

Soluzione esercizi del capitolo 6

TP01: a) Riducendo all'essenziale l'esperimento è possibile ritrovare un nucleo ripetitivo in molti casi di medicina legale e scientifica; b) Non ci sono elementi statistici per decidere a meno di non applicare qualche proverbio tipo: la prima gallina che canta ha fatto l'uovo.

TP02: a) Confronto di serie storiche prima e dopo il trattato; b) Frazione di casi tra i volontari e i militari e frazioni nella popolazione non esposta; c) Rilevazioni orarie e per ogni giorno annotazione del massimo; d) Misura della riduzione percentuale del record;

TP03: a) Anche se è stato effettuato l'esperimento può ancora essere casuale. Basta non conoscerne l'esito e dover comunque pronunciarsi su di esso;

b) A favore: si evita l'oneroso compito di dover provare che il meccanismo che generi una serie continua a funzionare sempre allo stesso modo; contro: potrebbe indurre una certa leggerezza nell'usare procedura di dubbia casualità.

TP04: deterministico, fino a prova contraria;

TP05: falso. I fattori singolarmente trascurabili, ma che insieme esercitano un'influenza apprezzabile sono inesauribili e poiché sono sconosciuti rimarranno incontrollati (cfr. Bradley, 1976 pp.68-69)

TP06: nel decidere in condizioni di incertezza occorre bilanciare tra l'aspettativa di successo ed i costi e i rischi connessi ad un intervento. La probabilità di riuscita piccola non è motivo sufficiente per astenersi se i costi sono bassi e i benefici sono alti.

TP07: se il mazziere è particolarmente abile è preferibile non puntare sulla carta che "sembra" quella giusta, ma sulle altre due si può puntare in condizioni di equiprobabilità.

TP08: il sedicente esperto fu condannato. La strategia non assicura quanto dichiarato e la vincita può avvenire solo due volte su sei senza superare l'aggio detenuto dal banco con lo "0" ed il "00".

TP09: a) In senso della frase è che c'è Dio ovunque, anche nelle più piccole cose ed allora la casualità non esiste;

b) Sarebbero da approfondire i legami tra gli studiosi più rilevanti nella storia della Statistica e la religione professata (pensate al caso di Galilei);

TP10: nessun oggetto deve essere favorito più degli altri nella scelta. L'asino di Buridano si trova al centro di due balle di fieno egualmente gradite ed egualmente vicine. Non riuscendo a decidere si lascia morire di fame.

TP11: quando la regolarità della sorte si ottiene per i logaritmi dei valori o altra trasformazione riducente l'ordine di grandezza del fenomeno.

TP12: stimate l'incasso medio di un bar in base al numero di caffè che serve nel lasso di tempo che prendete il vostro.

TP13: l'informazione è molto preziosa. Ad esempio non distingue per sesso, per età, reddito, professione. Si ignora anche se le formazioni politiche in gara siano le stesse ed abbiano mantenute le medesime alleanze. Mancano peraltro notizie su campagne di stampa tese a sensibilizzare al voto ovvero mirate a scoraggiare la partecipazione. In definitiva la stima della probabilità con la proporzione può essere accettata come approssimazione grossolana di cui però si ignora l'ordine di grandezza dell'errore.

TP14: $S = \{(B, 1); (B, 2); (R, 1); (B, 2); (N, 1); (N, 2)\}$

TP15: $S = \{28, 32, 36, 40, 44, 48, 52\}$

TP16:

- $[a; b; c] [a; c; b] [b; a; c] [b; c; a] [c; a; b] [c; b; a]$
- $[[a, b, c]; 0; 0] [0; (a, b, c); 0] [0; 0; (a, b, c)]$
- $[(a, b); c; 0] [(a, b); 0; c] [(a, c); b; 0] [(a, c); 0; b] [(b, c); a; 0] [(b, c); 0; a]$
- a) $[c; (a, b); 0] [0; (a, b); c] [b; (a, c); 0] [0; (a, c); b] [a; (b, c); 0] [0; (b, c); a]$
- $[c; 0; (a, b)] [0; c; (a, b)] [b; 0; (a, c)] [0; b; (a, c)] [a; 0; (b, c)] [0; a; (b, c)]$
- b) $[1; 1; 1] [0; 0; 3] [0; 3; 0] [3; 0; 0] [0; 1; 2] [0; 2; 1] [1; 0; 2] [1; 2; 0]$
- $[2; 0; 1] [2; 1; 0]$

c) Persone in fila ad uno o più sportelli in attesa di essere servite; prodotti che passano il controllo di qualità di uno o più ispettori.

TP17:

$a) S = \{(o, o, o, o) (o, o, o, l) (o, o, l, o) (o, l, o, o) (l, o, o, o) (l, l, o, o) (l, o, l, o) (l, o, o, l) (o, o, l, l) (o, l, o, l) (o, l, l, o)\}$

TP18: $S = \{(1, 16) (2, 15) (3, 14) (4, 11) (5, 12) (6, 11) (7, 10) (8, 9) (9, 8) (10, 7)\}$.

TP19: $S = \{\text{presente, ma, in, cf, ps, ii, pb, mf, rl, pp, fp, ub, pc, pa, sp}\}$
 $E = \{\text{ma, in, cf, ps, ii, pb, mf, rl, pp}\}; F = \{\text{fp, ub, pc, pa, sp}\}$.

TP20: è falso nel caso $G = E$. Altrimenti è vero;

TP21: in entrambi i casi il rapporto tra casi a favore e casi possibili è lo stesso, ma afferiscono a due esperimenti diversi.

TP22: a) $E = \{R1, R2, R3, \text{pay TV}\}$; b) $F = \{R1, R2, R3, \text{Pay TV, Locali, S}\}$.

TP23: a) almeno un elemento di "E" non è in "F" e/o viceversa;

b) $E^c = \{2, 4, 6, 8, 10\}$; $F^c = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$;

TP24: $F^c \supset E^c \rightarrow F^c \cap E^c = F^c$, ma questo non è possibile perché una parte di "F" non è in "E" e sarà perciò in E^c che avrà quindi una parte diversa da F^c .

TP25: $J \cap K = \{0, 1\}$;

TP26: Vedi esercizio precedente;

TP27: a) F^c , b) $E^c \cap F$, c) $E^c \cap F^c$, s) $E \cup F$.

TP28:

$E = \{Sar, Cam, Cal, Bas, Pug, Sic, Mol\}$; $F^c = \{Um, Pie, Lom, TAA\}$

a. $E \cap F^c = \emptyset$; b. $(E \cap F)^c = E^c$; c. $E^c \cap F^c = F^c$;

d. $\{Tos, Lig, E.R., Ven\}$

TP29: $(A - B) \cap (B - A) = A \cap B^c \cap B \cap A^c = A \cap \emptyset \cap A^c = \emptyset$;

TP30: $(E - F) = \{(4, 1); (1, 4); (5, 0); (0, 5)\}$

TP31: le ellissi formano una copertura e i segmenti una partizione.

TP32:

a) $F \cap (E \cup E^c) = F \cap S = F$;

b) $E \cup (F \cap E^c) = (E \cup F) \cap (E \cup E^c) = (E \cup F) \cap S = (E \cup F)$

c) $E \cap F \cap E^c = E \cap E^c \cap F = \emptyset \cap F = \emptyset$;

d) $E \cup (F - E \cap E) = E \cup [F \cap (F \cap E)^c]$
 $= E \cup [F \cap (E^c \cup F^c)] = E \cup [(F \cap E^c) \cup (F \cap F^c)]$
 $= E \cup [(F \cap E^c) \cup \emptyset] = E \cup (F \cap E^c)$
 $= (E \cup F) \cap (E \cup E^c) = (E \cup F) \cap S = (E \cup F)$

e) $(E \cup F) - E = (E \cup F) \cap F^c = E \cup F \cap F^c = E \cup \emptyset = E$

TP33:

a) Basta verificare che $A_i \supset A_{i-1}$ per ogni "i" ed ha questo fine si può notare che all'aumentare di "i" le frazioni si riducono determinando intervalli sempre più grandi;

b) In questo caso si deve dimostrare che $B_{i-1} \supset B_i$ e qui basta considerare la tendenza per valori decrescenti a quattro del limite superiore dell'intervallo.

TP34: Poiché la legge di composizione interna di W non esclude i sottoinsiemi impropri si ha $S \supseteq S \text{ e } \emptyset \supseteq S$ e quindi l'evento certo e l'evento impossibile rientrano nell'algebra. Inoltre:

$$Se E_1, E_2 \subseteq S \Rightarrow (E_1 \cup E_2) \subseteq S, (E_1 \cap E_2) \subseteq S;$$

$$Se E \subseteq S \Rightarrow E^c \supseteq S$$

grazie alle leggi di De Morgan; quindi, nessuna delle operazioni indicate può produrre elementi non siano in S. In definitiva "W" contiene l'evento certo ed è chiusa sotto le operazioni di unione, intersezione e negazione ovvero è un'algebra.

$$E^c = F \in W, F^c = E \in W, E \cap F = \emptyset \in W; E \cup F = S \in W$$

TP35: $\emptyset^c = S \in W, S^c = \emptyset \in W, S \cap \emptyset = \emptyset \in W; S \cup \emptyset = S \in W$
 $E \cap S = E \in W; E \cup S = S \in W, F \cap S = F \in W; F \cup S = S \in W$

TP36: utilizziamo il simbolo “1” per l’aggiudicazione, “-1” per la non aggiudicazione e “0” per la non partecipazione. L’evento elementare è una matrice 3x3 con gli esiti delle gare per ciascuna ditta:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}; \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}; \\ \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

L’universo degli eventi S è formato dalle 12 alternative; per l’algebra degli eventi si può utilizzare ad esempio: $W = \{f, S, A = \text{“La ditta E vince una gara”}, A^c\}$

TP37: la non negatività è immediata trattandosi di un conteggio; la monotonicità è pure evidente dato che ogni parola in più presente nel periodo aumenta di uno la funzione di insieme; risulta anche additiva purché le parole ripetute nei due brani possano essere contate separatamente.

TP38: solo la 3 ha elementi non negativi che sommano ad uno.

TP39:

$$A \cup B^c = S \Rightarrow P(A \cup B^c) = 1 \Rightarrow P(A) + P(B^c) = 1$$

$$P(A) = 1 - P(B^c) = P(B)$$

TP40: il contrario non è necessariamente vero e per dimostrarlo basta un controesempio: lanciando un dado regolare la probabilità che si verifichi $E = \text{“risultato pari”}$ è esattamente uguale alla probabilità di $F = \text{“risultato dispari”}$, ma è $E \neq F$.

TP41: (E, F) ;

TP42: a) 0.75; b) 0.80; c) La terna non è formata da eventi incompatibili dato che $P(E \cup F \cup G) > 1$;

TP43:

$$a) P(F) - P(G) = 0.23; b) 1 - P(F \cup G) = 0; c) 1 - P(F \cap G) = 0.83$$

TP44: basta verificare che:

$$E - (E \cap F) = E \cap (E \cap F)^c = E \cap (E^c \cup F^c) = \\ = (E \cap E^c) \cup (E \cap F^c) = \emptyset \cup (E - F) = E - F$$

TP45: è incoerente la probabilità dell’evento contenitore che risulta più piccola di quella associata all’evento contenuto; è errata la probabilità dell’unione di due eventi che risulta minore della probabilità assegnata alla loro intersezione.

TP46: a) 0.89; b) 0.98;

TP47: $k=1/(8-6m)$, $m \leq 7/6$.

TP48: a) 3/16; b) 13/16; c) 4/16; d) 1/16; e) 3/16; f) 5/16.

TP49:

$$P(L) = P(L \cap D) + P(L \cap D^c) = 0.75;$$

$$P(D) = P(L \cap D) + P(L^c \cap D) = 0.50$$

$$P(L \cap D) = 0.40$$

$$a) P(L^c \cap D^c) = P(\overline{L \cup D}) = 1 - P(L \cup D) = 1 - [0.75 + 0.50 - 0.40] = 0.15$$

$$b) P(L^c \cap D) = 0.50 - P(L \cap D) = 0.10$$

TP50: hanno entrambi torto, i casi possibili debbono essere stabiliti in base ai colori effettivamente presenti e non in base a quelli che vengono in mente. Se la composizione dell’urna rispetto ai colori non è nota, l’approccio classico non è applicabile.

TP51: per la prima scelta sono date 84 possibilità (80 buone e 4 difettose); per la seconda scelta, siccome deve essere distinta dalla prima, le scelte possono essere 83 e quindi i casi possibili sono $84 \cdot 83 = 6972$. I casi favorevoli all’evento $E = \text{“entrambe difettose”}$ sono le coppie formate da una difettata in 1ª estrazione ed una difettata in 2ª estrazione. In questo senso ci sono 4 scelte per la 1ª componente e 3 scelte

per la 2ª per un totale di $4 \cdot 3 = 12$ scelte. Quindi la probabilità cercata è $P(E) = 12/6972 = 0.17\%$.

TP52: a) 22/36; b) 4/36; b3) 8:1.

TP53: ha la stessa frequenza del lunedì, frequenza inferiore al mercoledì e superiore del martedì o domenica. N.B. ricordare che i cambi di secolo multipli di 400 non sono bisestili.

TP54: non deve giocare. E’ vero che Luciana attribuisce probabilità zero all’evento E , ma questa potrebbe essere solo una sua opinione. Ogni altro valore è a lei contrario e quindi può andare incontro ad una probabile perdita senza alcun guadagno. Non è poi sensato un atto di cortesia verso chi le propone una scommessa così malaccorta.

TP55: si ribadisce l’opportunità della lettura.

TP56: a) 144; b) $10^4 = 10000$; c) 36; d) $5 \cdot 120$; e) $3 \cdot 2 \cdot 5 = 30$.

TP57: a) 13^8 ; b) $D_{SR}(8,5) = 6720$; c) 2.12356×10^{32} ; d) tra 2^730 e 13^8 .

TP58: a) 210; b) $n(n-1)(n-2)$; c1) 116280; n c2) 11880.

TP59: a) 2^7 ; b) 10^{10} = dieci miliardi; c) $30^5 = 24^3 \cdot 300^4$.

TP60: a) $7! = 5^4 \cdot 040$; b) $4! = 24$; c) $6! = 720$; d) $8! = 40^3 \cdot 320$; e) $9! = 362^8 \cdot 880$.

TP61: esatto: $1^3 \cdot 307^7 \cdot 674^3 \cdot 368^8 \cdot 000$; Stirling modificata:

$$1^3 \cdot 307^7 \cdot 655^3 \cdot 337^2 \cdot 292; \text{Stirling: } 1^3 \cdot 300^4 \cdot 430^7 \cdot 712^3 \cdot 169.$$

TP62: a) $12 \cdot 11 = 132$; b) $18! / 15! = 18 \cdot 17 \cdot 16 = 4^8 \cdot 896$;

$$c) 45! / 41! = 45 \cdot 44 \cdot 43 \cdot 42 = 3^5 \cdot 5^7 \cdot 880;$$

$$d) 9! / 3! = 60^4 \cdot 80; e) 9! = 362880$$

$$\text{TP63: a) } C(11,3) = 165; \text{ b) } C(19,4) = 3876; \text{ c) } C(9,5) + C(9,4) \cdot C(7,1) + C(9,3) \cdot C(7,2) = 2772.$$

TP64:

$$a) 2^7 \cdot 3^5 \cdot 800;$$

$$b) 126; c) 3.1201 \times 10^{211};$$

d) Sono i possibili modi di non scegliere alcun elemento da un insieme che non ne contiene nessuno: $0! / 0! (0-0)! = 1$; e) $C(n,2) = n(n-1)/2$.

TP65:

$$(1+x)^N = (1+x)^{N_1} (1+x)^{N-N_1} \\ \Rightarrow \sum_{i=0}^N \binom{N}{i} x^i = \left[\sum_{i=0}^{N_1} \binom{N_1}{i} x^i \right] \left[\sum_{i=0}^{N-N_1} \binom{N-N_1}{i} x^i \right] \\ = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^i \binom{N_1}{j} \binom{N-N_1}{i-j} x^i \Rightarrow \binom{N}{i} = \sum_{j=0}^i \binom{N_1}{j} \binom{N-N_1}{i-j}$$

La dimostrazione si ottiene verificando l’uguaglianza termine a termine tra le due espressioni.

TP66: a) 9.49933×10^{20} ; b) $25^4 \cdot 401^6 \cdot 600$, $88^2 \cdot 200$; c) $1^8 \cdot 872^9 \cdot 971^8 \cdot 100$; d) $19^6 \cdot 600$; e) 4.096×10^{15} , 10^{12} .

TP67: a) $50^4 \cdot 40$; b) $27^7 \cdot 720$; c) $38^7 \cdot 798^7 \cdot 760$; d) $12^6 \cdot 600$; e) $3^7 \cdot 70 = 210$

TP68: a) $2^7 \cdot 002$; b) $C(200+23-1, 200) = 1^7 \cdot 264 \times 10^{27}$; c) $C(n+r-1, r)$.

TP69: a) $4^7 \cdot 080$; b) $1^7 \cdot 108^8 \cdot 800$.

TP70:

a) Fissato un tassello di riferimento esistono 36! permutazioni.

b) Scelto una qualsiasi sedia ed assegnata ad uno dei sessi altre quattro sono automaticamente attribuite all’altro sesso. Per il sesso che ha avuto la prima assegnazione ne rimangono $C(4,3)$. Quindi come combinazioni ne sono possibili $C(4,3) \cdot C(4,4) = 4$, come disposizioni (cioè considerando l’ordine) sono: $D_{sr}(4,3) \cdot D_{sr}(4,4) = 4!^2 = 576$.

c) le possibilità che 4 persone si trovino in posizioni adiacenti in una fila di 13 sono 10. Ognuna di queste prevede 4! permutazioni per cui le possibilità complessive sono $10 \cdot 24 = 240$; d) $3^3 \cdot D_{sr}(19,10) = 277^3 \cdot 134$; e) $C(19,6) = 27^7 \cdot 132$

TP71: a) Iragazzi occupano posti contigui in 7 casi; le ragazze possono disporsi in $6! = 720$ modi diversi per cui le file di 8 con due ragazzi vicini sono $720 \cdot 7 = 5^7 \cdot 040$ che debbono essere sottratte alle $8! = 40^3 \cdot 20$ file possibili per cui le file senza ragazzi vicini sono $35^2 \cdot 280$; b) $7^7 \cdot 7! = 35^2 \cdot 280$; c) $21! \cdot 19!$; d) 48.

TP72: il problema è analogo alla scelta di una combinazione con ripetizione di $(h-1)$ elementi da $(k-1)$. Quindi $C(k+h-2, h-1)$.

TP73: a) $4! \cdot 2 = 48$; b) $4! = 24$; c) $4! \cdot 4! = 576$; d) $2^4 \cdot 4! \cdot 4! = 1152$.

TP74: a) $25^2 \cdot 232^2 \cdot 230$; b) Uno.

TP75: a) $P(A) = 1 - (5/6)^6 = 0.6651$; $P(B) = 5^{12} / 6^{12} + 12(5^{11} / 6^{12}) = 0.3813$; b) $P(“9”) = 25/216$, $P(“10”) = 27/216$. Senza altri elementi è opportuno puntare sul “10”;

c) $2 \cdot 7! / 8! = 0.25$;
 d) $1000000 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 1041 \cdot x / C(50, 22) = 1$ dove x è il numero di quadrienni: 42.1. Fra 170 anni qualcuno griderà al miracolo.

TP76: a) I casi possibili sono $C(N+n-1, n-1)$; i casi favorevoli si ottengono considerando che la scelta di una buca da lasciare vuota può essere fatta in "n" modi diversi e per ognuna di tale scelta le altre possono ricevere $C(N-1, 2)$. Per $N=5$ ed $n=4$ la probabilità è: $4 \cdot C(4, 2) / C(8, 3) = 24/56$; per $N=6$ e $n=4$ la probabilità è $4 \cdot C(5, 2) / C(9, 3) = 40/84$.
 b) con $n=8$ partecipanti la probabilità è $1 / (8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5) = 0.000595$; se uno di loro arriva per ultimo allora le posizioni per il 1° posto sono 7, 6 per il 2° e così via; la probabilità sarà quindi: $1 / (7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4) = 0.00119$ cioè è raddoppiata; c) $D_{sr}(16, 5) / 5^{16} = 0.7687$; d) $9/35 = 0.257$.

TP77: a1) $[C(2, 1) \cdot C(48, 24) + C(2, 2) \cdot C(48, 23)] / C(50, 25) = 0.755$;

a2) $\frac{\sum_{i=1}^{25} 2^i}{C(50, 25)} = 0.531 \times 10^{-8}$;

b) 2 con $p(2) = 0.3107$;

c) I "6" sono le unità speciali e ne esiste una sola; quindi la probabilità cercata è:

$$P("6") = \frac{\binom{1}{1} \binom{5}{2}}{\binom{6}{3}} = 0.5; \text{ d1) } 0.0412; \text{ d2) } 0.4235.$$

TP78: 0.00025;

TP79: $q_4 = \left(1 - \frac{1}{N}\right) \left(1 - \frac{2}{N}\right) \left(\frac{3}{N}\right) \geq 0.95 \Rightarrow N > 56$

TP80: ha lo stesso svolgimento dell'esempio sul segreto di Pulcinella con $k=2$ e $m=2^{r-2}$.

TP81: l'evento $E = "k \text{ biglie nella } 1"$ si verifica se, dopo "r" allocazioni, "k" sono finite nella prima e (r-k) non sono finite nella prima: il rapporto tra casi favorevoli e possibili è:

$$P(E) = \binom{r}{k} \frac{(n-1)^{r-k}}{n^r}$$

moltiplicato poi per il numero di scelte, senza ripetizione, di "k" fra "r".

TP82: a) $P(E \cap F) / P(F) = 0 / P(F) = 0$;

b) $P(E|F) = P(E \cap F) / P(F) = [P(E) \cdot P(F)] / P(F) \geq P(E)$;

c) $E \subset F \rightarrow P(E \cap F) / P(F) = P(E) / P(F) = 1$;

d) E' uguale ad uno solo se $P(F) = P(F^c) = 0.5$;

e) ad esempio se $F \subset E$ allora:

$$P(E|F) + P(\bar{E}|\bar{F}) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} + \frac{1 - P(E \cap F)}{1 - P(F)} = \frac{P(E)}{P(F)} + \frac{1 - P(F)}{1 - P(F)} \geq 1$$

	v	v ^c	
C	0.2	0.1	0.3
a) C ^c	0.5	0.2	0.7
	0.7	0.3	1

b) $P(E^c) = 1 - P(E)$.

TP84: a) 0.583; b) 0.20.

TP85: la non negatività è evidente: per ogni evento $F \subset W$ si ha $P(F \cap E) \geq 0$ e pertanto $P(F|E) = P(E \cap F) / P(E) \geq 0$ dato che già $P(E) > 0$. Dato che $E \subset S$ $P(S|E) = P(S \cap E) / P(E) = P(E) / P(E) = 1$. Per l'additività consideriamo "n" eventi incompatibili:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n F_i \mid E\right) = \frac{P\left[\left(\bigcup_{i=1}^n F_i\right) \cap E\right]}{P(E)} = \frac{\sum_{i=1}^n P(F_i \cap E)}{P(E)} = \sum_{i=1}^n P(F_i|E)$$

TP86: a) 1/5; b) 4/5; c) 4/5;

TP87:

a) $P(R_1|R_2^c) = \frac{P(R_1 \cap R_2^c)}{P(R_2^c)} = 0.667$; b) $P(R_1|R_2) = \frac{P(R_1 \cap R_2)}{P(R_2)} = 0.471$;

c) $P(R_1^c|R_2^c) = \frac{P(R_1^c \cap R_2^c)}{P(R_2^c)} = 0.666$; d) $P(R_1^c|R_2) = \frac{P(R_1^c \cap R_2)}{P(R_2)} = 0.529$;

TP88:

1. $P(E_2 = B|E_1 = R) = \frac{b+d}{b+r-c+d}$; 2. $P(E_2 = R|E_1 = R) = \frac{r-c}{b+r-c+d}$

3. $P(E_2 = B|E_1 = B) = \frac{b-c}{b+r-c+d}$; 4. $P(E_2 = R|E_1 = B) = \frac{r+d}{b+r-c+d}$

TP89: nella diffusione di malattie infettive in cui la comparsa della malattia causa l'aumento della probabilità dell'evento e la cura evita il contagio ovvero la riduzione della probabilità dell'evento.

b) $P(R_1|R_2) = \frac{P(R_1)P(R_2|R_1)}{P(R_2)} = \frac{P(R_1)P(R_2|R_1)}{P[(R_2 \cap R_1) \cup (R_2 \cap N_1)]}$
 $= \frac{P(R_1)P(R_2|R_1)}{P(R_1)P(R_2|R_1) + P(N_1)P(R_2|N_1)} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{5}{7}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{5}{7}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{4}{7}\right)} = 0.556$

TP90:

1. $P(E^c \cap F^c) = P(F^c)P(E^c|F^c) = 0.05 \cdot 0.01 = 0.0005$

2. $P(E \cup F) = 1 - P[(E \cup F)^c] = 1 - P(E^c \cap F^c) = 0.9995$

3. $P(E^c \cap F) = P(E^c)P(F|E^c) = 0.05 \cdot 0.99 = 0.0495$

$P(E \cap F^c) = P(F^c)P(E|F^c) = P(F^c) \left[1 - (E^c|F^c)\right] =$
 $= P(F^c) \left[1 - \frac{P(E^c)}{P(E^c)} P(F^c|E^c)\right] = 0.025 \cdot \left[1 - \frac{0.025}{0.050} \cdot 0.01\right] = 0.0249$

$P(\text{uno e solo uno}) = 0.0495 + 0.0249 = 0.0744$

TP91: poniamo $F = "delegazione di tre contrattisti"$.

$P(F) = \frac{\text{card}(F)}{\text{card}(S)} = \frac{\binom{20}{3}}{\binom{50}{3}} = 0.0582$;

$P(F) = P(C_1)P(C_2|C_1) \cdot P(C_3|C_2 \cap C_1) = \frac{20}{50} \cdot \frac{19}{49} \cdot \frac{18}{48} = 0.0582$

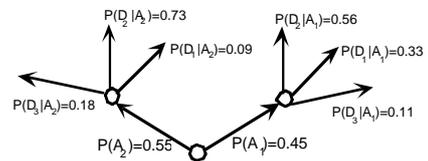
TP92:

$P[(A_1 \cap D_2) \cup (A_2 \cap D_1)] = P(A_1)P(D_2|A_1) + P(D_1)P(A_2|D_1)$
 $= \frac{4}{52} \frac{16}{51} + \frac{16}{52} \frac{4}{51} = 4.83\%$

TP93: casi possibili data la condizione: $C = \{(2, 2, 1) (2, 2, 2) (2, 2, 3) (2, 2, 4) (2, 1, 2) (2, 3, 2) (2, 4, 2) (1, 2, 2) (3, 2, 2), (4, 2, 2)\}$; casi favorevoli: (2, 2, 2). La probabilità è del 10%. La probabilità di tre facce uguali prima che si effettui il lancio è $4/64 = 6.25\%$

TP94: a) due rosse: $(5/8)(6/9) = 15/36$; b) $(3/8)(6/9) + (5/8)(3/9) = 15/36$; c) $(3/8)(4/9) = 1/6$

TP95:



TP96: 0.121×10^{-14} ;

TP97: un corollario del postulato empirico è la cosiddetta legge di Murphy: ciò che può verificarsi è naturale che prima o poi si verifichi.

TP98:

$P(L_1|I) = \frac{P(L_1)P(I|L_1)}{P(I)} = \frac{0.333 \cdot 0.004}{0.03} = 0.0444$;

$P(L_2|I) = \frac{P(L_2)P(I|L_2)}{P(I)} = \frac{0.333 \cdot 0.003}{0.03} = 0.0333$;

$P(L_3|I) = \frac{P(L_3)P(I|L_3)}{P(I)} = \frac{0.333 \cdot 0.006}{0.03} = 0.0666$;

a) $P(L_4|I) = \frac{P(L_3)P(I|L_3)}{P(I)} = \frac{0.333 \cdot 0.0085}{0.03} = 0.0944 = P(L_5|I)$

TP99: $0.15 * 0.04 + 0.40 * 0.07 + 0.25 * 0.05 + 0.20 * 0.06 = 0.1665 \rightarrow 16.7\%$

TP100:

$$P(V_2|T) = \frac{P(T|V_2)P(V_2)}{0.6 * 0.2 + 0.4 * 0.5 + 0.5 * 0.3} = \frac{0.20}{0.47} = 42.6\%$$

TP101: a) 0.0427; b) 0.2026;

TP102:

$$P(G|S) = \frac{P(G)P(S|G)}{P(G)P(S|G) + P(R)P(S|R)} = \frac{P(G)[1 - P(A|G)]}{P(G)[1 - P(A|G)] + P(R)P(S|R)}$$

$$= \frac{0.96 * 0.03}{0.96 * 0.03 + 0.04 * 0.95} = 0.4311$$

$$P(R|A) = \frac{P(R)P(A|R)}{P(R)P(A|R) + P(G)P(A|G)} = \frac{P(R)[1 - P(S|R)]}{P(R)[1 - P(S|R)] + P(G)}$$

$$= \frac{0.04 * 0.05}{0.04 * 0.05 + 0.96 * 0.97} = 0.0021$$

TP103: a) 0.07; b) La strategia più probabile (non certa) in risposta alla strategia dell'altra è A2.

TP104:

$$= \frac{P\{[(5,3);(5,3);(5,3);(5,3)] \cap [(5,3);(5,3);(5,3);(5,3)(6,2);(6,2);(6,2);(6,2)]\}}{P\{(5,3);(5,3);(5,3);(5,3) + (6,2);(6,2);(6,2);(6,2)\}}$$

$$= \frac{4}{8} = 0.5$$

$$P(R-) = 0.35\left(\frac{1}{3}\right) + 0.40\left(\frac{1}{3}\right) + 0.45\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1.2}{3} = 0.40;$$

TP105: $P(C|R-) = \frac{P(R-C)P(C)}{P(R-)} = \frac{0.35 * 0.33333}{0.40} = 29.2\%$

TP106: R=reo, R^c=innocente; A=assolto; A^c=condannato

a) $P(R^c|A) = \frac{P(A)P(A|R^c)}{P(A)P(A|R^c) + P(A^c)P(A^c|R^c)}$

$$= \frac{0.01 * 0.95}{0.01 * 0.95 + 0.99 * (1 - 0.95)} = 0.16;$$

b) $P(R|A) = \frac{P(A)P(A|R)}{P(A)P(A|R) + P(A^c)P(A^c|R)}$

$$= \frac{0.01 * 0.05}{0.01 * 0.05 + 0.99 * (1 - 0.95)} = 0.010;$$

c) $P(R^c|A^c) = \frac{P(A^c)P(A^c|R^c)}{P(A^c)P(A^c|R^c) + P(A)P(A|R^c)}$

$$= \frac{0.99 * (1 - 0.95)}{0.99 * (1 - 0.95) + 0.01 * 0.95} = 0.8$$

TP107:

A: $P(C_1 \cup C_2 | T_1 \cup T_2) = \frac{P[(C_1 \cup C_2) \cap (T_1 \cup T_2)]}{P(T_1 \cup T_2)}$

$$= \frac{P(C_1 \cap T_1) + P(C_2 \cap T_1) + P(C_1 \cap T_2) + P(C_2 \cap T_2)}{P(T_1 \cup T_2)} = \frac{0 + 0.25 + 0.25 + 0}{0.75} = 0.667$$

B: $P(T_1 \cap T_2 | T_1 \cup T_2) = \frac{P(T_1 \cap T_2) \cap (T_1 \cup T_2)}{P(T_1 \cup T_2)} = \frac{P(T_1 \cap T_2)}{P(T_1 \cup T_2)} = \frac{0.25}{0.75} = 0.333$

TP108: $P(B_1|T_1^c) = \frac{P(T_1^c|B_1)P(B_1) + P(T_1^c|B_2)P(B_2) + P(T_1^c|B_3)P(B_3)}{P(T_1^c|B_1)P(B_1) + P(T_1^c|B_2)P(B_2) + P(T_1^c|B_3)P(B_3)}$

$$= \frac{P(T_1^c|B_1)}{P(T_1^c|B_1) + P(T_1^c|B_2) + P(T_1^c|B_3)} = \frac{p_1}{p_1 + 2}$$

$$P(B_2|T_1^c) = \frac{P(T_1^c|B_2)}{P(T_1^c|B_1) + P(T_1^c|B_2) + P(T_1^c|B_3)} = \frac{1}{p_1 + 2};$$

$$P(B_3|T_1^c) = \frac{1}{p_1 + 2}$$

TP109: P(Vocale)=5/21, P(Vocale|linea curva)=2/10≠5/21;

TP110: i due eventi sono incompatibili e pertanto non possono essere indipendenti visto che il verificarsi dell'uno esclude il verificarsi dell'altro e, a tal fine, è irrilevante la rimessa o non rimessa;

TP111: se le uscite della roulette sono indipendenti il consiglio è inutile dato che le uscite minori o uguali di 18 conservano la stessa probabilità qualunque sia stata la sequenza di scelte precedenti. Se però ci sono informazioni esterne il consiglio potrebbe risolvere diversi problemi;

TP112: P(A ∪ B) = 1; gli eventi non sono indipendenti dato che un mezzo esclude l'altro.

TP113: lo spazio di probabilità in cui sono definiti i due sistemi di eventi non è lo stesso. Attenzione alle trappole logiche di cui sono piene molte espressioni apparentemente sensate e lineari.

$$P(E) * P(G) = \frac{1}{3} * \frac{1}{5} = \frac{1}{15} = \frac{2}{45} + \frac{1}{45} = \frac{1}{15} = P(E \cap G);$$

TP114: $P(E) * P(F) = \frac{1}{3} * \frac{7}{15} = \frac{7}{45} = \frac{5}{45} + \frac{2}{45} = \frac{7}{45} = P(E \cap F)$

$$P(F) * P(G) = \frac{7}{15} * \frac{1}{5} = \frac{7}{75} \neq \frac{2}{45} + \frac{4}{45} = \frac{6}{15} = P(F \cap G)$$

TP115:

E = "parte in orario"; F = "arriva in orario"; P(E) = 0.8,

$$P(E \cap F) = 0.70$$

1. $P(F|E) = \frac{0.7}{0.8} = 0.875$; 2. $P(F) = 0.75 \Rightarrow P(E|F) = \frac{0.70}{0.75} = 0.93$

TP116:

a) P(E ∩ F) = P(E) * P(F) ≠ 0 e sia P(E) che P(F) sono positivi;

b) Se E = ∅ ed F tale è che P(F) > 0 allora:

$$P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{P(\emptyset)}{P(F)} = 0 \Rightarrow P(F)P(E|F) = 0$$

$$\Rightarrow P(E|F) = 0 = P(E)$$

Se E = S ed F tale è che P(F) > 0 allora:

$$P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{P(S \cap F)}{P(F)} = \frac{P(F)}{P(F)} = 1 = P(E)$$

c) P(E ∩ F) = 0 → P(E) * P(F) = 0 ovvero se P(E) = 0 o P(F) = 0;

P(E ∩ F) > 0 → P(E|F) = P(E) * P(F) / P(F) = P(E) se P(F) > 0

oppure P(E|F) = P(E) * P(F) / P(E) = P(F) se P(E) ≠ 0

TP117:a)

$$P(A \cap B) = P(A)P(B), P(B \cap C) = P(B)P(C) \Rightarrow P(B) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = P(A)P(B|C) \neq P(A)P(C|A) = P(A \cap C)$$

b) $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(A) * P(B) = P(A)[1 - P(B)] = P(A)P(B^c)$

TP118:

249	221	470
207	183	390
244	216	460
700	620	1320

TP119: "prima di rispondere a questa domanda lanci il dado che trova vicino al questionario: se l'esito del lancio (la faccia rivolta verso l'alto) è pari risponda alla domanda "A" altrimenti risponda alla "B": A. Le è capitato di prelevare un prodotto dai banchi e poi non presentarlo alla cassa? Mai; una volta; più di una volta.

B. L'esito del lancio del dado è: 1-2; 3-4; 5-6.

TP120: a) 2ⁿ - n-1; b) è del tutto equivalente;

TP121: P(E|F) = P(E ∩ F) / P(F) = 0.0625 / 0.25 = 0.25 = P(E); P(E|G) = P(E), ma P(E|F ∩ G) = P(E ∩ F ∩ G) / P(F ∩ G) = 0.05 / 0.0625 = 0.8 ≠ P(E).

TP122:

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{2}, P(A)P(B) = \frac{1}{4}; P(A \cap B) = P[(T, T)] = \frac{1}{4} = P(A)P(B)$$

$$P(C) = \frac{1}{2}, P(A)P(C) = \frac{1}{4}; P(A \cap C) = P[(T, T)] = \frac{1}{4} = P(A)P(C)$$

$$P(B)P(C) = \frac{1}{4}; P(B \cap B) = P[(T, T)] = \frac{1}{4} = P(C)P(B)$$

$$P(A)P(B)P(C) = \frac{1}{8} \neq P(A \cap B \cap C) = P[(T, T)] = \frac{1}{4}$$

TP123:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3^c) + P(A_1 \cap A_2^c \cap A_3) + P(A_1^c \cap A_2 \cap A_3) \\ = (0.99)^3 + 3[(0.99)^2(0.01)] = 0.9997$$

TP124:

$$P(CVCVCVCVC) = \left(\frac{5}{9}\right)\left(\frac{4}{8}\right)\left(\frac{3}{7}\right)\left(\frac{3}{6}\right)\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{2}{4}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{1}\right) = \frac{5(24)^2}{9!} = 0.0079$$

TP125: nasce nella cultura americana dove se si itera per tre volte un reato c'è il carcere a vita indipendentemente al reato (anche il divieto di sosta). Se le circostanza sono molto simili il pubblico ministero ha ragione. Ma chi giudica la somiglianza?

TP126: $P(\text{Sistema fallisce}) = 1 - (1 - p)^n$; 2. A zero.

TP127: è analogo al problema della collezione di premi con $n=13$ ed $m=11, 12, 13$. La probabilità è: 0.00231, circa 1 su 500. Se il premio è ricco e non ci sono penalità per chi non indovina Sibillinus ha ragione di tentare.

TP128:

	p_i	Bot	Azioni	Obblig.
1	0.000	0.0001	0.0001	0.0001
2	0.003	0.0007	0.0011	0.0009
3	0.009	0.0022	0.0036	0.0031
4	0.021	0.0053	0.0085	0.0074
5	0.041	0.0103	0.0165	0.0145
6	0.071	0.0179	0.0286	0.0250
7	0.113	0.0283	0.0454	0.0397
8	0.169	0.0423	0.0677	0.0592
9	0.241	0.0602	0.0964	0.0843
10	0.331	0.0826	0.1322	0.1157
	1.000	0.2500	0.4000	0.3500

TP129: è una condizione che riguarda le funzioni di probabilità marginali: per ogni evento e_i nell'algebra W_1 la funzione di probabilità moltiplicativa definita su $W_1 \otimes W_2$, assegna:

$$\sum_{e_2 \in S_2} P[(e_1, e_2)] = P_1(e_1) \quad \sum_{e_2 \in S_2} P_2(e_2) = P_2(e_2) * 1 = P_2(e_2)$$

TP130: il telefono e l'automobile non avevano la diffusione dei giorni nostri e caratterizzavano il segmento più abbiente e tendenzialmente conservatore e quindi favorevoli a Landon. Inoltre, la risposta era su base volontaria per cui venne data da coloro che avevano forte motivazione in genere diversi dagli indecisi e svogliati che votano all'ultimo momento.

TP131:

a) La convergenza di informazioni sull'utenza telefonica fissa e mobile, collegamenti in rete, pagamenti nei POS, domande al numero verde, transazioni con carte al *microchip* danno luogo ad una massa di dati allo stato grezzo, ma che può generare varie liste per aprire una vera e propria relazione personale e continuativa con la clientela. Le difficoltà maggiori sono costituite dalla mancanza di chiavi comuni a tutte le fonti informative.

b) Innanzitutto nel far passare un certo lasso di tempo prima che un'azienda già coinvolta in un'indagine torni di nuovo a far parte del campione. Inoltre, si possono utilizzare informazioni già esistenti (consumi energetici e telefonici, ad esempio) che sono aggiornate e ottenute senza gravare su soggetti già disturbati da una mole cospicua di formulari e moduli da riempire per esigenze amministrative (INPS, INAIL, CCIA) e statistiche.

c) Per raggiungere alcune popolazioni rare o elusive si deve ricorrere talvolta a metodi non ortodossi per la costituzione delle liste. Ad esempio, i campioni formati da volontari per la sperimentazione di nuovi farmaci o protocolli di cura sono attirati con la promessa di rimborsi spese e ripristino di mancati guadagni molto interessanti, soprattutto per giovani squattrinati.

TP132: in linea di massima derivano dall'esistenza di strutture amministrative fragili; dalla notevole mobilità, sia interna che verso l'esterno, delle persone; dalla scarsità di mezzi e di risorse qualificate (cfr. Casley D.J. Lury D.A. 1989).

TP133: a) Perché le situazioni ambigue possono essere tante: D'Amato viene prima o dopo Damato? Chi precede tra San Sicario e Sansicario?

b) Quando si fondono due più sottoliste, l'ordinamento alfabetico rivela immediatamente i duplicati.

TP134:

a) Sovrarappresentazione con candidati/e già inclusi/e in graduatorie di altre province o graduatorie di altre classi di insegnamento, presenze derivate da domande sbagliate o prive di documentazione, duplicazione di nominativi; i buchi nella lista potrebbero essere determinati da istanze non incluse o smarrite, da sottoelenchi rimasti nel computer, ma non stampati;

b) Le liste raggruppate sono usuali quando si interagisce con società e la lista fornisce informazioni al livello di macrounità. Se si vuole intervistare un vice-dirigente di un ente pubblico occorre considerare che in questa posizione può trovarsi più di una persona e sotto la dizione "responsabile acquisti" di un'impresa può essere compreso più di un dipendente. In questi casi bisogna disaggregare la lista in sottoliste più specializzate.

c) I codici campionati possono corrispondere a fatture ancora in lavorazione, archiviate su supporti non raggiungibili, ovvero smarrite o mai esistite; le firme possono essere assenti ovvero eseguite da personale non autorizzato. I duplicati di fatture o la confusione tra fattura pro-forma o preliminare e documenti definitivi sono pure possibili.

TP135: a) Errore nei dati, ma non nella frame; b) *Undercoverage* nella vecchia residenza *overcoverage* nella nuova; c) *Undercoverage*; d) *Undercoverage*; e) Lista incompleta, f) Lista incompleta.

TP136: la SARIN che rivende liste e sottoliste ricavate dagli elenchi telefonici e dalle pagine gialle. La Assodirect costituita presso l'Assolombarda raggruppa diverse agenzie di *direct marketing*.

TP137: federalberghi e assoturismo

TP138: la componente a) comporta una maggiorazione di costi che potrebbe anche provocare il superamento del vincolo di bilancio imposto all'indagine. La componente b) è però la più delicata perché l'esperienza indica che si tratta in genere di unità con caratteristiche diverse dal resto della popolazione. Ne consegue che l'indisponibilità di talune unità non solo riduce la dimensione della popolazione effettiva (questo è ovviabile), ma ne diminuisce l'affidabilità ed è la carenza più seria dato che -verosimilmente- un segmento della popolazione rischia di sfuggire all'indagine.

TP139: a) Ha usato una lista troppo generica; b) La scelta è valida se gennaio può considerarsi un mese "tipico" della gestione rappresentativo dell'andamento normale del resto dell'anno.

TP140: ad esempio le nuove professioni collegate allo sviluppo della *e-commerce*. Alcune figure sono in effetti rare, almeno nel periodo in cui è scritto il presente testo. Talvolta, le indagini *ad hoc* raccolgono informazioni su segmenti della popolazione di solito trascurati. Le associazioni mediche fanno altrettanto come pure le agenzie private di collocamento. L'accesso però non è sempre facile;

TP141: le amministrazioni dello Stato che non hanno risposto per evitare o ritardare controlli sulla mancata attuazione (non si può escludere che gli enti destinatari non abbiano ricevuto la richiesta perché riferite ad una sede errata o ad un ufficio non competente). La *frame* può essere costruita a partire dalle denunce e dalle cause intentate contro la mancanza di trasparenza.

TP142: se i sacchi sono impilati in ordine, si possono usare gli interi delle coordinate cubiche per indentificarli oppure possono essere disposti ad intervalli regolari su di un'area rettangolare o circolare che possono essere suddivisi in settori. Se i sacchi debbono essere spostati con un nastro trasportatore si possono fissare dei punti di controllo in cui disporre degli stop casuali (in questo caso la lista riguarda i minuti o i secondi in cui fermare il nastro).

TP143: per popolazioni infinite non è rilevante la mancata reimmissione delle unità indipendentemente dalla loro composizione;

TP144: le unità autorappresentative sono sempre presenti per cui - per quanto di loro competenza - il campionamento è sempre senza reimmissione; quelle *blank* non ne possono far parte neanche una volta ed è come se fossero già stata estratte e non rimesse.

TP145: a) $36^7 750$; b) $48^4 432^3 384$; c) 3.80429×10^{22} ; d) 9.78056×10^{21} ; e) $1^9 84^8 829^8 850$; f) $1^3 370^7 754$.

TP146: a) Se lo è la generazione della permutazione; b) No; c) No!

TP147:

- a) 0.7647×10^{-14} ;
 b) 0.7647×10^{-11} ;
 c) 176 miliardi di anni.

TP148:

- a) Partizioni di unità indistinguibili in gruppi non distinguibili;
 b) Unità non distinguibili in gruppi distinti;
 c) unità distinte, in gruppi distinti;

TP149: il campionamento è con reimmissione; b) Alcune unità hanno probabilità zero di entrare nel campione per cui l'equiprobabilità si applica solo ai campioni i cui codici sono generati dal meccanismo della direttrice.

TP150:

- a) Il termine campione ed esemplare hanno in italiano un doppio significato. In Statistica l'accezione usata è quella di valore tipico e non di valore eccezionale o modello a cui attenersi.
 b) campione = selezione = scelta = gruppo = rilevazione parziale. popolazione = massa = universo = rilevazione totale.

TP151:

- a) E' accettabile solo come studio di caso, non come campione rappresentativo;
 b) Dipende dalla numerosità.
 c) L'individuazione di sottoliste all'interno della frame principale richiama il principio della stratificazione delle unità che può condurre a campioni efficienti ed efficaci. Ipotizzando che la dimensione del sito sia significativa la procedura è accettabile.

TP152: solo se la scelta cade sulla quarta riga, il calcolo in base al campione corrisponde a quello della popolazione. Tutte le altre scelte hanno errori -in eccesso o in difetto- più o meno grandi. Peraltro, la successione degli errori non dovrebbe avere regolarità. Infatti, accanto alle statistiche calcolate con il metodo campionario dovrebbero sempre essere riportate valutazioni dell'errore campionario che inquadrino la qualità ed i limiti delle informazioni fornite.

TP153:

- a) Solo nella misura in cui variabili note e variabili incognite siano strettamente dipendenti;
 b) Si applica la procedura di stratificazione e cioè si sceglie un campione casuale per ogni sesso e per ogni fascia d'età di interesse.
 c) Se la variabilità degli strati è omogenea è accettabile altrimenti le numerosità dei sottocampioni andrebbero commisurati alla diversificazione interna allo strato.

TP154: la rappresentatività è poco legata alla numerosità della popolazione e la sua determinante essenziale non è neanche la numerosità del campione. I fattori caratterizzanti la rappresentatività sono:
 1) Il meccanismo di scelta e questo può prescindere da N e da "n";
 2) La variabilità attesa nella popolazione (un campione di ampiezza uno sarebbe rappresentativo di infinite unità uguali).

TP155:

- a) Non è possibile conoscere a priori quante unità saranno ritrovate né quante ne esistano;
 b) Si ignora il meccanismo che forma il campione e quindi le conclusioni tratte sul campione fortuito dovranno essere generalizzate facendo a meno dell'equiprobabilità.

TP156: è casuale, ma non c'è equiprobabilità perché alcune lettere sono più favorite dato che i cognomi che iniziano con la lettera "S" o la "C" sono più numerosi degli altri.

TP157:

- a) Base 6;
 b) 55987-335922;
 c) Tetraedro, cubo, ottaedro, dodecaedro, icosaedro (20 facce);
 d) Si pensi alla difficoltà di ottenere un solido a base rettangolare piuttosto che altri poliedri a base triangolare o pentagonale.

TP158: intervallo di input \$A\$2:\$A\$97. Numero di campioni 12. Intervallo di output \$B\$2:\$B\$13. Se il meccanismo di casualizzazione interno dell'Excel ha un punto di avvio fisso per i numeri casuali ogni applicazione che parte *ex novo* produrrà lo stesso campione. Per evitare questo problema si può replicare la procedura un certo numero di volte.

TP159:

- a) Il timore di colpire fuori la tavole spinge la scelta verso il centro della tavola dando probabilità minori ai numeri sui bordi. Inoltre, una errata idea di casualità spinge verso l'interno allo stesso modo che se richiesti di aprire a caso un libro, molti scelgono il centro.

b) La prima riga è formata come segue:

01234567890123456789012345678901234567890123456789
 e tutte le altre ne sono un duplicato.
 01234567890123456789012345678901234567890123456789
 01234567890123456789012345678901234567890123456789
 01234567890123456789012345678901234567890123456789

TP1160: è del tutto lecito, ma l'estrazione non rispetta l'equiprobabilità per i numeri nelle posizioni marginali.

TP161:

- a) 193, 969, 154, 66, 494, 962, 807;
 b) Sommare ai numeri estratti il numero minimo;
 c) Se la tavola attuale rispecchia le proporzioni si potrebbe ampliare inserendola in un computer in grado di generare -casualmente- una delle sue 1600! permutazioni;
 d) Ci sarebbe una sottorappresentazione dello "0" e del "9", ma la casualità sarebbe rispettata.
 e) La periodicità della scelta non inficia il carattere casuale dei numeri così individuati.

TP162:

0. r=29, m=33, k=0 1. u=0.7, p=1 2. p=29/33=0.8788
 5. m=32, r=28 2. p=0.8788*28/32=0.7689
 5. m=31, r=27 2. p=0.7689*27/31=0.6697
 3. Entra l'unità 33-31+1=3 "Bari" 4. k=1, m=30
 1. u=0.10, p=1 2. p=27/30=0.9
 5. m=29, r=26 2. p=0.9*26/29=0.8069

 5. m=15, r=12 2. p=0.0897

3. Entra l'unità 33-15+1=19 "Olbia" 4. k=2, m=14

 3. Entra l'unità 33-7+1=27 "Roma F."

 3. Entra l'unità 33-5+1=29 "Torino"

TP163: (-1,0); (4,5).

TP164: risultano estratti i numeri 37 e 8 che comporta la frazione casuale: 0.3708 , $qAn=0.3708*959023=355606$ ricadente in [290597,378033] e corrisponde alla Francia.

TP165:

a) E' difficile farlo eseguire da macchine con lunghezza di parola inadeguata. Ad esempio il calcolo di resto($a*(m-1)$;m) provoca errore in molti computer.

b) E' valido per generare una sequenza di 372'942 numeri.

TP166: $h=40/10=4$. {4, 8, 12, 16, 20, {3, 7, 11, 15, 19}}.

TP167:

a) {4,9,13,17,21,25,29,33,37,41,45,49,53,57,61, 65,69};

b) {4,5,14,15,25,25,34,35,44,45,54,55,64,65,74,75}.

TP168:

a) Combina gli aspetti della selezione casuale e della sistematica e permette di stratificare la popolazione se la lista è ordinata secondo una variabile rilevante.

TP169:

a) $c=4$, $r=5$, $S=\{136,304,348,276,96,348,264, 48,28, 220,4,224, 120,120,340,28\}$. Le posizioni sono campionate senza reimmissione e non possono ripetersi, questa restrizione non si applica al contenuto delle posizioni. L'ultimo dato è ottenuto considerando i numeri casuali 379 (scartato) e 061 che indica la posizione 62ª non campionata che contiene 28.

b) Vi sono due codici errati (9 e 81) e quindi la probabilità è per tutte le unità $2/108=1.85\%$;

c) 28.6%;

d) per il campione casuale semplice è 29.1%.