) & \text{per } a \neq 0 \end{cases}$$

Anche antisimmetrica

La funzione "H" è **EMISIMMETRICA** se $H(Y_i, X_i) = -H(X_i, Y_i)$ cioè se si scambiano di ruolo le variabili cambierà il segno, non il valore della funzione.

Variazioni relative/3

$$H_1 = \left(\frac{Y_i}{X_i}\right)^a - 1; \quad H_2 = \left(\frac{X_i}{Y_i}\right)^a - 1; \quad H_3 = \frac{Y_i - X_i}{\left[\frac{(Y_i^a + X_i^a)}{2}\right]^{\frac{1}{a}}}; \quad H_4 = a \ln\left(\frac{Y_i}{X_i}\right)$$

La "3" e la "4" sono emisimmetriche; non lo sono la "1" e la "2". Questo provoca incongruenze.

ESEMPIO

Prima di una svalutazione, il cambio Euro/Dollaro era 900:1000 cioè erano necessarie 900 euro per acquistare 1000 dollari. Dopo la svalutazione il cambio è 1125:1000. L'euro si è svalutato del 20%, ma il dollaro si è rivalutato del 25%. Come è possibile?

$$H_1 = \left[\left(\frac{1125}{900}\right) - 1\right] * 100 = 25\%; \quad H_2 = \left[\left(\frac{900}{1125}\right) - 1\right] * 100 = -20\%$$

$$H_3 = \left[\left(\frac{1125 - 900}{\frac{1125 + 900}{2}}\right) - 1\right] * 100 = +22.22\%; \quad H_4 = \left[\left(\frac{900 - 1125}{\frac{1125 + 900}{2}}\right) - 1\right] * 100 = -22.22\%;$$

Applicazione

TAB. 2 – Elezioni regionali 2001-2006. Voti alle coalizioni elettorali per provincia (% e scarti percentuali).

Prov.	Centro-Destra			Centro-Sinistra			Altre liste		
	2001	2006	2006-2001	2001	2006	2006-2001	2001	2006	2006-2001
AG	64,99	60,65	-4,34	29,25	38,94	9,70	5,76	0,40	-5,36
CL	53,43	55,57	2,13	43,00	42,24	-0,76	3,57	2,20	-1,37
CT	70,44	65,68	-4,76	25,12	28,34	3,23	4,45	5,98	1,53
EN	49,52	41,53	-7,99	50,48	55,85	5,37	0,00	2,62	2,62
ME	65,62	60,97	-4,66	28,45	36,51	8,06	5,93	2,53	-3,40
PA	65,76	62,50	-3,26	30,99	37,02	6,03	3,26	0,48	-2,78
RG	61,95	57,53	-4,42	33,92	42,47	8,55	4,13	1,58	-2,55
SR	51,93	53,07	1,15	34,06	44,62	10,56	14,01	2,30	-11,71
TP	71,23	61,48	-9,75	28,77	38,11	9,34	0,00	0,41	0,41

Fonte: Regione Sicilia, Ufficio elettorale.

L'analisi dei risultati elettorali è da sempre soggetta a interpretazioni molteplici. Si mormora che ciascuna delle aree partitiche sia in grado di dimostrare di avere vinto le elezioni. E' realistico?

Tassi di variazione

Se tra le due variabili vige un legame antecedente/consequente le variazioni relative sono casi speciali dei rapporti causa-effetto

Esse danno l'idea del trend di crescita o di diminuzione secondo varie ipotesi sulla evoluzione della variabile nell'unità di tempo considerata.

Esistono diversi metodi per calcolare le variazioni relative:

Capitalizzazione semplice

Capitalizzazione composta

Capitalizzazione continua



Tassi di variazione: cap. semplice/2

Nella formula "1" si ipotizza che incrementi o decrementi non concorrano alla determinazione dell'ammontare del fenomeno nel periodo successivo

Così accade ad un capitale impiegato al tasso di interesse semplice.

$$\frac{Y_i - Y_{i-1}}{Y_{i-1}} * 100$$

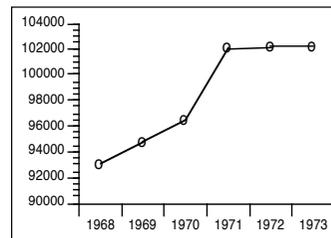
ESEMPIO

A partire dai dati sulla popolazione residente nella città di Cosenza al 31/12 si formi una nuova variabile che misuri le variazioni percentuali tra anni successivi

Anni	Pop.Res.	Var.Perc.
1968	93077	
1969	94800	1.85
1970	96515	1.81
1971	102086	5.77
1972	102287	0.20
1973	102153	-0.13

$$1.85 = \frac{94800 - 93077}{93077} * 100$$

$$1.81 = \frac{96515 - 94800}{94800} * 100$$



Tassi di variazione: cap. semplice/1

La differenza relativa tra due variabili si può misurare rapportando la loro differenza assoluta ad un indicatore dell'ordine di grandezza del confronto.

Ciascuna delle seguenti tre formule potrebbe essere utilizzata

$$R_i^1 = \frac{Y_i - X_i}{X_i}; \quad R_i^2 = \frac{X_i - Y_i}{Y_i}; \quad R_i^3 = \frac{2(Y_i - X_i)}{(Y_i + X_i)}$$

Tutti i rapporti possono essere moltiplicati per 100.

Di solito si utilizza la prima formulazione:

Tasso di variazione nelle sue occasioni nell'ipotesi che il cambiamento sia stato uniforme e non cumulativo nel periodo intermedio

Variazione relativa media

Se l'arco di tempo che intercorre tra le due occasioni "i" e "f" è frazionabile in sottoperiodi si può calcolare la variazione media per sottoperiodo.

Basta dividere la variazione relativa e per il numero dei sottoperiodi

$$V_{i,f} = \left(\frac{1}{f-i} \right) \left(\frac{Y_f - Y_i}{Y_i} \right) \quad \text{Quanta parte della variazione compete al singolo sottoperiodo se a tutti questi spettasse lo stesso ammontare}$$

ESEMPIO:

Occorre stabilire se in effetti i contratti per la compravendita di immobili in Italia sono in crescita oppure no rispetto al periodo iniziale.

Anno	Contratti	Var.Perc.Media
1985	428864	0.00%
1986	462656	7.88%
1987	462648	3.94%
1988	492816	4.97%
1989	474570	2.66%
1990	517025	4.11%
1991	540383	4.33%

$$7.88 = \left(\frac{462656 - 428864}{428864} \right) * 100; \quad 3.94 = \left(\frac{462648 - 428864}{2 * 428864} \right) * 100;$$

$$4.97 = \left(\frac{492816 - 428864}{3 * 428864} \right) * 100;$$

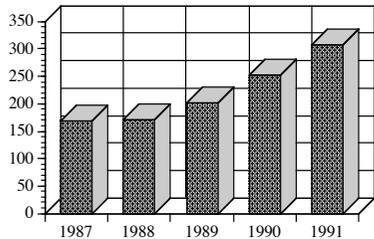
Media delle variazioni relative

Se si dispone dei dati relativi ai sottoperiodi è opportuno coinvolgerli nel calcolo.
Una misura più accurata è

$$V_{i,f} = \left(\frac{1}{f-i} \right) \sum_{j=i+1}^f \left(\frac{Y_j - Y_{j-1}}{Y_{j-1}} \right)$$

Esempio:

Export di lampade Italia-germania



Anno	Miliardi	Variazione
1987	168.0	
1988	171.0	1.79%
1989	201.4	17.78%
1990	251.6	24.93%
1991	308.5	22.62%
	V.R.M.	16.78%

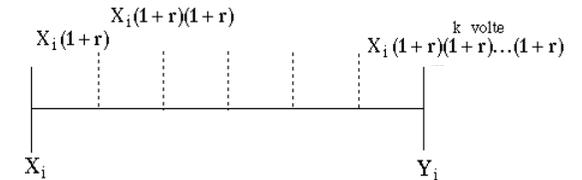
Altro metodo: 20.91%

Tassi di variazione: cap. composta

Nelle serie storiche c'è quasi sempre un effetto di accumulazione, una memoria nel valore attuale, dei valori passati.

Per misurare la variazione percentuale occorre tener conto di quanto succede nei sottoperiodi intermedi.

IPOTESI: ritmo di crescita costante cioè in ogni sottoperiodo il fenomeno cresce della stessa percentuale "r" del livello che ha raggiunto nel sottoperiodo precedente (capitalizzazione composta)



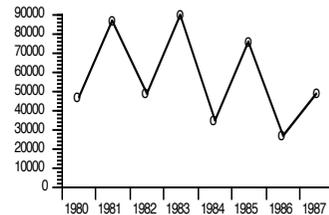
La formula, estesa a "k" sottoperiodi, è

$$R_i = \left[\left(\frac{Y_i}{X_i} \right)^{\frac{1}{k}} - 1 \right] * 100 \quad \text{ovvero} \quad R_i = \left[e^{\left[\frac{1}{k} \right] * \text{Ln} \left(\frac{Y_i}{X_i} \right)} - 1 \right] * 100$$

Esempio

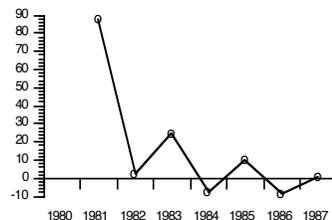
SUPERFICI FORESTATE DISTRUtte DA INCENDI

Anno	Incendi (ha)	Var.Perc./CC
1980	46221	
1981	86655	87.48
1982	48615	2.56
1983	89988	24.87
1984	34131	-7.30
1985	75806	10.40
1986	26694	-8.74
1987	48484	0.69



La serie storica ha tendenze nette. E' evidente l'andamento oscillatorio: negli anni dispari cresce e decresce negli anni pari

Le oscillazioni si smorzano con il passare degli anni. Questo è evidente nel grafico con i tassi di variazione: le onde hanno bande sempre più strette.



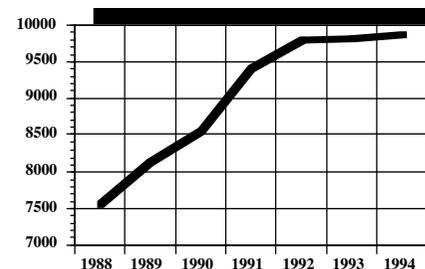
Proiezione di una serie storica

Si ipotizza -in modo spiccio e destrutturato- che ci sia un ritmo di variazione costante "r", per cui il valore tra "i" periodi dopo l'n-esimo è

Anno	Miliardi
1989	8132
1990	8572
1991	9402
1992	9797
1993	9816
1994	9879

$$Y_{n+i} = Y_0(1+r)^{n+i} \quad \text{dove} \quad r = \left[\left(\frac{Y_n}{Y_0} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right]$$

$$r = \left[\left(\frac{9879}{8132} \right)^{\frac{1}{5}} - 1 \right] = 0.0397 = 3.97\%$$



$$Y_{1998} = 8132 * (1 + 0.0397)^{5+4} = 11544.36$$

Tassi di variazione: cap. continua

Talvolta ha senso presupporre un accumulo molto frequente ovvero che il periodo intercorrente tra una capitalizzazione e l'altra sia brevissimo.

Se l'accumulo avviene "h" volte in una fissata unità di tempo, dopo "k" periodi si ha

$$Y_i = X_i * \left(1 + \frac{r}{h}\right)^{h*k} \quad \text{dove "r" è il tasso di accumulazione}$$

Che succede se "h" aumenta senza limite?

$$Y_i = \lim_{h \rightarrow \infty} \left\{ X_i * \left(1 + \frac{r}{h}\right)^{h*k} \right\} = X_i \lim_{h \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{r}{h}\right)^{\frac{h}{r}} \right\}^{r*k} = X_i e^{r*k}$$

Il tasso di variazione si ottiene infine dalla relazione inversa

$$R_i = \frac{100}{k} * \ln\left(\frac{Y_i}{X_i}\right)$$

Applicazione

il tasso di redditività TR dei CTz (Certificati di credito del tesoro zero-coupon) è calcolato sulla differenza tra

Prezzo di acquisto (PA)

Giorni mancanti alla scadenza D (anno di 365 giorni)

Prezzo di rimborso (PR)

$$TR = \left[\left(\frac{PR}{PA} \right)^{\frac{365-D}{365}} - 1 \right] * 100$$

Esempio: PA=90.75, PR=96.84 D=90

Composta: TR=9%

Continua: TR= $\frac{100}{(365/275)} \ln\left(\frac{96.84}{90.75}\right) = 4.89\%$

La ritenuta fiscale del 12.5% è posticipata e viene operata in un'unica soluzione alla scadenza (capitalizzazione semplice)

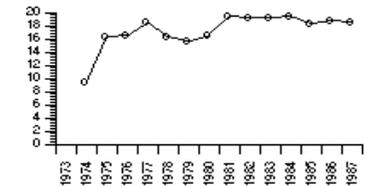
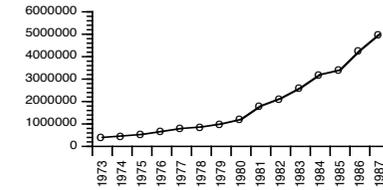
$$RF = (PR - PA) \frac{0.125}{365} * (365 - D)$$

RF=0.5735

Esempio

SPESA PER LA RICERCA NELLE AMMINISTRAZIONI PUBBLICHE

Anno	Spese	Tassi (C.ICon.)
1973	373013	
1974	409685	9.38
1975	517395	16.36
1976	612267	16.52
1977	781809	18.50
1978	843834	16.33
1979	952898	15.63
1980	1186777	16.53
1981	1769214	19.46
1982	2125382	19.33
1983	2586011	19.36
1984	3194698	19.52
1985	3392014	18.40
1986	4243482	18.70
1987	5006146	18.55



$$9.38 = \frac{100}{1} * \ln\left(\frac{409685}{373013}\right); \quad 16.36 = \frac{100}{2} * \ln\left(\frac{517395}{373013}\right);$$

La serie mostra una evoluzione esponenziale e ciò è confermato dai tassi di variazione a capitalizzazione continua che, dopo il salto iniziale, si stabilizzano per indicare una crescita a ritmo regolare.

Rapporti di 2° livello

E' possibile costruire variabili a partire da un rapporto di rapporti

$$R_i = \frac{\frac{Y_i}{X_i}}{\frac{Z_i}{W_i}} = \frac{W_i}{X_i} * \frac{Y_i}{Z_i}$$



Esempi:

- Rapporto tra serie storiche deflazionate (cioè dei rapporti)
- Rapporto tra serie storiche destagionalizzate
- Confronto tra indicatori di efficienza e di produttività

L'interpretazione è più complessa, ma le possibilità operative sono molto interessanti

Esempio

Un comune nel 2007 ha fatto riscontrare 996 assenze per malattia da parte dei 44 dipendenti.

Nel 2008 i 63 dipendenti hanno fatto riscontrare 649 giorni di assenza per malattia. C'è stata una riduzione, è ovvio, ma di quale entità?



$$\left(\frac{649 - 996}{996}\right)100 = -34.9\%; \quad \left(\frac{63 - 44}{44}\right)100 = +43.2\%$$

$$\left(\frac{\frac{649}{63} - \frac{996}{44}}{\frac{996}{44}}\right)100 = \left(\frac{\frac{28556}{63} - 996}{996}\right)100 = -54.5\%$$

La variazione corretta da considerare è quella relativa ai giorni medi di malattia per dipendente

Esempio: elasticità di un fenomeno

La variazione proporzionale di un fenomeno rapportata alla variazione proporzionale di un altro.

Se X_1 ed X_2 indicano due valori di una variabile osservati in relazione a due altri punti Y_1 e Y_2 della variabile Y si ha

$$\epsilon = \frac{\frac{X_2 - X_1}{X_1}}{\frac{Y_2 - Y_1}{Y_1}} = \left(\frac{Y_1}{X_1}\right) \left(\frac{X_2 - X_1}{Y_2 - Y_1}\right)$$

Che misura l'elasticità di X rispetto ad Y

Se X è la quantità domandata $X_1 = 500$; $X_2 = 750$; $Y_1 = 12$; $Y_2 = 17$
di un bene ed Y il suo prezzo allora

1.2 significa che se il prezzo Y varia del 10% allora la domanda X varierà del 20%
 $\epsilon = \left(\frac{12}{500}\right) \left(\frac{750 - 500}{17 - 12}\right) = \left(\frac{12}{500}\right) \left(\frac{250}{5}\right) = 1.2$

Unità e variabili territoriali

Si ritiene che la modalità o intensità raggiunta dipenda dalla sua posizione geografica. Qui conta il tipo di unità considerata

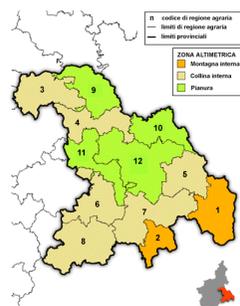
UNITA' AREALI: rappresentata da una poligonale chiusa

entità fisiche: isola, lago, continente, etc.

entità amministrative: comuni, regioni, nazioni

entità funzionali: distretti sanitari, telefonici, scolastici, corti di appello

Le unità si considerano omogenee al loro interno anche se la rilevazione del carattere si effettua in più punti



Esempio:
Percentuale di dipendenti pubblici sul totale occupati

Paese	%
Belgio	20.2
Danimarca	29.8
Germania	15.4
Grecia	10.4
Francia	22.8
Spagna	14.3
Regno Unito	19.5
Irlanda	17.9
Italia	17.4
Lussemburgo	11.6
Paesi bassi	15.1
Portogallo	14.1

Altri tipi di unità (territoriali)



UNITA' PUNTUALI: costituiscono i nodi di una maglia più o meno fitta di punti che coprono un dato territorio

misurazioni atmosferiche e idrogeologiche
censimenti della popolazione
rilevazione della forza lavoro



Le unità puntuali hanno il grande pregio di visualizzare l'ubicazione delle modalità o intensità rivelandone la disseminazione o la concentrazione nel territorio

Esempio: Consumi di acqua per uso domestico

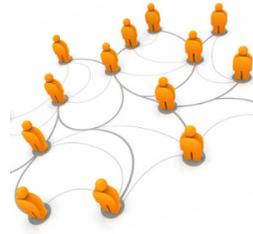
Città	Consumo
Bruxelles	108
Amburgo	146
Copenaghen	194
Londra	132
Parigi	147
Roma	220
Lussemburgo	171
Amsterdam	159
Madrid	158

Altri tipi di unità/2



UNITA' RETICOLARI (NETWORK): sono unità che si diramano nel territorio

fiumi, strade, gallerie
diretrici di sviluppo
rotte di navigazione
reti di distribuzione



Esempio:
itinerari turistici calabresi per numero di pro-loco coinvolte

Itinerari	Pro-loco
Catanzaro-S. Bruno	5
Catanzaro-Capo Vaticano	7
Catanzaro-Laghi	3
Costa timenica	14
Sila e laghi	5
Costa Jonica	14
Aspromonte	5
Costa Viola	13
Magna Grecia	17

Analisi dei quozienti di ubicazione

E' una tecnica basata sul rapporto tra gli occupati di un settore "j" in un'area di studio "i" con gli occupati complessivi della stessa area "i".

Tale rapporto è il numeratore di un rapporto di 2° livello al cui denominatore vi è un rapporto simile al primo, ma calcolato su un'area di riferimento di cui la prima fa parte.

$$Q_{i,j} = \frac{\frac{E_{i,j}}{E_j}}{\frac{E_{r,j}}{E_r}} \quad \text{dove} \quad \begin{cases} E_{i,j} = \text{occupazione settore } j \text{ a studio.} \\ E_j = \text{occupazione a.s.} \\ E_{r,j} = \text{occupazione settore } j \text{ a rifer.} \\ E_r = \text{occupazione a.r.} \end{cases}$$

In genere, gli E sono degli scarti percentuali

anche quozienti di
localizzazione

Spesso, l'area di studio è una regione e l'area di riferimento un'intera nazione, ma si possono analizzare anche i dati provinciali, comunali, etc.

Interpretazione

Se un quoziente di ubicazione (od anche localizzazione) è ...

- = 1** La quota del settore "j" nella regione "i" è pari alla share che lo stesso settore detiene nell'area di riferimento. Non si riscontra nessun apporto differenziale.
- > 1** Nel settore "j" della regione "i" c'è un eccesso rispetto alla share che il settore detiene nell'area di riferimento. E' possibile che tale industria abbia in "i" un vantaggio comparato
- < 1** Nel settore "j" della regione "i" c'è carenza rispetto alla share che il settore detiene nell'area di riferimento. E' possibile che tale industria abbia in "i" un ritardo di sviluppo

Lo studio dei coefficienti di ubicazione aiuta a comprendere la concentrazione relativa dei settori nei vari comparti territoriali.

Esempio: ricettività turistica

Camere per tipologia di albergo



Provincia	2 stelle	3 stelle	4 stelle	5 stelle	Totale
A	362	4'129	3'426	844	8'761
B	91	4'401	1'645	434	6'571
C	120	5'881	6'182	841	13'024
D	255	1'774	2'250	527	4'806
E	115	755	840	31	1'741
Regione	943	16'940	14'343	2'676	34'902

La provincia "A" ha un vantaggio comparato nelle 2 e nelle 5 stelle.

Le 3 stelle sono più presenti solo nella provincia "B"

Le 2 stelle sono un dato importante per la provincia "E".

Provincia	2 stelle	3 stelle	4 stelle	5 stelle
A	1.53	0.97	0.95	1.26
B	0.51	1.38	0.61	0.86
C	0.34	0.93	1.16	0.84
D	1.96	0.76	1.14	1.43
E	2.45	0.89	1.17	0.23

Altro esempio: distribuzione territoriale del voto

$$Q_{ij} = \frac{X_{ij}/X_i}{X_j/X_{..}} \quad j = 1, 2; \quad i = 1, \dots, 338$$

dove:

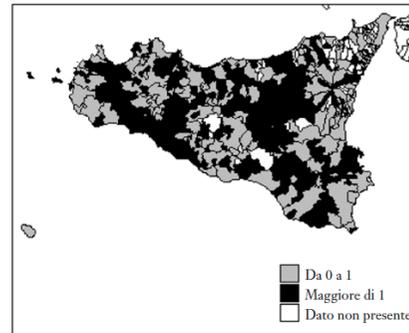
X_{ij} = il numero di voti per il candidato j -esimo nel comune i -esimo

X_i = il totale dei voti validi all'interno del comune i -esimo

X_j = il totale dei voti ottenuti dal candidato j -esimo in tutti i comuni siciliani

$X_{..}$ = il totale dei voti validi espressi in tutti i comuni siciliani.

D?Agata-Gozzo-Tomaselli (2007). In virtù della modalità di costruzione, un valore relativo al candidato j -esimo maggiore di 1 indica che quel comune mostra un consenso relativo a quel candidato maggiore di quanto registrato in tutto il territorio regionale; all'aumentare del valore di Q , quindi, aumenta la localizzazione del consenso ottenuto dal candidato.



L'indice di specializzazione S

Q non presenta nessuna forma di normalizzazione ed è riferito ad un solo settore di attività economica. È possibile utilizzare una sintesi dei Q di una j -esima U_t , tale sintesi prende il nome di **indice di specializzazione** (si osservino i termini della diff.):

$$S_j = \frac{1}{2} \sum_i \left| \frac{L_{ij}}{\sum_i L_{ij}} - \frac{\sum_j L_{ij}}{\sum_j \sum_i L_{ij}} \right|$$

questo varia tra zero se la composizione regionale è perfettamente identica a quella nazionale e si avvicina all'unità nel caso di **massima dissimilarità**.

Zaccomer (Un.Udine)

Quozienti di localizzazione e indici di specializzazione

Regione	Q localizzazione: energia gas e acqua		Q localizzazione: industrie estrat. manif. e chim.		Q localizzazione: industrie lav. trasf. metalli		Q localizzazione: industrie manif. non metallifere		Q localizzazione: costruzioni e impianti		S Indice di specializzazione	
	1971	1981	1971	1981	1971	1981	1971	1981	1971	1981	1971	1981
Piemonte	74,3	79,6	71,1	64,7	158,1	151,8	85,7	86,0	61,9	65,5	22,2	20,4
Valle d'Aosta	242,5	235,3	351,3	336,3	24,9	20,3	28,2	47,5	157,0	165,9	56,5	51,4
Lombardia	63,2	70,6	98,6	99,7	123,3	122,5	99,8	98,3	65,7	67,4	16,4	16,2
Trentino-Alto Adige	153,2	110,4	105,2	100,7	75,3	72,7	83,2	85,2	174,5	181,9	23,9	24,4
Veneto	85,3	77,5	87,1	81,9	79,8	83,8	118,0	122,1	106,1	97,6	13,2	11,7
Friuli-Venezia Giulia	76,6	81,3	74,8	74,0	107,7	99,1	95,0	88,0	127,7	151,6	21,3	22,8
Liguria	198,3	220,4	149,4	134,0	113,1	130,0	55,3	50,2	125,4	110,2	25,7	23,3
Emilia-Romagna	75,9	68,9	98,2	103,5	99,5	109,4	95,9	90,7	118,2	106,4	16,7	15,5
Toscana	85,6	78,9	115,8	111,0	55,1	59,1	129,3	138,6	94,7	84,2	20,1	22,2
Umbria	99,7	84,8	164,4	161,3	48,5	57,0	101,4	110,5	130,5	113,1	20,8	18,3
Marche	80,6	65,1	53,7	45,5	52,2	52,2	142,3	156,3	127,3	108,6	28,9	29,4
Lazio	187,0	177,2	102,4	110,9	72,4	88,0	99,1	92,2	134,3	118,3	21,4	21,3
Abruzzo - Molise	121,7	103,5	106,5	98,6	42,8	66,6	97,5	99,4	202,7	163,9	32,6	23,7
Campania	136,1	129,1	114,3	98,8	89,6	99,5	103,6	97,5	89,0	102,4	18,6	18,8
Puglia	124,4	111,4	129,9	149,9	51,2	64,5	100,8	95,7	155,3	136,3	23,6	20,0
Basilicata	145,8	170,6	121,8	131,7	40,2	42,9	72,3	57,2	254,1	266,9	36,5	39,8
Calabria	192,6	205,2	104,5	114,9	32,0	34,6	95,7	79,4	215,7	238,6	34,8	37,8
Sicilia	270,9	294,8	122,9	128,7	61,9	66,9	86,9	75,1	149,5	162,3	27,3	25,8
Sardegna	279,3	247,8	151,3	201,5	31,2	40,2	73,6	62,4	212,5	194,1	35,8	35,3

Fonte: Guarini Tassinari (2000) – dati in %

Zaccomer (Un.Udine)

Indice di Fuchs

Serve per valutare i ritmi di sviluppo di una regione rispetto a quello nazionale nell'arco di tempo che va dal periodo "i" al periodo "f".

Per l'occupazione nella regione "j" il relativo indice è dato da

$$F_j = \frac{Y_{f,j} - gY_{i,j}}{Y_{f,j}} \quad \text{dove} \quad g = \frac{Y_f - Y_i}{Y_i}$$

Variazione
Relativa nazionale

Disparità produttiva territoriale, rispetto alla popolazione:

L'indice esprime il guadagno o la perdita dell'occupazione reale di una regione rispetto all'occupazione teorica che avrebbe avuto se il saggio di crescita della sua occupazione fosse stato pari a quello nazionale.

Esempio sull'indice di Fuchs

Valore aggiunto al costo dei fattori per regioni

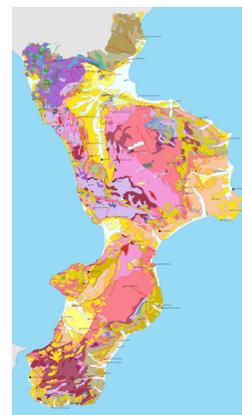
	Redd. 1981	Redd.1991	Redd.*1991	Indice
Abruzzo	13'273.1	17'985.2	16'785.3	7.1
Molise	3'113.6	4'045.4	3'937.5	2.7
Campania	46'356.2	61'032.6	58'622.5	4.1
Puglia	34'890.3	46'035.9	44'122.6	4.3
Basilicata	5'078.9	6'229.5	6'422.8	-3.0
Calabria	16'320.8	19'202.0	20'639.5	-7.0
Sicilia	43'756.0	53'565.3	55'334.3	-3.2
Sardegna	14'564.3	19'417.4	18'418.2	5.4
Italia	711'510.0	899'783.0		
g=	26.5			

L'Abruzzo ha avuto un incremento molto superiore di quello nazionale. Al contrario, la Calabria ha subito una contrazione notevole rispetto al trend dell'intero territorio del Meridione

Correlazione spaziale

Principio di Tobler:

ogni zona è legata ad una o più altre zone, ma il legame è maggiore con le zone più vicine

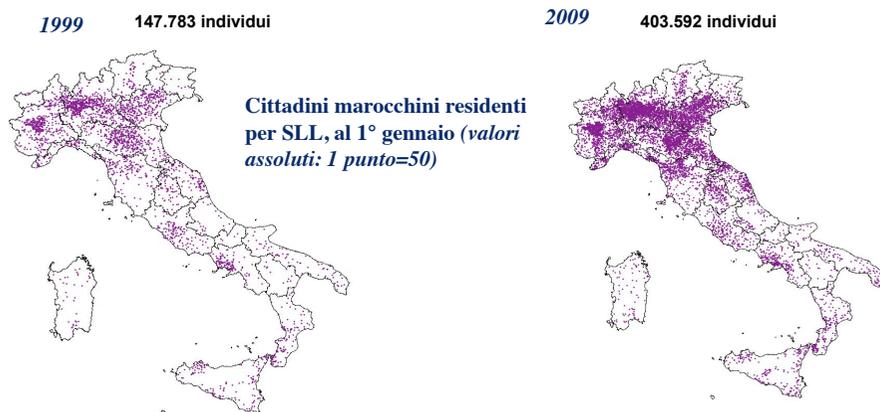


La correlazione è la tendenza di due variabili a cambiare in modo congiunto o disgiunto rispetto alle rispettive medie.

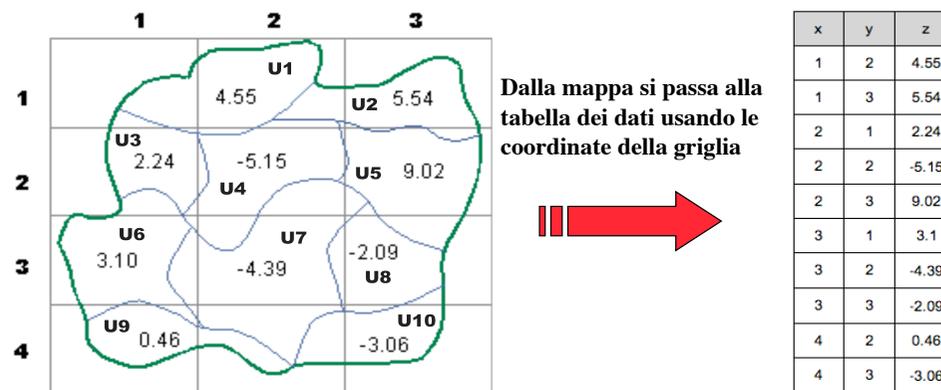
L'effetto spaziale nelle relazioni tra variabili è presente se valori simili si mostrano a gruppi su di una mappa di unità territoriali.

C'è una netta differenza tra un coefficiente di correlazione calcolato considerando l'aspetto territoriale e quello tradizionale che lo ignora.

Gli stranieri e il territorio



Esiste una palese dicotomia nella presenza dei cittadini marocchini tra Nord-Centro e Mezzogiorno



Cartina delle unità territoriali con griglia sovrapposta

Il quadro informativo è però incompleto: mancano dati sulla contiguità tra le zone.

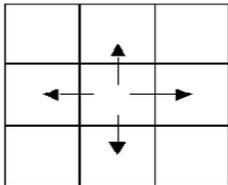
Nel contesto territoriale il dato osservato acquisisce una valenza aggiuntiva che dipende dalla sua collocazione nella mappa

Matrici delle contiguità

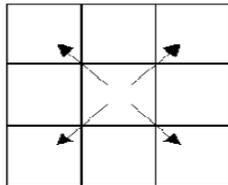
La territorialità si può descrivere con una matrice quadrata che riporta una misura della prossimità tra una zona e le altre ad essa adiacenti.

La definizione dipende dalla particolare applicazione.

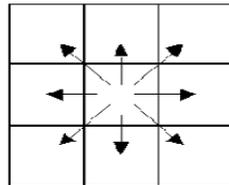
In genere si considerano le relazione di vicinato tra le unità in base al gioco degli scacchi.



Torre



Alfiere



Re

Torre: contigue se hanno un lato in comune;

Alfiere: contigue se hanno uno spigolo in comune;

Re: contigue se hanno un lato e/o uno spigolo in comune

La matrice di contiguità

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
3	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
4	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
6	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0
7	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
8	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
9	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1
10	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0

E' una matrice binaria quadrata e simmetrica in cui la somma di riga o di colonna esprime la cardinalità del vicinato cioè a quante altre zone, una zona data, è contigua.

In questo caso si è scelto di dare zero se le zone non si toccano e punteggio uno se le zone si toccano in almeno un punto.

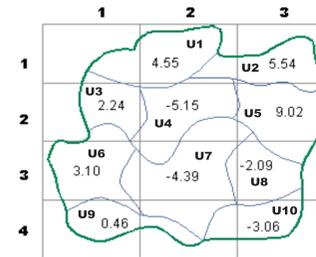
Altre scelte con matrici non binarie

 Punteggio diverso per un contatto torre o un contatto alfiere

 Punteggio proporzionale alla lunghezza del contorno comune

Vicinato e punteggi

Per ogni unità territoriale si definisce il vicinato cioè l'insieme delle altre unità da considerare contigue e si forma la matrice di contiguità



- U1 2,3,4
- U2 1,4,5
- U3 1,4,6
- U4 1,2,3,5,6,7
- U5 2,4,7,8
- U6 3,4,7,9
- U7 4,5,6,8,9,10
- U8 5,7,10
- U9 6,7,10
- U10 7,8,9

W=

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
3	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
4	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
6	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0
7	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
8	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
9	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1
10	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0

Vicinati

$$V(i) = \{U_{i_1}, U_{i_2}, \dots\}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Punteggi

$$w_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } U_j \in V(i) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Indice di Moran e di Geary

L'impatto della variabile X sulla zona l-esima può essere calcolato usando variabili standardizzate

$$Z_i = \frac{X_i - \mu_x}{s_x}; \quad \mu_x = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}; \quad s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu_x)^2}{n-1}}$$

Dobbiamo combinare tale impatto con l'incidenza del territorio usando la matrice di contiguità



Moran: correlazione pesata

$$I = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{w_{ij}}{w} \right) Z_i Z_j}{\sum_{i=1}^n Z_i^2}; \quad w = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}$$



Geary: variabilità quadratica

$$P = \frac{0.5 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}}{n-1} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{w_{ij}}{P} \right) (Z_i - Z_j)^2}$$

Calcolo dell'indice di Moran

	4.55	5.54	2.24	-5.15	9.02	3.1	-4.39	-2.09	0.46	-3.06	
4.55	0.00	0.73	0.20	-0.99	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.07
5.54	0.73	0.00	0.00	-1.27	1.65	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.11
2.24	0.20	0.00	0.00	-0.34	0.00	0.12	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.03
-5.15	-0.99	-1.27	-0.34	0.00	-2.25	-0.59	1.52	0.00	0.00	0.00	-3.93
9.02	0.00	1.65	0.00	-2.25	0.00	0.00	-1.98	-1.14	0.00	0.00	-3.71
3.1	0.00	0.00	0.12	-0.59	0.00	0.00	-0.51	0.00	-0.05	0.00	-1.04
-4.39	0.00	0.00	0.00	1.52	-1.98	-0.51	0.00	0.77	0.14	1.01	0.95
-2.09	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.14	0.00	0.77	0.00	0.00	0.58	0.21
0.46	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.05	0.14	0.00	0.00	0.10	0.19
-3.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.01	0.58	0.10	0.00	1.69
1.02											-4.63
4.68											-0.12

L'indice di Moran varia tra -1 e 1 indicando, rispettivamente, perfetta correlazione spaziale negativa e perfetta correlazione spaziale positiva.

In media, se non c'è un effetto territoriale nei valori della variabile l'indice vale

$$E(I) = -\frac{1}{n-1}; \quad n=10 \Rightarrow E(I) = -0.11$$

Si può dire che nei dati dell'esempio non si ricontra un effetto territoriale.

Sull'indice è anche possibile proporre un ragionamento inferenziale.

Alcune caratteristiche degli indici di Moran e Geary

Badaloni e Vinci (1988) dimostrano che:

- entrambi gli indici possono essere visti come rapporti tra due valori medi: uno delle coppie di Ut contigue o connesse (attraverso W) e uno dell'insieme di tutte le possibili coppie di Ut;
- l'indice di Moran non ha estremi ben definiti e, soprattutto, non sono chiare le situazioni per cui assume i valori estremi;
- l'indice di Geary presenta invece estremi definiti;
- sono state proposte misure derivate dal criterio su cui si basa c;
- dal punto di vista dei test, sono state derivate le distribuzioni asintotiche (sotto $H_0: AS^0$) di c ed I (Cliff e Ord, 1981).

Zaccomer (Un.Udine)

Calcolo dell'indice di Geary

	4.55	5.54	2.24	-5.15	9.02	3.1	-4.39	-2.09	0.46	-3.06	
4.55	0.00	0.04	0.24	4.31	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4.60
5.54	0.04	0.00	0.00	5.24	0.56	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	5.84
2.24	0.24	0.00	0.00	2.50	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	2.78
-5.15	4.31	5.24	2.50	0.00	9.21	3.12	0.03	0.00	0.00	0.00	24.41
9.02	0.00	0.56	0.00	9.21	0.00	0.00	8.25	5.66	0.00	0.00	23.67
3.1	0.00	0.00	0.03	3.12	0.00	0.00	2.57	0.00	0.32	0.00	6.05
-4.39	0.00	0.00	0.00	0.03	8.25	2.57	0.00	0.24	1.08	0.08	12.25
-2.09	0.00	0.00	0.00	0.00	5.66	0.00	0.24	0.00	0.00	0.04	5.95
0.46	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.32	1.08	0.00	0.00	0.57	1.97
-3.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.08	0.04	0.57	0.00	0.69
1.02											88.20
4.68											0.13

L'indice di Geary varia tra 0 e 2 indicando correlazione spaziale positiva con valori tra 0 ed 1 e negativa con valori tra 1 e 2.

Rispetto all'indice di Moran enfatizza lo scarto tra valori contigui più che le relazioni lineari tra zone vicine.

Per entrambi gli indici esistono delle versioni locali ottenute considerando solo una zona ed il suo vicinato.

Analisi shift-share (conta e separa)

E' una tecnica descrittiva utile nelle analisi economiche regionali

ESEMPIO:

Le variazioni degli addetti in un comparto territoriale possono essere maggiori in alcuni settori, ma meno che per l'intera nazione.

Un'area ricca di imprese in rapida crescita mostrerà un incremento più elevato che nell'occupazione complessiva.

Un'area con molte imprese operanti in settori bloccati sperimenterà perdite significative di occupazione, più che nell'economia nel suo complesso.

E' una tecnica semplice e intuitiva. Sin dal suo primo apparire negli anni '40 è tanto criticata quanto impiegata

Richiede strumenti elementari ed è comprensibile anche da persone poco familiari con le procedure quantitative, specie da coloro in posizione di governo

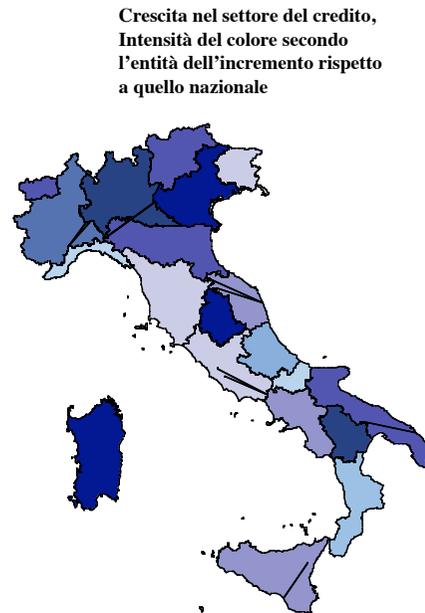
Analisi shift-share/2

Esamina le variazioni spazio-temporali di un indicatore economico in una data zona in relazione ai cambiamenti riscontrati in un'area di riferimento più grande.

L'area di riferimento è una unità territoriale di cui la zona è una componente.

Separare i fattori di sviluppo locale dai fattori di sviluppo nazionale può rivelarsi essenziale per comprendere l'economia di un territorio.

Identificare i settori in cui una regione è più competitiva pone il suo governo nelle condizioni di focalizzare gli incentivi allo sviluppo in zone e settori maggiormente in grado di dare risposte positive.



Relazione guida

$$\Delta G = \Delta B + \Delta M + \Delta L$$

incremento generale = *incremento base* + *incremento strutturale* + *incremento locale*

ΔB = cambiamento che si verificherebbe in un SINGOLO settore a livello LOCALE se questo variasse con tasso simile per tutti i settori nel COMPLESSO, ma a livello NAZIONALE,

ΔM = cambiamento che si verificherebbe in un SINGOLO settore a livello LOCALE se questo variasse con tasso simile a quello del SINGOLO settore, a livello NAZIONALE

ΔL = cambiamento che si verificherebbe in un SINGOLO settore a livello LOCALE se questo variasse con tasso simile a quello di tutti i settori nel COMPLESSO, ma a livello LOCALE

L'analisi shift-share classica (I): livelli e tassi

Si basa su una semplice scomposizione deterministica del tasso di variazione. Non è quindi un modello statistico in senso stretto.

Variabili	Locale (u.t.)		Nazionale	
	<i>i</i> -esimo sett. <i>j</i> -esima u.t.	<i>j</i> -esima u.t.	<i>i</i> -esimo settore	globale
Liv. assoluti	L_{ij}	$L_j = \sum_i L_{ij}$	$L_i = \sum_j L_{ij}$	$L = \sum_i \sum_j L_{ij}$
Liv. relativo	ΔL_{ij}	$\Delta L_j = \sum_i \Delta L_{ij}$	$\Delta L_i = \sum_j \Delta L_{ij}$	$\Delta L = \sum_i \sum_j \Delta L_{ij}$
Tasso di var.	$g_{ij} = \Delta L_{ij} / L_{ij}$	$g_j = \Delta L_j / L_j$	$g_i = \Delta L_i / L_i$	$g = \Delta L / L$

Esempio

L'applicazione più tradizionale è l'occupazione per settori e regioni

Tasso globale
Tassi Settoriali

$$Var. rel. = \left(\frac{corrente - base}{base} \right) * 100$$

Dati sull'area di riferimento o nazionale				
Settore	Anno base	Anno corrente	Variazione assoluta	Variazione relativa
A	1,000,000	1,000,000	0	0.0%
B	500,000	1,000,000	500,000	100.0%
C	600,000	900,000	300,000	50.0%
D	300,000	700,000	400,000	133.3%
Tot	2,400,000	3,600,000	1,200,000	50.0%
Dati sull'area di studio o locale				
Settore	Anno base	Anno corrente	Variazione assoluta	Variazione relativa
A	15,000	12,000	-3,000	-20.0%
B	5,000	8,000	3,000	60.0%
C	5,000	9,500	4,500	90.0%
D	1,000	2,000	1,000	100.0%
Tot	26,000	31,500	5,500	21.2%

L'area LOCALE è cresciuta del 21.2% che è poco rispetto al GLOBALE o AGGREGATO che è del 50%

Nel periodo esaminato l'area NAZIONALE ha crescita zero per l'occupazione in A e un aumento del 133.3% in D. Nel complesso cresce del 50%.

Nello stesso periodo l'area LOCALE ha un decremento del 20% dell'occupazione nel settore A ed un incremento del 100% nel D. Nel complesso cresce del 21.2%

Calcolo dell'incremento base/1

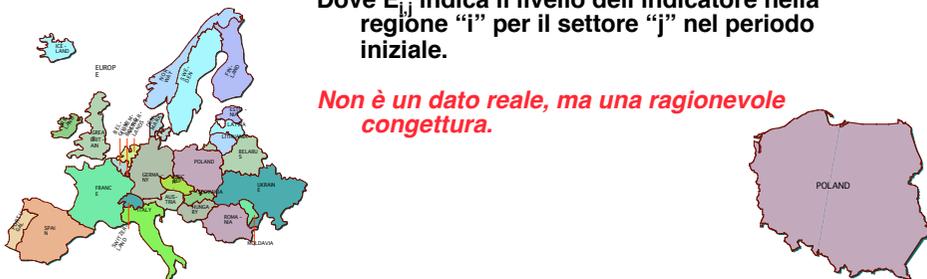
Stima la variazione $\Delta B_{i,j}$ nella regione "i" per il settore "j" che deriva dal trend globale dell'area di riferimento (economia nazionale).

Se l'area di riferimento è variata al tasso "g" nel periodo considerato, l'incremento base nell'area di studio (variata allo stesso modo) sarebbe

$$\Delta B_{i,j} = E_{i,j} * g$$

Dove $E_{i,j}$ indica il livello dell'indicatore nella regione "i" per il settore "j" nel periodo iniziale.

Non è un dato reale, ma una ragionevole congettura.



Calcolo dell'incremento base/2

L'indice "j" varia, ma l'indice "i" è fisso perché stiamo studiando solo un'area

Questo finirà nella sintesi

Dati sull'area di studio o locale						
	Anno base	ΔB_{ij}	Anno	Scarti reali	Scarti	Variazione
Settore	E_{ij}	$E_{ij} * 50.0/100$	corrente	Corr. - Base	Incr.Base	netta
A	15,000	7,500	12,000	-3,000	-7,500	-10,500
B	5,000	2,500	8,000	3,000	-2,500	500
C	5,000	2,500	9,500	4,500	-2,500	2,000
D	1,000	500	2,000	1,000	-500	500
Tot	26,000	13,000	31,500	5,500	-13,000	-7,500

Se i settori dell'area LOCALE fossero variati con il tasso NAZIONALE (50%) l'occupazione si sarebbe attestata sui valori nella 2ª colonna

Ad esempio lo scarto assoluto reale in A è di -3,000 e sarebbe stato di -7,500 se il trend fosse stato quello a livello NAZIONALE.

L'area di studio si muove in modo diverso che nel resto dell'area di riferimento. La diversità è sintetizzata dalla variazione netta: (Corr-base)+Incr.Base

Calcolo del mix settoriale/1

Supponiamo che il settore "j" dell'area NAZIONALE sia variato al tasso S_j nel periodo considerato.

Qual è la variazione $\Delta M_{i,j}$ nella regione "i" per il settore "j" se questo seguisse il trend nel settore "j" a livello NAZIONALE?

$$\Delta M_{i,j} = E_{i,j} * (S_{r,j} - g)$$

La sottrazione di "g" da $S_{r,j}$ elimina l'effetto nazionale cosicché $(S_{r,j} - g)$ è una proxy del tasso specifico del settore j-esimo a livello AGGREGATO

Il segno di $\Delta M_{i,j}$ indica se il settore j-esimo è cresciuto, a livello MACRO-SETTORIALE, più, meno, come il livello NAZIONALE o AGGREGATO.

Il tasso $(S_{r,j} - g)$ è lo stesso per tutte le aree locali

Anche il mix settoriale è un valore ipotetico o fittizio

Calcolo del mix settoriale/2

Questo finirà nella sintesi

Dati sull'area di studio o locale				
	Anno base	ΔM_{ij}	Anno	Scarti reali
Settore	E_{ij}	$E_{ij} * (S_{r,j} - g)$	corrente	Corr. - Base
A	15,000	-7,500	12,000	-3,000
B	5,000	2,500	8,000	3,000
C	5,000	0	9,500	4,500
D	1,000	833	2,000	1,000
Tot	26,000	0	31,500	5,500

Rispetto al livello NAZIONALE o AGGREGATO, il settore A è cresciuto meno, C è rimasto invariato ed i settori B e D sono cresciuti di più con il B in maggiore evidenza.

Ad esempio lo scarto assoluto reale in A è di -3,000 e sarebbe stato di -7,500 se il trend nel settore, a livello nazionale, fosse stato lo stesso di quello aggregato, sempre a livello nazionale.

Calcolo dell'effetto differenziale/1

Supponiamo che il settore "j" NAZIONALE sia variato al tasso $S_{r,j}$ nel periodo considerato e che l'incremento a livello LOCALE dello stesso settore è $S_{i,j}$ allora l'effetto specifico è dato da

$$\Delta L_{i,j} = E_{i,j} * (S_{i,j} - S_{r,j})$$

Che costituisce una proxy del tasso specifico del settore j-esimo nell'area di studio i-esimo.

Il segno di $\Delta L_{i,j}$ indica se il settore j-esimo è competitivo di più, di meno, oppure come lo stesso settore a livello AGGREGATO o NAZIONALE.

L'effetto differenziale è il terzo valore ipotetico in cui è stato scomposto il dato reale: $\Delta G_{i,j}$ variazione nel settore "j" della regione "i".

Sintesi/1

Dati sull'area di studio o locale					
	Variazione	Incremento base	Mix settoriale	Diff.Locale	Somma
Settore	ΔG_{ij}	ΔB_{ij}	ΔM_{ij}	ΔL_{ij}	effetti
A	-3,000	7,500	-7,500	-3,000	-3,000
B	3,000	2,500	2,500	-2,000	3,000
C	4,500	2,500	0	2,000	4,500
D	1,000	500	833	-333	1,000
Tot	5,500	13,000	0	-7,500	5,500

Se il settore j nell'area di studio fosse cresciuto allo stesso tasso dell'area di riferimento (50%) l'occupazione sarebbe qui aumentata di 7500 unità tra i due periodi

In realtà l'occupazione è diminuita di 3000 unità (1ª colonna).

La differenza tra l'incremento effettivo (-3000) e l'effetto base (7500) determina la variazione relativa netta (-10500) che è attribuibile:

- 7500 come mix settoriale negativo dovuto ad un declino nell'occupazione del settore A rispetto all'area di riferimento.
- 3000 come differenziale locale negativo dovuto ad una posizione di svantaggio del settore A nell'area di studio.

Calcolo dell'effetto differenziale/2

Questo finirà nella sintesi

Dati sull'area di studio o locale				
	Anno base	ΔL_{ij}	Anno	Scarti reali
Settore	E_{ij}	$E_{ij} * (S_{ij} - S_{rj})$	corrente	Corr. - Base
A	15,000	-3,000	12,000	-3,000
B	5,000	-2,000	8,000	3,000
C	5,000	2,000	9,500	4,500
D	1,000	-333	2,000	1,000
Tot	26,000	-7,500	31,500	5,500

Solo nel settore C, a livello LOCALE, si ha un incremento maggiore che a livello NAZIONALE. Negli altri tre settori si sperimenta un declino.

Nel complesso, l'area LOCALE si è sviluppata meno dell'area NAZIONALE con l'eccezione del settore C dove sembra mostrare una posizione più competitiva

Sintesi/2

Dati sull'area di studio o locale					
	Variazione	Incremento base	Mix settoriale	Diff.Locale	Somma
Settore	ΔG_{ij}	ΔB_{ij}	ΔM_{ij}	ΔL_{ij}	effetti
A	-3,000	7,500	-7,500	-3,000	-3,000
B	3,000	2,500	2,500	-2,000	3,000
C	4,500	2,500	0	2,000	4,500
D	1,000	500	833	-333	1,000
Tot	5,500	13,000	0	-7,500	5,500

L'effetto combinato della variazione relativa netta e dell'incremento base dà conto della riduzione di 3000 occupati nel settore "A" nell'area di studio.

Nel settore "B" si è registrato un incremento dell'occupazione che è da ascrivere in parte al trend dell'area di riferimento (2500) e in parte al differenziale locale (2000). Nessun ruolo sembra avere avuto il mix settoriale.

Il mix settoriale è stato determinante nel settore "D" dove comunque l'area di studio è meno competitiva rispetto all'area di riferimento poiché il differenziale locale è negativo.

Esempio: Inquinanti



		1995		2000											
		Italia		Dif.Ass.	Var.Rel.	T.N.	I.B.	Sp.S.	Mix S.	Sp.L.	Diff.L.	Incr.As.	Val.Fin		
Manif.	CO2	2348.03	1471.19	-876.83	-37.3%										
	N2O	0.82	0.75	-0.06	-7.7%										
	CH4	2.11	4.18	2.07	98.4%										
Servizi	CO2	563.21	183.87	-379.34	-67.4%										
	N2O	0.07	0.10	0.04	53.9%										
	CH4	3.53	5.18	1.65	46.7%										
Altre Ind.	CO2	12647.09	14314.93	1667.84	13.2%										
	N2O	0.51	0.83	0.32	61.9%										
	CH4	18.70	28.74	10.04	53.7%										
Totale		12666.29	14344.49	1678.20	13.2%										

		1995		2000											
		Reg1	Reg1	Dif.Ass.	Var.Rel.	T.N.	I.B.	Sp.S.	Mix S.	Sp.L.	Diff.L.	Incr.As.	Val.Fin		
Manif.	CO2	426.28	473.90	47.61	11.2%	13.2%	56.48	-50.6%	-215.67	48.5%	206.80	47.61	473.90		
	N2O	0.03	0.03	0.00	18.5%	13.2%	0.00	-20.9%	-0.01	26.2%	0.01	0.00	0.03		
	CH4	0.26	0.36	0.10	37.3%	13.2%	0.03	85.1%	0.22	-61.1%	-0.16	0.10	0.36		
Servizi	CO2	97.18	31.64	-65.54	-67.4%	13.2%	12.88	-80.6%	-78.33	-0.1%	-0.09	-65.54	31.64		
	N2O	0.01	0.01	0.00	36.2%	13.2%	0.00	40.6%	0.00	-17.7%	0.00	0.00	0.01		
	CH4	0.65	0.22	-0.43	-66.8%	13.2%	0.09	33.4%	0.22	-113.5%	-0.74	-0.43	0.22		
Altre Ind.	CO2	1315.70	659.04	-656.66	-49.9%	13.2%	174.32	-0.1%	-0.81	-63.1%	-830.17	-656.66	659.04		
	N2O	0.06	0.09	0.03	56.0%	13.2%	0.01	48.7%	0.03	-5.9%	0.00	0.03	0.09		
	CH4	2.85	3.44	0.59	20.9%	13.2%	0.38	40.5%	1.15	-32.8%	-0.94	0.59	3.44		
Totale		1318.61	662.57	-656.04	-49.8%	13.2%	174.71	0.0%	0.00	-63.0%	-830.74	-656.04	662.57		

		1995		2000											
		Reg2	Reg2	Dif.Ass.	Var.Rel.	T.N.	I.B.	Sp.S.	Mix S.	Sp.L.	Diff.L.	Incr.As.	Val.Fin		
Manif.	CO2	639.42	760.84	121.42	19.0%	13.2%	84.72	-50.6%	-323.50	7.8%	50.00	-188.78	450.64		
	N2O	0.04	0.05	0.01	18.5%	13.2%	0.01	-20.9%	-0.01	0.0%	0.00	0.00	0.04		
	CH4	0.39	0.54	0.15	37.3%	13.2%	0.05	85.1%	0.33	0.0%	0.00	0.39	0.78		
Servizi	CO2	145.77	37.46	-108.31	-74.3%	13.2%	19.31	-80.6%	-117.50	-6.9%	-10.00	-108.18	37.59		
	N2O	0.02	0.02	0.01	36.2%	13.2%	0.00	40.6%	0.01	0.0%	0.00	0.01	0.02		
	CH4	0.98	0.32	-0.65	-66.8%	13.2%	0.13	33.4%	0.33	0.0%	0.00	0.46	1.43		
Altre Ind.	CO2	973.55	688.56	-284.99	-29.3%	13.2%	128.99	-0.1%	-0.60	20.6%	200.90	329.29	1302.84		
	N2O	0.09	0.13	0.05	56.0%	13.2%	0.01	48.7%	0.04	0.0%	0.00	0.05	0.14		
	CH4	4.28	5.17	0.89	20.9%	13.2%	0.57	40.5%	1.73	0.0%	0.00	2.30	6.57		
Totale		977.91	693.86	-284.05	-29.0%	13.2%	129.57	0.0%	0.00	20.7%	202.48	332.05	1309.96		

Effetti distinti

La variazione temporale dell'indicatore è separata in tre effetti



Effetto tendenziale (o componente base o nazionale)



Mix settoriale (o componente strutturale)



Effetto differenziale (o componente locale)

NON viene effettuato alcun tentativo di spiegare perché i cambiamenti avvengono secondo lo schema riscontrato.

E' una tecnica descrittiva non un modello esplicativo

L'analisi sfnit-share dovrebbe essere adoperata ad altre tecniche più meno restrittive sulle ipotesi di base e quindi più realistiche e generali.

Identità ed equazione

$$\begin{aligned}
 \Delta G_{i,j} &= \Delta B_{i,j} + \Delta M_{i,j} + \Delta L_{i,j} \\
 &= E_{i,j} * g + E_{i,j} * (S_{r,j} - g) + E_{i,j} * (S_{i,j} - S_{r,j}) \\
 &= E_{i,j} * (g + S_{r,j} - g + S_{i,j} - S_{r,j}) \\
 &= E_{i,j} * (S_{i,j}) = \Delta G_{i,j}
 \end{aligned}$$

Nelle identità l'espressione a sinistra equivale, sempre e comunque a quella a destra.

Pertanto si può affermare che l'identità è sempre vera qualunque siano i valori delle grandezze che in essa compaiono.

Nelle equazioni l'uguaglianza è vera solo in certi casi o anche mai oppure l'equazione potrebbe risultare indeterminata.

Il simbolo fra le due espressioni è lo stesso, ma i due significati sono diversi



Identità alternativa

Se i settori avessero la stessa produttività a prescindere dalla regione, e la regione avesse la stessa composizione settoriale della nazione, il tasso di crescita regionale eguaglierebbe quello nazionale.

$$\begin{aligned}
 VRN &= \Delta M + \Delta L \\
 \text{variazione relativa} & \quad \text{incremento} \quad \text{incremento} \\
 \text{netta} & \quad \text{strutturale} \quad \text{locale}
 \end{aligned}$$

Le differenze, se ci sono, sono da attribuire ad un:

□ **Effetto di composizione (effetto Mix):**

Nella regione vi sono settori che a livello nazionale hanno una dinamica più accentuata per un effetto di domanda crescente in quel settore.

□ **Effetto di competizione (effetto DIF)**

Maggiore capacità dell'economia regionale di sviluppare in media ogni settore a tassi superiori a quelli nazionali

1 Addetti nel 2001, variazioni e punteggi totali "IM" e "RS" 1991-2001 per l'area metropolitana milanese (Comuni con 300 o più addetti nel 2001)

Cantone e province	Addetti 2001	Var. 1991-2001	Var. %	IM	RS
Ticino	146.270	-8.559	-5,53	1.146,53	-14.699,37
Varese	322.206	11.987	3,86	-15.111,27	17.357,51
Como	202.724	7.722	3,96	-7.647,57	9.127,65
VCO	49.786	3.449	7,44	-1.154,01	3.158,26
Lecco	123.898	9.525	8,33	-5.778,94	11.637,80
Milano	1.784.762	124.005	7,47	23.599,60	49.481,90
Sondrio	56.662	4.346	8,31	-442,17	3.160,38
Bergamo	400.964	51.200	14,64	-14.698,20	54.855,47
Brescia	466.625	60.198	14,81	-16.898,19	64.293,34
Novara	128.705	8.638	7,19	-4.401,46	9.317,97

Fonti: UST, Neuchâtel / ISTAT, Roma; Elaborazione OST-TI

Limiti

-  **Trascura la componente di ciclo, nel periodo, che potrebbe avere un ruolo in indicatori come l'occupazione.**
-  **È una procedura di statica comparata che risente moltissimo dei periodi prescelti per il confronto.**
-  **Ignora la dipendenza tra le componenti e la correlazione spaziale tra le unità territoriali**
-  **Le definizioni dei settori nei periodi a confronto può incidere in modo determinante sui risultati**
-  **La raccolta dei dati può non essere omogenea nelle varie aree locali e la definizione di queste potrebbe non essere stabile nei due periodi di indagine.**

Commenti

Per condurre una analisi shift-share si dovrebbe dare risposta alle seguenti domande:

-  **L'area di studio mostra vantaggi comparati in qualche settore rispetto all'area di riferimento e/o rispetto ad altre aree?**
-  **Il risultato ottenuto è in linea con le attese oppure si è accertato un fatto eclatante?**
-  **Esiste una gerarchia di importanza tra l'effetto dovuto al mix settoriale ed il differenziale locale?**

<http://faculty.washington.edu/krumme/350/shiftshare.html>

Esercizio

Dati sull'occupazione in Pennsylvania

USA	1993	1998	Var.Ass	Var.Rel
Farm.Employment	3130	3127	-3	-0,1
Manufacturing.Employment	18712	19569	857	4,6
Retail.Employment	23467	26710	3243	13,8
Finance.and.Real.Estate.Employment	10502	12230	1728	16,5
Service.Employment	41811	49898	8087	19,3
All.Other.Employment	44375	48665	4290	9,7
Total.Employment	141996	160199	18203	12,8

Lancaster County	1993	1998	Var.Ass	Var.Rel
Farm.Employment	7951	7977	26	0,3
Manufacturing.Employment	58516	61229	2713	4,6
Retail.Employment	44752	50339	5587	12,5
Finance.and.Real.Estate.Employment	16193	18547	2354	14,5
Service.Employment	62518	75441	12923	20,7
All.Other.Employment	63533	69884	6351	10,0
Total.Employment	253463	283417	29954	11,8

Effettuare l'analisi shift-share determinando i settori in vantaggio competitivo rispetto all'economia nazionale

Lancaster County	AG	Somma	AB	AM	AL
Farm.Employment	26	26	1019	-1027	34
Manufacturing.Employment	2713	2713	7501	-4821	33
Retail.Employment	5587	5586	5736	448	-597
Finance.and.Real.Estate.Employment	2354	2353	2075	589	-310
Service.Employment	12923	12923	8014	4078	831
All.Other.Employment	6351	6350	8144	-2002	209
	29954	29951	32489	-2737	199