Compiti di riepilogo del capitolo 7

Compito_VC01: la distribuzione di probabilità di un punteggio X è:

x	3	4	5	6	7	8	9
P(x)	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1

Calcolare: a) p(x≤7); b) p(x>3); c) p(2≤x<6)

Compito_VC02: in un salvadanaio vi sono 9 monete: 2 da 1 euro, 2 da 5 euri, 3 da 2 euri e 1 da mezzo euro. Si estraggono a caso e senza reimmissione due monete. Detta X la variabile casuale "totale del valore delle monete estratte", determinarne la funzione di distribuzione?

Compito_VC03: il numero di volte che una specie può trovarsi in associazione con un'altra ha come modello la distribuzione di probabilità:

x	0	1	2	3	4	5	6
$p(x)$	$1/12$	$1/9$	$1/8$	$1/4$	$1/3$	$1/18$	$1/24$

Calcolare: a) p(x=5); b) p(x≤3); c) p(1<x<5); d) p(x≥4)

Compito_VC04: il numero di infortuni che potrebbero accadere agli operatori di un nuovo tipo di macchine a controllo numerico ha la seguente distribuzione:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
p(x)	0.715	0.179	0.063	0.019	0.011	0.009	0.002	0.001	0.001

a) Rappresentare la funzione di ripartizione;
b) Rappresentare la funzione di ripartizione complementare.

Compito_VC05: brano dalle Cosmicomiche di Italo Calvino:
Quando una galassia è più distante, tanto più velocemente s'allontana da noi. Una galassia che si trovasse a dieci miliardi di anni luce da noi, avrebbe una velocità di fuga pari a quella della luce: 300 mila chilometri al secondo. Già le "quasi-stelle" (quasar) scoperte di recente sarebbero vicine a questa soglia.
Una parola è scelta a caso dalla frase con probabilità proporzionale al numero di caratteri. Sia X la lunghezza della parola. Determinare:
a) La distribuzione di probabilità della X;
b) E(x) e σ^2(x).

Compito_VC06: se X=-2,-1,0,1,2 con probabilità p(x)=(3+x)/15. Quale sarà la distribuzione di y=|x|?

Compito_VC07: la distribuzione di X è data nella tabella seguente:

x	1	2	3	4	5
$p(x)$	$1/5$	$1/5$	$1/5$	$1/5$	$1/5$

Determinare la funzione di distribuzione per y=(x-2)(x-3).

Compito_VC08: una giocatrice di *golf* vanta il seguente *score* sul *par* della buca più difficile di un noto percorso: -1 (0.10), 0 (0.75), +1 (0.15). Quali sono la funzione di distribuzione e di ripartizione per y=x+2?

Compito_VC09: quale dei due modelli seguenti potrebbe essere la distribuzione di probabilità per una variabile casuale discreta?

$$a)\;\; p_i = \frac{i^3}{\left[\dfrac{n(n+1)}{2}\right]^3};\;\; i=1,2,\ldots,n; \quad b)\;\; p_i = \frac{2i-1}{n^2};\;\; i=1,2,\ldots,n$$

Compito_VC10: vi viene proposto di scegliere tra le due giocate:
1) Da un'urna che contiene 99 biglietti rossi ed uno blu si estrae un biglietto. Se è rosso perdete 5'000 euri se è blu vincete 10 milioni di euri;
2) Da una enorme urna che contiene 2'500'000 biglietti rossi ed uno blu si estrae un biglietto. Se è rosso perdete 2 euri se è blu vincete 4 milioni di euri.
a) Calcolate la speranza di vincita nelle due giocate.
b) Spiegate perché ragione e scommesse non sempre sono in accordo.

Compito_VC11: la X ha valori T={0,1,2,3,4} con p(x)=(1+ix)/10.
a) Quanto deve valere "k" perché le {p_i) formino una distribuzione?
b) Calcolare valore atteso e scarto quadratico medio

Compito_VC12: per quale delle strategie seguenti opterebbe una persona avversa al rischio costretta a scegliere?

Strategia 1		*Strategia* 2		*Strategia* 3	
x	$p(x)$	x	$p(x)$	x	$p(x)$
-10	$1/4$	-15	$1/5$	-2	$3/8$
-5	$1/4$	-10	$1/5$	-1	$3/8$
15	$1/4$	10	$2/5$	12	$1/8$
40	$1/4$	55	$1/5$	77	$1/8$

Compito_VC13: la media della variabile casuale è stata interpretata come attesa di vincita, la deviazione standard come misura del rischio. Che interpretazione dareste all'asimmetria della variabile casuale?

Compito_VC14: sia data la seguente distribuzione

x	-1	0	1	
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

1) Rappresentare graficamente la funzione di ripartizione;
2) Calcolare i primi tre momenti all'origine.

Compito_VC15: in un contenitore sono stati inseriti dei biglietti numerati da 1 ad N. L'esperimento consiste nell'estrarre con reimmissione "n" biglietti. La variabile casuale X è il valore massimo riscontrato negli "n" biglietti: X=Max{x_1, x_2,…,x_n}
a) Determinare la funzione di distribuzione e di ripartizione;
b) Calcolare valore atteso e deviazione standard.

Compito_VC16: un semplice modello di variabile casuale è:

x	$-a$	0	a	
$P(X=x)$	$\frac{1}{2a^2}$	$1-\frac{1}{a^2}$	$\frac{1}{2a^2}$	1

a) Calcolare media e scarto quadratico medio;
b) Verificare la disuguaglianza di Tchebycheff;
c) Calcolare media e scarto quadratico medio della trasformata y=|x|.

Compito_VC17: ragioniamo sul modello di distribuzione:

$$p(x) = \frac{10}{26\left(x^2+1\right)};\quad x = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$$

Se la trasformata è y=x^2, la relazione non è 1:1 dato che la Y non può essere negativa e la funzione inversa è doppia: x= ±√y. Qual'è allora la distribuzione di probabilità di Y?

Compito_VC18: la lotteria nazionale "Campus Arcavacata" ha venduto 16'530'228 biglietti al costo di 5 euri ciascuno. I biglietti vincenti ed i relativi importi (in milioni di euri) sono riportati in tabella:

Bigl.	1	2	5	100	500	5000	15000
Imp.	10.00	2.00	1.00	0.10	0.01	0.02	0.001

a) Qual'è la probabilità di vincere con un solo biglietto?
b) Determinare la speranza matematica della lotteria;
c) Valutarne il rischio in base alla deviazione media dal suo valore atteso.

Compito_VC19: un sacchetto contiene dei dischi numerati da 1 a 8; se ne scelgono a caso 3 senza reimmissione. Indicato con X il valore massimo trovato. Determinare la distribuzione di

$$y = \frac{x - E(x)}{\sigma(x)}$$

Compito_VC20: data la funzione di distribuzione:

$$p(x) = \frac{x}{T},\;\; x = 1,2,\ldots,n;\quad T = n\left(\frac{n+1}{2}\right)$$

verificare che la funzione di ripartizione sia:

$$F(x) = \frac{[x]}{[x]+1};\quad dove\;\; [x] = parte\;\; intera\;\; di\;\; x$$

Compito_VC21: il numero di passeggeri (guidatore escluso) presenti nelle auto che entrano in città è modellato da:

x	0	1	2	3	4	
$p(x)$	0.44	0.31	0.12	0.08	0.05	1.00

a) Calcolare la differenza semplice media;
b) Proporne una interpretazione in chiave probabilistica.

Compito_VC22: il numero di *optional* presenti in una certa marca di auto nel segmento berline ha distribuzione:

x	0	1	2	3	4	5	6
$p(x)$	a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7

a) Per quale valore di "a" è una distribuzione di probabilità?
b) Calcolare p(x≤4.5) e p(x>2.25);
c) Calcolare valore atteso e mediana.

Compito_VC23: in un gioco tipo quello dell'oca i concorrenti muovono le pedine di tante posizioni quante ne mostra la faccia superiore del dado. Se però esce "1" le posizioni da scorrere sono 8 e se esce il "6" si arretra di una posizione. Detta X la variabile casuale "numero di posizioni di cui si sposta la pedina", calcolarne mediana e scarto assoluto mediano.

Compito_VC24: un'intraprendente ragazza acquista riviste per 1.3 euro e le rivende a 2.5 euro, ma non può restituire le riviste che ha comprato. Le probabilità d'acquisto giornaliere sono le seguenti:

Clienti	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	
Prob.	0.01	0.04	0.06	0.11	0.17	0.29	0.14	0.08	0.05	0.03	0.02	1.00

Se V indica le copie vendute in un giorno e C le copie comprate, la funzione di perdita/guadagno è

$$L(V,C)=\begin{cases}1.2(V-C) & se \quad V>C\\ 1.3(C-V) & se \quad C\le V\end{cases}$$

Qual'è il numero di riviste che minimizza la perdita attesa?

Compito_VC25: calcolare i primi due momenti fattoriali per la variabile casuale avente distribuzione di probabilità:

$$p_i=\frac{\binom{n+1}{n+i}\binom{n}{i}}{2^{n+1}-1},\quad i=0,1,2,\ldots,n$$

Compito_VC26: il settore marketing fornisce probabilità e incassi attesi Y per l'introduzione di un nuovo profumo:

X	Grande successo	Medio successo	Standard
P(X)	0.3	0.5	0.2
Y	10	5	2

a) Calcolare p(y≤13) e p(x>7);
b) Determinare mediana e deviazione mediana degli incassi.

Compito_VC27: non è infrequente che i valori di una variabile casuale siano normalizzati cioè fatti variare tra zero ed uno. Se la variabile casuale discreta X ha funzione di ripartizione:

$$F(x)=\frac{2x}{n(n+1)},\quad x=1,2,\ldots,n$$

a) Determinare la funzione di ripartizione di y=x/n;
b) Determinare valore atteso e varianza della X e della Y.

Compito_VC28: parole per numero di presenze in testo.

Presenze	Parole
1	16432
2	4776
3	2194
4	1285
5	906
6	637
7	483
8	371
9	298
10	222
	27604

Confrontate le frequenze con quelle ottenibili dal modello di probabilità:

$$n_i=\left[\frac{30364}{i(i+1)}\right],\quad i=1,2,\ldots,10$$

Compito_VC29:
a) Dimostrare che, per una variabile binaria che assume valore "1" o "0", la media aritmetica coincide con la frequenza di successi "p";
b) Se p=0.45 qual'è la mediana e qual'è la moda?

Compito_VC30: modello per probabilità crescenti in ragione della modalità cui sono associate:

$$p_i=\frac{(2i-1)^2}{\binom{n}{3}\left(4n^2-1\right)};\quad i=1,2,\ldots,n$$

Calcolare moda, mediana e media aritmetica.

Compito_VC31: un dado è truccato in modo che la probabilità di uscita sia inversamente proporzionale al punteggio (questo capita se i punti sono ottenuti con degli incavi nella faccia del dado)

$$p_i=\frac{7-i}{6};\quad i=1,2,\ldots,6$$

a) Rappresentare la funzione di ripartizione;
b) Calcolare valore atteso e deviazione standard.

Compito_VC32: per ogni p∈[0,1] il p-esimo quantile della variabile casuale X è quel valore X_p per il quale le due disuguaglianze:

$$p\left(x\le X_p\right)\ge p,\quad p\left(x\ge X_p\right)\ge 1-p$$

sono simultaneamente verificate. Ritenete che questa sia una definizione diversa da quella adottata nel 3° capitolo?

Compito_VC33: una risparmiatrice opera in borsa avendo come linea guida la seguente distribuzione di probabilità per l'indice telematico X:

x	-20	-10	-5	0	5	10	20	
P(X=x)	0.02	0.08	0.2	0.4	0.2	0.08	0.02	1

a) Calcolare la deviazione media;
b) Proporre la sua interpretazione come indicatore di rischio.

Compito_VC34: a partire dalla seguente distribuzione di probabilità:

$$p(x)=\begin{cases}-x \quad per \quad x=-0.15,\ -0.25,\ -0.40,\ -0.20\\ 0 \quad altrove\end{cases}$$

a) Rappresentare l'ogiva di probabilità;
b) Calcolare il valore atteso;
c) Calcolare la deviazione media.

Compito_VC35: data la distribuzione di probabilità:

$$p(x)=\begin{cases}x+\dfrac{1}{160} \quad per \quad x=\dfrac{1}{32},\dfrac{1}{16},\dfrac{1}{8},\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{2}\\ 0 \quad altrove\end{cases}$$

a) Determinare la distribuzione di probabilità di y=[x-(1/160)]^2;
b) Calcolare media e scarto quadratico medio per la "Y".

Compito_VC36: il regolamento didattico prevede 9 appelli annuali dei quali se ne possono sostenere 6. Ecco la distribuzione di probabilità del numero di tentativi per i frequentanti di statistica basata su dati storici:

X_i	p
0	0.33
1	0.12
2	0.26
3	0.18
4	0.07
5	0.03
6	0.01
	1.00

a) Determinare il valore atteso e lo s.q.m. del numero di appelli;
b) Costruire l'ogiva di probabilità e far risaltare la bimodalità.

Compito_VC37: tenuto conto che, per la variabile casuale uniforme discreta (1, n), i momenti all'origine sono:

$$\mu_1 = \frac{n+1}{2};\ \mu_2 = \frac{(n+1)(2n+1)}{6};\ \mu_3 = \frac{n(n+1)^2}{4};$$
$$\mu_4 = \frac{(n+1)}{30}\left[6n^3 + 9n^2 + n - 1\right]$$

Calcolare il coefficiente: γ_1.

Compito_VC38: verificare che per il modello binomiale vale la formula

$$p(x) = \left(\frac{n-x}{x+1}\right)\left(\frac{p}{1-p}\right)p(x)$$

Compito_VC39: dimostrare che la moda della binomiale è x=m dove [(n+1)p]-1<m≤(n+1)p.

Compito_VC40: un esperimento consiste nel distribuire N biglie in "n" buche senza alcun vincolo di collocazione (cioè le N^n permutazioni con ripetizione sono equiprobabili). Sia X la variabile che conteggia il numero di biglie finite in una qualsiasi delle buche.
a) Determinare la funzione di distribuzione; b) Determinare la funzione di ripartizione; c) Calcolare media e varianza.

Compito_VC41:
a) In un quartiere dove il 60% dei residenti vive in una casa di proprietà si estrae un campione casuale semplice con reimmissione di n=9 famiglie. In media, quante famiglie proprietarie saranno incluse nel campione?
b) La percentuale di favorevoli ad una delicata questione urbanistica è del 75%. Quali sono media e deviazione standard del numero di favorevoli in un campione casuale semplice con reimmissione di n=30 interviste?
c) La pizza soffice è gradita al 40% dei giovani. Se una compagnia di n=7 persone si reca in pizzeria qual'è la probabilità che almeno 4 di loro chiedano la pizza soffice?
d) La ditta fornitrice dichiara che il nuovo additivo determina un "successo" nel 40% dei casi in una successione di prove bernoulliane. Si dovrebbe verificare l'affermazione con un livello di confidenza del 95%, ma ogni prova costa circa 2'500 euro e si vorrebbe tenerle al minimo. Quante prove bisogna effettuare per ottenere almeno un successo?
e) Un seminario sull'uso della Statistica in problemi ambientali è stato disertato da 11 studenti su 20, laddove gli altri seminari hanno avuto un'assenza del 30%. Ritenete l'assenza dal seminario di Statistica sia inusuale?

Compito_VC42: se X ha distribuzione binomiale con parametri "n" e "p" che distribuzione avranno: a) y=2x+1 e b) $w=x^2$?

Compito_VC43: la probabilità che un bit trasmesso secondo un nuovo canale arrivi inalterato a destinazione è 0.9999. Se l'esito delle trasmissioni è indipendente tra un bit e l'altro e la probabilità rimane invariata, quanti bits sbagliati arriveranno, in media, su di un milione di bit trasmessi?

Compito_VC44: un prodotto viene venduto con la garanzia che non più del 5% dei prodotti presenta leggere imperfezioni. Un'ispettrice di produzione ne sceglie 12 con reimmissione.
a) Qual'è la probabilità che almeno un prodotto si trovi difettoso?
b) Qual'è la probabilità che i prodotti scelti siano tutti buoni pur in presenza di un 10% di difettosi?

Compito_VC45: una prova consiste in n=20 lanci di una moneta valida.
a) Calcolare la probabilità che la frequenza di successi ricada in [0.4, 0.6].
b) Calcolare l'indice di asimmetria γ_1 per la frequenza di successi.

Compito_VC46: un dado asimmetrico è lanciato "n" volte. L'aspetto che interessa è X= "numero di 6 negli n lanci" con P("6")=p. Calcolare:
a) p(x=1); b) p(x=0); c) p(x≥1);
d) Determinare moda, mediana e valore atteso;
e) Verificare che p(X pari)=0.5[1+(1-2p)^n]
f) Qual'è il numero di prove necessario affinché p(x≤1)>0.5?

Compito_VC47: a causa di una fuga di un gas nocivo il 20% del personale di una ditta chimica è rimasto leggermente intossicato. La ditta ha n=50 dipendenti. Indichiamo con X il numero di intossicati ed ipotizziamo che le affezioni siano avvenute secondo uno schema bernoulliano. Calcolare:
1. p(|x-μ|≤σ);
2. p(x≤2);
3. p(|x-μ|>2σ).

Compito_VC48: si considerino due gruppi di pazienti: n_s=10 speciali ricevono un nuovo trattamento, laddove n_c=10 comuni ricevono un placebo. L'efficacia del trattamento si riscontra dall'aumento di un certo *marker*. Si effettuano le misurazioni nei due gruppi ed i valori ottenuti sono disposti in ordine crescente di grandezza. In che modo si possono utilizzare le lunghette per verificare la validità del trattamento?

Compito_VC49: un'urna contiene "r" biglie rosse e "b" biglie bianche. Si estraggono senza rimessa due biglie. Qual'è la distribuzione della variabile casuale X= numero di biglie rosse estratte dall'urna?

Compito_VC50: nel controllo di qualità la curva operativa caratteristica è la funzione di distribuzione ipergeometrica ad X=0 vista come funzione di p=N_1/N. Cioè si accetta il lotto se nessun prodotto difettato è presente nella selezione senza reimmissione di "n" prodotti:

$$P(X=0) = \frac{\binom{N_1}{0}\binom{N-N_1}{n}}{\binom{N}{n}}$$

a) Redigere il grafico per n=5 e N=30;
b) Costruire la stessa curva se il lotto è accettato anche per x=1.

Compito_VC51: è in corso un test di gusto. Un consumatore ha davanti 12 lattine contenenti o la cola "Moka" o la "Café". Il consumatore sceglie a caso 6 lattine, ne beve un sorso da ciascuna ed indica il numero di "Café" presenti nella sua scelta. Sapendo che tra le 12 solo 3 sono di "Café" calcolare:
a) Valore atteso di presenze e deviazione standard;
b) La probabilità che ne siano indicate presenti più di tre.

Compito_VC52: la RAI (Radio Arcavacata International) attesta una diffusione del 40% nell'area del Campus per la fascia oraria 18-20. Determinare la probabilità che su mille utenti della zona al più un terzo ascolti la RAI.

Compito_VC53: si deve costituire un comitato di 5 membri distinti scelti a caso da un gruppo in cui sono presenti 18 maschi e 12 femmine. Qual'è la probabilità che le donne siano in maggioranza?

Compito_VC54: una funzionaria di banca ha 50 clienti potenzialmente interessati ad una promozione finanziaria, ma di cui 8 già "bagnati" da una precedente esperienza negativa e che quindi non risponderanno all'invito. Il *file* con il nome dei clienti da non contattare è però stato cancellato. Non resta che sperare nella fortuna. Si sceglie senza reimmissione un campione di n=10. Definiamo con X il numero di clienti bagnati presenti nel campione.
a) Calcolare la probabilità che x=0;
b) Calcolare E(x) e σ(x).

Compito_VC55: la direzione tributi di un comune intende controllare le dichiarazioni ICI di una zona "lusso" prossima però ad una zona agricola. Al catasto risultano 500 abitazioni tipo A2 e 500 abitazioni A3. Si sceglie un campione casuale di n=8 abitazioni. In media, quante A3 ci saranno nel campione? Con quale varianza?

Compito_VC56: un ordinativo di 5000 tachimetri è garantito con percentuale di difetti più o meno grandi del 2%. Il controllo di qualità prevede un test sul 5% dei prodotti.
a) Calcolare valore atteso e varianza del numero di prodotti nell'ipotesi che il produttore asserisca il vero.
b) Calcolare la probabilità che i pezzi difettosi superino il 2%;
c) Approssimare la probabilità del punto precedente adoperando il modello binomiale.

Compito_VC57: nel problema della *roulette* russa discusso tra i tentativi ripetuti, due ragazze decidevano una questione estraendo a turno e senza riposizione una carta da un mazzo di sei carte. All'uscita dell'unico asso le estrazioni si fermano.
a) Calcolare media e varianza del numero di tentativi;
b) Calcolare la probabilità che l'asso esca alla 6ª carta;
c) Calcolare la probabilità che l'uscita dell'asso richieda un numero dispari di tentativi.

Compito_VC58: il mago Sibillinus è ad una *convention* di suoi seguaci. La sala è gremita e sono presenti almeno 2'000 persone. Il mago, nella foga del discorso, prevede grandissima fortuna alle due persone presenti in sala che festeggiano il compleanno lo stesso mese e lo stesso giorno. Qual'è la probabilità che non si verifichi la predizione?

Compito_VC59: su di una lontana isola vive una colonia di pinguini. In un primo contatto gli etologhi hanno marcato M=125 individui. Poi, sono stati catturati n=40 pinguini e 7 di questi portavano la targhetta. A quanti individui ammonta (circa) la popolazione?

Compito_VC60: è in corso uno *screening* in un allevamento di 50 cavalli da corsa di cui 8 potrebbero essere stati dopati. Si testa un cavallo alla volta finché non si siano individuati 4 cavalli dopati. Calcolare la probabilità di tale evento con il modello della ipergeometrica negativa.

Compito_VC61: 75 esemplari di una costosa componente sono soggetti a verifica distruttiva. Si ritiene che il *design* sia da rifare se si riscontrano 3 componenti difettose. Si procede per blocchi di 5 componenti.
a) Calcolare la probabilità che se ne debbano esaminare non più di 15 prima di raggiungere i 3 difettosi;
b) Calcolare valore atteso e deviazione standard per il numero di componenti verificate (e quindi distrutte).

Compito_VC62: per la distribuzione di probabilità

$$p(x)=\left(\frac{2}{3[Ln(3)-1]}\right)\frac{1}{x\left(9x^2-1\right)},\quad x=1,2,\ldots,$$

a) Rappresentare la funzione di ripartizione;
b) Calcolare moda, mediana e valore atteso.

Compito_VC63: data la distribuzione di probabilità:

$$p(x)=\frac{a}{x(2x+1)^2},\quad x=1,2,\ldots,\quad a=\frac{1}{4-2Ln(2)-\pi^2/4}$$

determinare lo scarto quadratico medio.

Compito_VC64:
a) Verificare che esiste il momento primo, ma non il secondo nel modello:

$$x_i=\begin{cases}0 & p_0=0.5\\ \dfrac{2^{i+1}}{i^2} & p_i=\dfrac{1}{2^{i+1}},\quad i=1,2,\ldots\end{cases}$$

b) Verificare l'esistenza finita di E(x) nel modello:

$$X_i=i,\quad p_i=\frac{8i}{\left(4i^2-1\right)^2};\quad i=1,2,\ldots,$$

Compito_VC65: il modello di Zipf ha funzione di distribuzione:

$$p_i=\frac{1}{i(i+1)};\quad i=1,2,\ldots,$$

a) Verificare che si tratti di una distribuzione di probabilità
b) Esiste finito il valore atteso?

Compito_VC66: la struttura probabilistica della X è tale che:

$$p(x)=\frac{2}{x}p(x-1);\quad x=1,2,\ldots$$

a) Calcolare E(x) e $\sigma(x)$ tenuto conto che

$$p(n)=2^n p(0)/n!$$

b) Quale bene noto modello si nasconde dietro questa formulazione?

Compito_VC67: per quale "k" esiste finito il momento μ_k intorno all'origine per le funzioni di distribuzione:

$$a)\;\; p_i=\left(\frac{1}{2}\right)\frac{c}{i^4};\quad i=\pm1,\pm2,\pm\ldots;\quad b)\, p_i=\left(\frac{1}{2}\right)^{|i|};\quad i=0,\pm1,\pm2,\pm$$

Compito_VC68: calcolare i primi 3 momenti fattoriali per il seguente modello:

$$p_i=e\left[\frac{i}{(2k+1)!}\right],\quad i=0,1,2,\ldots$$

Compito_VC69: determinare i tre quartili per la distribuzione:

$$p_i=\left(\frac{1}{15e}\right)\frac{i^4}{i!};\quad i=0,1,2,\ldots$$

Compito_VC70: i momenti fattoriali possono essere distinti in discendenti (formula data nel testo) e ascendenti:

$$\mu_{r!}^{+}=\sum_{i=1}^{k}\prod_{j=0}^{r-1}\left(x_i+j\right)p_i$$

Calcolare tali momenti per il modello di Yule:

$$p_i=\frac{i!\,a!}{(i+a+1)!};\quad i=1,2,\ldots;\quad a\;\; intero\ positivo$$

Compito_VC71: determinare valore atteso e varianza della X con:

$$p(x)=\left(\frac{1-\theta}{2^\theta}\right)\theta^{|x|};\quad x=\pm1,\pm2,\pm\ldots\;\; con\;\; 0\le\theta\le1$$

Compito_VC72: disuguaglianza di Markov. Si può dimostrare che se la variabile casuale ammette momenti assoluti finiti fino a "r" ed inoltre E[f(x)]<∞ allora:

$$P\left[|X|>b\right]\le\left\{\frac{E[f(X)]}{f(b)}\right\}^r\quad per\quad 0<b<\infty$$

Verificate la validità di tale assunto per la distribuzione dell'esercizio precedente e relativamente alla funzione identità g(x)=x.

Compito_VC73: per decidere chi deve pagare tre amiche lanciano in aria una moneta: pagherà colei che ottiene una faccia diversa dalle altre e se sono tutte uguali si ripete il lancio. Quale il numero medio di lanci necessari a risolvere la disputa? Qual'è lo scarto quadratico medio?

Compito_VC74: nel corso di una svendita si sono raccolte in un grande contenitore delle magliette tutte dello stesso colore e marca, ma di due diverse misure: 250 small e 50 large. Agata è interessata ad una maglietta di tipo "L".
a) Qual'è la probabilità che pescando alla rinfusa afferri la maglietta giusta al 6° tentativo. b) Qual'è il numero medio di tentativi da trovare due "S"?

Compito_VC75: il *call center* del ministero delle finanze riceve una media di 2 chiamate nei primi 5 minuti di inizio attività ogni giorno.
a) Calcolare la probabilità che si ricevano più di 7 chiamate nei primi tre giorni della settimana usando il modello binomiale;
b) Ripetere il calcolo usando il modello di Poisson.

Compito_VC76: calcolare moda e mediana delle variabile casuale:

$$p_i=\frac{0.36787}{i!}\quad per\quad i=0,1,2,\ldots$$

Compito_VC77: un tipo di *server* è stato sottoposto a controllo relativamente alla necessità di riconfigurazione. Adattiamo il modello di Poisson:

$$p_i=\frac{\lambda^i e^{-\lambda}}{i!};\quad F_i=\sum_{j=1}^{i}\frac{\lambda^j e^{-\lambda}}{j!}$$

Stimare λ con il primo quartile.

Riconf.	f	F
0	0.3634	0.3634
1	0.3737	0.7371
2	0.1875	0.9246
3	0.0580	0.9826
4	0.0134	0.9960
5	0.0034	0.9994
6	0.0006	1.0000

Compito_VC78: per quale "c" la successione:

$$\frac{c}{3^j},\quad j=0,1,2,\ldots,$$

diventa una distribuzione di probabilità?

Compito_VC79: il modello iperbolico di variabile discreta è

$$p_i=\frac{K}{i(n+i)};\quad i=1,2,\ldots;\quad K=\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{j}$$

a) Calcolare valore atteso e deviazione standard;
b) Come rientra nel grafico di Ord?

Compito_VC80: si consideri la seguente distribuzione di probabilità:

$$p(x) = \frac{6.7605}{x(9x^2 - 1)}, \quad x = 1, 2, \ldots$$

a) Determinare la distribuzione di probabilità di y=1/x;
b) Calcolare E(x) e σ(x) per la vecchia e la nuova variabile.

Compito_VC81: la probabilità di soffrire degli effetti collaterali di un vaccino è del 5 per mille. Se il vaccino è somministrato a 1500 persone in modo da far valere le condizioni del modello binomiale, calcolare...
a) La probabilità che non più di una persona subisca tali effetti;
b) Il numero più probabile di sofferenti di effetti collaterali.

Compito_VC82: a partire dalla distribuzione di probabilità:

$$p(x) = \frac{2}{4x^2 - 1}, \quad x = 1, 2, \ldots,$$

a) Determinare la distribuzione di y=√x; b)E(y) esiste finito?

Compito_VC83: nel modello di variabile casuale enumerabile:

$$p(x) = \frac{8x}{\left(4x^2 - 1\right)^2}; \quad x = 1, 2, \ldots$$

a) Definire la funzione di graduazione; b) Calcolare i quintili.

Compito_VC84: Vilaplana (1987) illustra il modello di Hurwitz:

$$p(x) = \frac{c}{(x + a)^{b+1}}; \quad x = 1, 2, \ldots,$$

a) Redigere il grafico per b=1,a=0.5;
b) Calcolare moda, mediana e valore atteso.

Compito_VC85: le probabilità che sia necessario esaminare 1,2,… fatture prima di trovarne una con errore sono date da:

$$p(x) = \frac{2.5887}{x(4x^2 - 1)}, \quad x = 1, 2, \ldots,$$

Se ogni fattura esaminata ha un costo di 100 lire determinare il valore atteso del costo complessivo del controllo.

Compito_VC86: un sistema è formato da 200 componenti in cui ciascuna può guastarsi senza influenzare le altre e senza esserne influenzata. La probabilità di guasto è una su mille in un periodo di 30 giorni.
a) Calcolare la probabilità di un numero di disfunzioni compreso nell'intervallo [3, 6] in un periodo di due mesi;
b) Calcolare E(x) e σ(x) del numero di disfunzioni in tre mesi.

Compito_VC87: un supermercato vende confezioni giganti di detersivo (evento raro) per lavatrici ad una media di 25 scatole la settimana.
a) Calcolare la probabilità che in una qualsiasi settimana non sia venduta alcuna scatola di detersivi;
b) Qual'è la probabilità che ne vengano vendute più di 25?
c) Che tipo deviazioni possono intervenire nel sistema acquisto/vendita da far violare le condizioni del modello di Poisson?

Compito_VC88: si determini la formula ricorsiva per le probabilità della Poisson con media λ in funzione di una Poisson con media λ–1.

Compito_VC89: la Antani Sapa realizza un prodotto garantito senza disfunzioni per tre anni. Assicura comunque di indennizzare C>1 euro in caso di anomalia nel 1° anno, C^2 nel 2° e C^x nell'x-esimo anno per x=1,2,… Se il verificarsi delle anomalie segue la Poisson, qual'è la distribuzione di probabilità dell'indennizzo $y=C^x$?

Compito_VC90: il numero X di biglietti vincenti di una lotteria nazionale venduti in Calabria si distribuisce secondo una Poisson con λ=1.8. Calcolare 1. p(x≤5); 2. p(x=0); 3. p(x>6).

Compito_VC91: il superamento dei livelli di guardia di un fiume segue il modello di Poisson con λ=7.6. Rappresentare graficamente la distribuzione di probabilità e la funzione di ripartizione evidenziando mediana e moda.

Compito_VC92:
a) Si lancia più volte un tetraedro con facce numerate da 1 a 4. Calcolare la probabilità che il "2" compaia prima del "4". (Sugg. A_j=esce un "2" alla j-esima prova per la 1ª volta ∩ non esce un "2 nelle j-1 prove.
b) Acquisti infrequenti. Un articolo ha probabilità del 2% che un cliente lo scelga ogni volta che si reca per la spesa nel supermercato. Quante visite devono avvenire in media perché se ne vendano 5?

Compito_VC93: il controllo di un processo prevede il fermo se si mostrino tre *item* difettosi. Se la condizione di un *item* è indipendente da quella degli altri e la probabilità di risultare difettoso è p=0.02 calcolare:
1) La probabilità che si debba interrompere la linea prima di 100 prodotti;
2) Il numero medio di prodotti da esaminare si trovare un item difettoso;

Compito_VC94: la fatturazione del consumo di gas può portare ogni bimestre a bollette errate in 2 casi su mille. In un condominio risiedono 24 utenze. Qual'è il numero medio di bollette errate in un anno? Con quale probabilità tale numero supererà il valore atteso?

Compito_VC95: tenuto conto che per i coefficienti binomiali vale la relazione C(x-1,r-1)=(r/x)C(x,r) la funzione di distribuzione del modello di Pascal si può anche scrivere come:

$$p(x) = \frac{r}{x}\binom{x}{r} p^r (1 - p)^{x-r}; \quad x = r, r + 1, r + 2, \ldots$$

Che tipo di interpretazione ne può essere data?

Compito_VC96:
a) Si dimostri che per p→1 e r→∞, rimanendo però costante r(1-p)=λ, allora BN(r,p)→Poi(λ).
b) Dimostrare che al tendere di "r" all'infinito la distribuzione di probabilità della binomiale negativa è approssimabile dalla Poisson.

Compito_VC97: l'accesso ad un sito internet richiede una parola chiave formata da 4 cifre. Se si scelgono a caso le cifre da provare e tutte hanno la stessa probabilità di far parte della combinazione corretta, calcolare:
a) Il numero medio di prove prima che possa accedere al sito;
b) La probabilità che sia necessario provare la metà o più delle permutazioni;
c) La mediana del numero di tentativi precedenti l'accesso.

Compito_VC98: un'urna contiene 24 biglie bianche e 76 biglie rosse. L'esperimento consiste nell'estrarre -con reimmissione- una biglia finché non si siano ottenute 8 biglie bianche. Calcolare:
a) Numero medio e scarto quadratico medio delle prove da effettuare prima che l'esperimento si concluda;
b) Ripetere il punto precedente, ma ipotizzando che le biglie bianche siano 924 e le biglie da ottenere per terminare l'estrazione siano 500.

Compito_VC99: Prosdocimo ha deciso di raccogliere le figurine offerte in una confezione di fette biscottate. Esistono 10 figurine diverse collocate casualmente, ma con la stessa probabilità in ogni confezione. Calcolare:
a) La probabilità che Prosdocimo debba consumare non più di 30 confezioni per completare la sua collezione;
b) La probabilità che ne trovi non più di cinque nelle prime 20 confezioni;
c) Numero medio e scarto quadratico medio del numero di acquisti da effettuare per finire le 10 diverse figurine.

Compito_VC100: un pluriraccomandato presiede una grande azienda e prende decisioni lanciando razzetti su di un bersaglio. Il centro significa "sì" e rappresenta il 60% dell'area del bersaglio (dimensioni e distanza sono tali che il bersaglio sarà comunque colpito). L'improvvisato manager continua a lanciare finché non ottiene tre "sì". Solo se il numero di lanci è superiore alla media decide affermativamente.
a) Calcolare μ e σ del numero di tentativi per avere i tre "sì".
b) Supponendo che decida a favore se il numero di prove effettuato supera la mediana, quale ne è la probabilità?

Compito_VC101: la direttrice del personale deve formare un *team* in grado di progettare le componenti di nuovo prodotto. Ogni squadra ha probabilità del 70% di completare il proprio compito e le componenti richieste per il nuovo prodotto sono 4. Se le risorse dell'azienda consentono di formare solo 10 *team*, qual'è la probabilità che il nuovo prodotto sia progettato per intero?

Compito_VC102 si sono formate due code lunghissime (diciamo infinite) davanti a due sportelli bancari. In servizio c'è solo un'impiegata che decide da quale coda scegliere il cliente lanciando un dado: {1,2,3,4}→coda A e {5,6}→coda B. Ciccillo è nella coda B in quinta posizione.
a) Qual'è la probabilità che Ciccillo veda sbrigati 10 clienti prima di lui?
b) In media, quanti clienti lo precederanno?

Compito_VC103: possono esistere due distribuzioni diverse, ma coincidenti per i momenti di ogni ordine? Innanzitutto precisiamo che i momenti debbono esistere finiti perché altrimenti la risposta è negativa (Fisz, 1963, p. 74 discute un esempio in cui due variabili hanno la stessa media, momenti di ogni altro ordine infinito, ma distribuzione di probabilità diverse). Perché una variabile casuale sia univocamente caratterizzata dai suoi momenti, basta che la serie

$$\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\mu_i}{i!}a^i,\quad a>0$$

risulti assolutamente convergente.
a) Che succede se il dominio della X è limitato?
b) Che succede se i momenti sono limitati, ad esempio $|\mu_r|\leq M^r$ per $r=1,2,\ldots$ e $0<M<\infty$.

Compito_VC104: calcolare le probabilità degli intervalli per le densità indicate.

$$a.\ \ h(x)=e^{-x}; E=\{x|1\leq x<3\};$$

$$b.\ \ h(x)=\frac{1}{x}; E=\{x|0.5\leq x<1.5\};$$

$$c.\ \ h(x)=\frac{e^{-\frac{x}{2}}}{2}e^{-e^{-\frac{x}{2}}};\quad E=\{x|10\leq x<20\}$$

Compito_VC105: verificare che sia assolutamente continua la X avente funzione di ripartizione:

$$F(x)=Ln^3(x)\quad per\quad e<x<e^2$$

Compito_VC106: se X è una variabile casuale indicate quale delle trasformazioni NON definisce una variabile casuale:

$$1.\ \ Y=|X|;\quad 2.\ \ Y=aX^0;\quad 3.\ \ Y=X+\infty$$

$$4.\ \ Y=X^{\frac{1}{r}}\ \ r\ \ intero;\quad 5.\ \ Y=\left(X^3\right)^3$$

Compito_VC107: a partire dalle seguenti funzione di ripartizione determinare le corrispondenti funzioni di densità:

$$a.\ \ F(x)=\begin{cases}0 & x<-3\\ 1/3 & -3\leq x<-1\\ 2/3 & -1\leq x<0\\ 1 & x\geq 0\end{cases};\quad b.\ \ F(x)=1-e^{-x^2};\ \ x\geq 0$$

$$c.\ \ F(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ \frac{x^3}{3} & 0\leq x<1\\ \frac{8-4x}{3} & 1\leq x<2\\ 1 & x\geq 2\end{cases};\quad d.\ \ F(x)=1-\frac{1}{(1+2x)^3};\ \ x\geq 0$$

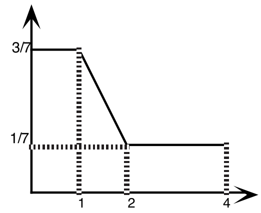
Compito_VC108: determinare il valore del parametro che nelle seguenti espressioni rende h(.) una funzione di densità.

$$1.\ \ h(x)=\begin{cases}cx-2x^2 & 0\leq x\leq 2\\ 0\ \ altrove\end{cases};\quad 2.\ \ h(x)=\frac{1}{2+a\left[e^{-x}+e^{x}\right]^2};\ -\infty<x<$$

$$3.\ \ h(x)=\frac{1+\ 3x}{a};\ \ 0<x<2\qquad 4.\ \ h(x)=a(3x^2+1);\ \ 0<x<3;$$

$$5.\ \ h(x)=\frac{a}{\sqrt{x}};\ \ 0<x<1$$

Compito_VC109: la funzione riportata in figura:



è da considerarsi una funzione di densità?

Compito_VC110: quali, tra queste, è una funzione di ripartizione?

a) $F(x)=1-\left(1-\sqrt{x}\right)^{a-1};\quad 0<x<1;$

b) $F(x)=e^{-a^2x^2}-1;\quad x>0;$ c) $F(x)=\frac{xe^{-2x}}{1+e^{-x}};\quad x>0;$

d) $F(x)=1-Ln\left(\frac{2-x+\sqrt{1-x^2}}{3}\right);\quad 0<x<1$

Compito_VC111: si consideri il modello di probabilità

$$p(x)=\begin{cases}1/16 & se\ \ 0\leq x\leq 0.5\\ 9/16 & se\ \ 0.5<x\leq 1\\ 0 & altrove\end{cases}$$

a) Costruire la funzione di ripartizione;
b) In quale tipologia rientra?

Compito_VC112:
a) Per la funzione di ripartizione

$$F(x)=\begin{cases}0 & se\ \ x\leq 0\\ 0.5 & se\ \ 0<x\leq 4\\ \frac{x-3}{2} & se\ \ 4<x\leq 5\\ 1 & se\ \ x>5\end{cases}$$

Calcolare 1. p(0.5<X<4.5); 2. p(X≤4.8); 3. p(X>3.5)
b) Per la funzione di densità:

$$h(x)=\frac{3x^2}{2};\quad -1<x<$$

Calcolare: 1. p(x<0); 2. p(-0.5<x<0.5).
c) Per la funzione di densità:

$$h(x)=1-\frac{x}{2};\quad 0<x<2$$

Calcolare: 1. p(x>1); 2. p(0.25<x<0.759.

Compito_VC113: quali delle seguenti espressioni è una funzione di densità:

$$a.\ \ h(x)=2\quad 99\leq x\leq;101;\ \ b.\ \ h(x)=2(1-x);\ \ 0\leq x\leq 1;$$

$$c.\ \ h(x)=1-|x-1|;\ \ 0\leq x\leq 2;\ \ d.\ \ h(x)=\frac{1}{(1+x)^2};\ \ x\geq 0$$

$$e.\ \ h(x)=\frac{3x^2}{25};\ \ 0<x<5;\ \ f.\ \ h(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}};\ \ 0<x\leq 1;$$

$$g.\ \ h(x)=\begin{cases}x & se\ \ 0<x<1\\ 3-2x & se\ \ 2<x<3\end{cases};$$

Compito_VC114: il livello del cambio euro /dollaro per cui la banca centrale europea interverrà è una variabile casuale con:

$$F(t)=\begin{cases}0 & se\ \ t<1.1\\ \frac{\sqrt{t-1.1}}{2} & se\ \ 1.1\leq t\leq 1.2\\ 1 & se\ \ t>1.2\end{cases}$$

Qual'è la F(.) della trasformazione in yen contro euro Y=0.200t?

Compito_VC115: l'intensità di una sensazione psicofisica è una variabile casuale con funzione di ripartizione lineare.

$$F(s)=\begin{cases}0 & s<1\\ \dfrac{s-1}{9} & 1\le s\le 10\\ 1 & s>10\end{cases}$$

Determinare la funzione di ripartizione di y=Log(s).

Compito_VC116: dati i due modelli di funzione di densità:

$$1.\ h(x)=3\left(\frac{x^2}{2}-2x\right),\quad 1\le x\le 3;\quad 2.\ h(x)=x^2+\frac{1}{6},\ |x|\le 1$$

Disegnare le curve di densità ed individuare moda e mediana.

Compito_VC117: un modello di densità risulta unimodale se:

$$\begin{cases}F[0.5(X_1+X_2)]\le 0.5[F(X_1)+F(X_2)]\\ F[0.5(X_3+X_4)]\ge 0.5[F(X_3)+F(X_4)]\end{cases}$$
$$per\ \ X_1<X_2<M_o<X_3<X_4$$

Interpretare graficamente tale condizione.

Compito_VC118: data la funzione di ripartizione:

$$F(x)=\begin{cases}0\ \ se\ \ x<-0.1\\ 0.25\ \ se\ \ -0.1<x<0.3\\ 0.75\ \ se\ \ 0.3<x\le 0.5\\ 1\ \ se\ \ 0.5<x\end{cases}$$

Calcolare la probabilità dell'intervallo -0.1<x<0.1

Compito_VC119: determinate e rappresentate graficamente la funzione di ripartizione e di graduazione associate alle funzioni di densità:

$$1.\ h(x)=12x^2(1-x)\ \ per\ \ 0<x<1;\quad 2.\ h(x)=\begin{cases}1\ \ se\ \ -0.5<x<0\\ 0.5\ \ se\ \ 0\le x<1\end{cases}$$

Compito_VC120: per le variabili casuali X ed Y descritte dai modelli:

$$h(x)=\frac{3x(1-x)}{4}\quad 0\le x\le 1;\quad h(y)=\frac{1}{2\sqrt{y}}\quad 0\le y\le 1$$

a) Misurate la variabilità della X con S_μ e l'asimmetria con γ_1.
b) Misurate la variabilità della Y con S_{Me} e l'asimmetria con α_1

Compito_VC121: caso particolare della disuguaglianza di Markov. Se X è una variabile positiva ed ha valore atteso finito μ, allora:

$$p(X>x\mu)\ge\frac{1}{x}$$

Verificate tale disuguaglianza nel modello: $F(x)=e^{(1/x)}$, >0

Compito_VC122: date le seguenti funzioni di densità:

$$h(x)=\frac{x}{1+x\sqrt{e-2}},\ \ 0\le\ x\ \le\frac{e-1}{\sqrt{e-2}}$$
$$F(x)=\frac{1}{\sqrt{e-2}}\left[x-\frac{Ln\left(1+x\sqrt{e-2}\right)}{\sqrt{e-2}}\right];\ \ \mu=2.4902$$

Calcolare μ, σ e YB.

Compito_VC123: si ritiene che il beta-carotene abbia proprietà preventive sul cancro. Se il consumo è modellato con:

$$h(b)=\begin{cases}0\ \ se\ \ b<1\\ b-1\ \ se\ \ 1\le b<2\\ 3-b\ \ se\ \ 2\le b<3\\ 0\ \ se\ \ b>3\end{cases}$$

a) Determinare la F(x);
b) Calcolare la probabilità che 100 soggetti ne consumino più di 200.;
c) Qual'è l'intero più piccolo "n" per il numero di soggetti il cui consumo totale ecceda 250 unità con probabilità del 95%?

Compito_VC124: data la funzione di densità:

$$h(x)=\begin{cases}-\dfrac{x}{4}\ \ se-2<x<-1;\\ \dfrac{3x}{4}\ \ se\ \ -1<x<1\end{cases}$$

Calcolare M_e e S_{Me}.

Compito_VC125: la variabile X ha funzione di ripartizione:

$$F(x)=\begin{cases}0\ \ se\ \ x<1\\ \dfrac{1}{3}+\dfrac{2(x-1)}{3}\ \ se\ \ 1\le x\le 2\\ 1\ \ se\ \ x>2\end{cases}$$

Calcolarne moda e mediana.

Compito_VC126: la variabile casuale X ha funzione di densità

$$h(x)=a+bx^2\quad 0\le x\le 1$$

Inoltre, E(x)=2/3. Determinate a e b.

Compito_VC127:
a) calcolare il 1° ventile ed il 9° decile per il modello:

$$h(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2-x}{34.5};\ \ per\ \ 1\le x\le 4\\ 0\ \ altrove\end{cases}$$

b) Calcolare la differenza interquartilica per il modello:

$$h(x)=12x^2(1-x)\quad 0\le x\le 1;$$

Compito_VC128:
a) calcolate σ e S_{Me} per il modello:

$$h(x)=\frac{x+1}{2}\quad per\ \ |x|<1$$

b) Determinare α_1 e α_2 per la funzione di densità:

$$h(x)=\frac{3\left(1-x^2\right)}{4}\quad per\ \ |x|<1$$

c) Verificate che per il modello di densità seguente:

$$h(x)=\frac{2x^2-x}{34.5}\quad per\quad 0<x<4$$

si abbia μ=3.09.

Compito_VC129:
a) per il modello di densità:

$$h(x)=\begin{cases}x & per\ \ 0<x<1\\ \dfrac{3\left(4-x^2\right)}{10} & per\ \ 1\le x<2\end{cases}$$

1. Calcolare la moda; 2. Calcolare il 1° ed 3° quartile.
b) Data la densità di probabilità:

$$f(x)=\begin{cases}0.1x & per\ \ 0<x\le 2\\ 0.025(10-x) & per\ \ 2<x\le 10\\ 0 & altrove\end{cases}$$

Calcolare moda, mediana e media aritmetica.
c) Verificare che per il modello di densità seguente:

$$h(x)=\frac{2x^2-x}{34.5}\quad per\quad 0<x<4$$

si abbia: μ=3.087, σ=0.6953.

Compito_VC130: per la variabile casuale con densità:

$$h(x)=\frac{x^3-x}{54};\quad 2\le\ X\ \le 4$$

Calcolare moda, mediana e $X_{0.33}$ (primo terzile).

Compito_VC131: verificare che, per un modello di funzione di ripartizione per il quale F(b)=1 e F(a)=0 vale la relazione:

$$\int_a^b (x-a)h(x)dx = \int_a^b \left[1-F(X)\right]dx = \mu - (b-a)$$

dove h(.) è la corrispondente funzione di densità.

Compito_VC132: sia f(x) convessa in [a, b] cioè tale che:

$$f\left[\lambda X_1 + (1-\lambda)X_2\right] \le \lambda f(X_1) + (1-\lambda) f(X_2); \quad 0 \le \lambda \le 1$$

e sia inoltre h(x) è una funzione di densità e g(x) una funzione limitata in [a,b]: a≤g(x)≤b. Vale la disuguaglianza di Jensen:

$$f\left[\int_a^b g(x)h(x)dx\right] \le \int_a^b f\left[g(x)\right]h(x)dx$$

Verificare che la relazione sussista per la media aritmetica: g(x)=x e la armonica g(x)=1/x.

Compito_VC133: il modello paretiano di 2° tipo ha densità e funzione di ripartizione:

$$h(x) = \frac{ba}{(1+bx)^{a+1}}, \quad x > 0; \quad F(x) = 1 - \frac{1}{(1+bx)^a};$$

determinare la barriera di allerta: Q_3+1.5DI e di esclusione Q_3+3DI.

Compito_VC134: se una variabile casuale ha solo valori positivi, allora:

$$F(x) \ge 1 - \frac{\mu}{x}; \quad x > 0$$

Illustrare graficamente tale proprietà.

Compito_VC135: il modello Singh-Maddala per rappresentare la distribuzione dei redditieri, ha funzione di ripartizione:

$$F(x) = 1 - \left[\frac{1}{1+aX^b}\right]^c; \quad x \ge 0; \quad a, \ b, \ c \ge 0$$

a) Calcolare la DI per a=0.5, b=3, c=0.5.
b) E' un modello a coda "pesante"?

Compito_VC136: la funzione di ripartizione della variabile X è del tipo Rayleigh:

$$F(X) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{4}\right)^2}$$

a) Calcolare i tre quartili e stabilire le soglie per i valori remoti;
b) Determinare le soglie della disuguaglianza di Tchebycheff.

Compito_VC137: calcolare lo scarto quadratico medio per i modelli:

$$h(x) = \frac{3+2x}{28} \quad 0 < x < 4; \quad h(y) = \frac{2\sqrt{y}}{3} \quad 0 \le y \le 1$$

Compito_VC138:
a) Calcolare lo scarto assoluto mediano e la deviazione media per la densità quadratica:

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & per \ \ 0 < x < 1 \\ 0 & altrove \end{cases}$$

b) Per il modello di densità:

$$h(x) = \frac{1}{a+bx^2}; \quad x > 0, \quad a = \frac{\pi^2}{4b}$$

Calcolare deviazione mediana e scarto assoluto mediano.

Compito_VC139: determinare la funzione di rischio per i modelli:

$$h(x) = \frac{3}{(x+1)^4}, \quad x \ge 0; \quad F(x) = 1 - e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{a}\right)^2}$$

Compito_VC140: determinare i modello di densità per le funzioni di rischio:

$$r(t) = 1 - t^2, \quad 0 \le t \le 1; \quad r(t) = \frac{\left[1+sh^2(t)\right]^{-1}}{1-th(t)}; \ -\infty < t < \infty$$

Compito_VC141:
a) Una distribuzione uniforme continua ha funzione di rischio:

$$r(t) = \frac{0.1}{1-0.1t}, \quad 0 \le t \le 10;$$

Il fatto che, dopo il tempo t=10, la disfunzione deve necessariamente avvenire si riflette in una caratteristica della r(x). Quale?
b) Qual'è il modello di variabile casuale continua dotata di un tasso di rischio costante? Si dice che tale modello sia adatto più ad un sistema che alle sue singole componenti. Perché?

Compito_VC142: modello per il rendimento di un titolo:

$$h(x) = Kx^2(1-x), \quad 0 < x < 0.30$$

a) Calcolare M_e e S_{Me};
b) Vi sembra che formino una sintesi adeguata?

Compito_VC143: l'importanza della Tchebycheff è la sua grande generalità, ma questo è anche il suo limite. Verificare la grossolanità delle soglie per:

$$h(x) = \frac{15x^2\left(1+x^2\right)}{72}; \quad -2 \le x \le 2$$

Quali considerazioni vi suggerisce questa applicazione?

Compito_VC144: la variabile casuale X ha funzione di densità:

$$h(x) = \begin{cases} 2x & se \ \ 0 < x < 1 \\ 0 & altrove \end{cases}$$

Determinare il valore di "a" e di "b" che rendono minimo -rispettivamente- E[(X-a)^2] e E[|X-b|]. Se sono diversi che cosa si può escludere nella densità?

Compito_VC145:
a) Verificate, usando la Tchebycheff, che il fattore necessario per costruire una classe di modalità che contenga almeno il p% delle modalità è:

$$b = \sqrt{\frac{1}{1-p}}$$

b) Verificate l'applicabilità della Tchebycheff nel modello:

$$h(x) = \frac{1.5}{x^{2.5}}, \quad x > 0$$

Compito_VC146: calcolare i primi due momenti assoluti per la densità:

$$h(x) = \frac{5-x^3}{20}; \ -2 \le x \le 2$$

Compito_VC147: Chockhate (1930) esprime i momenti assoluti intorno a "c" con:

$$\upsilon_r = \int_a^b |x-c|^r h(x)dx; \quad con \ a, b \ finiti \ o \ infniti$$

ottenendo la disuguaglianza: $(\upsilon_r)^{\frac{1}{r}} \le (\upsilon_s)^{\frac{1}{s}} \quad per \ \ r < \ s$

a) Che risultato si ha se r=1 e s=2? b) che succede se "s" tende all'infinito?

Compito_VC148: per il modello di densità triangolare:

$$h(x) = \frac{2-|x|}{4} \quad per \ -2 \le x \le 2$$

Calcolare i primi quattro momenti rispetto alla media.

Compito_VC149: calcolare S_{Me} e S_μ per il modello di densità:

$$h(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & per \ \ 0 \le x \le 1 \\ \frac{1}{4} & per \ \ 1 \le x \le 3 \end{cases}$$

Compito_VC150: il modello di Laplace, nella sua formulazione più semplice, ha espressione:

$$h(x)=\frac{e^{-|x|}}{2},\ -\infty<x<\infty$$

Calcolare σ, S_{Me}, S_μ.

Compito_VC151: verificate che per una variabile continua dotata di media finita valga la relazione:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}|x-A|h(x)dx=\int_{-\infty}^{+\infty}|x-M_e|h(x)dx+2\int_A^{M_e}(x-A)h(x)dx$$

Risulta confermata la proprietà di minimo della mediana rispetto agli scarti in valore assoluto?

Compito_VC152: verificare se μ esiste finito nei casi seguenti:

$$1.\ h(x)=\lambda^2xe^{-\lambda x},\ x,\lambda>0;\quad 2.\ h(x)=k\frac{e^{-\lambda x}}{x^2},\ x>0,\ \lambda,k>0$$

Compito_VC153: studiare la simmetria/asimmetria nel modello :

$$h(x)=\beta_0+\beta_1x+\beta_2x^2;\quad 0<x<1;\quad 3\beta_1x+2\beta_2=6(1-\beta_0)$$

Compito_VC154: se una variabile assume valori nel dominio limitato (a,b) la sua asimmetria potrebbe essere misurata con:

$$\frac{\left(\frac{a+b}{2}\right)-M_e}{\sqrt{\frac{(b-a)^2}{12}}}$$

a) Quali indicazioni fornisce? b) Quali difetti riscontrate?

Compito_VC155: dimostrare che la curva di Lorenz di $F(x)=x^\alpha$ è:

$$L(p)=\frac{\alpha}{\alpha+1}p^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}$$

Compito_VC156: accertare che è di tipo h(x)=a/x la funzione di densità sottostante la curva di Lorenz:

$$L(p)=\frac{e^p-1}{e-1}$$

Compito_VC157: il legame tra rapporto di concentrazione e differenza media è valido anche per la funzione di ripartizione:

$$\Delta=2\int_0^\infty F(x)[1-F(x)]dx=2\int_0^\infty F(x)[1-F(x)]dx\pm2\mu=$$
$$=2\int_0^\infty F(x)[1-F(x)]dx\pm\int_0^\infty[1-F(x)]dx$$
$$=2\mu-2\int_0^\infty[1-F(x)]^2dx=2\mu\left\{1-2\frac{\int_0^\infty[1-F(x)]^2dx}{2\mu}\right\}\Rightarrow R=\frac{\Delta}{2\mu}$$

(cfr. Dorfman , 1979 e Muliere, 1981). Applicare la procedura alla variabile casuale esponenziale: $F(x)=1-e^{-x}$.

Compito_VC158: Dorfman (1979) dimostra che il rapporto di concentrazione è ottenibile dalla funzione di ripartizione:

$$R=1-\frac{\int_0^{x^*}[1-F(t)]^2dt}{\mu}$$

dove x* è il limite superiore (può essere infinito) della variabile. Applicate la formula di Dorfman al modello di Pareto: $F(x)=1-(a/x)^b$.

Compito_VC159: calcolare R nella distribuzione uniforme:

$$F(x)=\left[\frac{x-a}{b-a}\right];\ a\le x\le b;\ R=1-\frac{1}{\mu}\int_0^\infty[1-F(x)]^2dx$$

Compito_VC160: ca distribuzione uniforme non è un caso di concentrazione nulla. Basta considerare la sua curva di Lorenz:

$$g(p)=a+(b-a)p\Rightarrow\ L(p)=\frac{2a}{b+a}p+\left(\frac{b-a}{b+a}\right)p^2$$

A quale combinazione di parametri corrispondono le curve di minima e massima concentrazione L(p)=p e L(p)=0 per p<1?

Compito_VC161: calcolare la lunghezza della curva di Lorenz associata alla funzione di densità:

$$h(x)=\frac{4}{x^3},\ x>1;\ \mu=\frac{4}{3}.$$

Compito_VC162: riconsideriamo il modello di Erlang:

$$h(x)=\frac{x^{n-1}e^{-x}}{n!};\ x>0$$

L'indice quadratico di Bonferroni vale...

Compito_VC163: Arnold ed altri (1987) hanno accertato che alcuni modelli conducono a Lorenz "annidate" sia simmetriche (ad esempio il modello lognormale) che asimmetriche. In particolare, le densità fortemente unimodali:

$$h''(x)h(x)<h'(x)\Leftrightarrow h'(x)/h(x)\ \text{ è decrescente}$$

Tali funzioni sono anche dette log-concave in quanto la derivata seconda è negativa o nulla. La funzione di concentrazione è:

$$L(p;d)=F[g(p)-d];\ d\ge0$$

Verificare tale risultato per:

$$F(x)=1-e^{-e^{-x}}\Rightarrow L(p;d)=1-(1-p)^d$$

Compito_VC164: dimostrate la convessità della curva di Lorenz associata a variabili casuali continue a partire dalle relazioni:

$$L'(p)=\frac{F^{-1}(p)}{\mu};L''(p)=\frac{1}{\mu}\frac{dF^{-1}(p)}{dp}=\frac{1}{\mu}\frac{1}{\left.\frac{dp}{dx}\right|_{x=F^{-1}(p)}}=\frac{1}{h\left(F^{-1}(p)\right)}$$

Compito_VC165: la funzione momento primo incompleto è:

$$F_1(x)=\int_a^x\left(\frac{t}{\mu}\right)h(t)dt;\quad x>a$$

a) Dimostrare che $F_1(x)\ge F(x)$ per ogni "x".
b) Dimostrare che $h_1(x)=h(x)$ se x=μ dove $h_1(x)=dF_1(x)/dx$.

Compito_VC166: Kendall (1972, p. 56) stabilisce che, per ogni funzione di ripartizione per la quale si abbia F(a)=0 e F(b)=1 allora

$$\int_a^b(x-a)h(t)dt;\quad=\int_a^b[1-F(t)]dt$$

per cui il valore atteso può essere calcotato come area sottesa alla funzione di ripartizione complementare. Per la varianza si ha pure:

$$\sigma^2=\int_a^b\left[\int_x^b[1-F(t)]dt\right]^2[1-F(t)]^{-2}dt$$

Verificate i due risultati sulla densità proporzionale $h(x)=aX^{a-1}$ per $0\le x\le1$

Compito_VC167: X ha densità uniforme sull'intervallo unitario. Determinare la funzione di densità di $y=e^x$, $w=e^{-x}$, $z=x^3$.

Compito_VC168: X ha funzione di densità:

$$h(x)=0.5\ \ se\ \ -1<x\le0,\ \frac{1}{4}(2-x)\ \ se\ \ 0<x<2,\ \ 0\ \ altrove$$

Che funzione di densità ha y=|x|?

Compito_VC169: individuare la trasformazione della uniforme (0,1) che porti ad una variabile casuale con funzione di ripartizione

$$1.\ F(x)=\left[\frac{x}{x-a}\right]^b,\ x>a;\quad 2.\ F(x)=\frac{Ln\left[x+\sqrt{x^2+1}\right]}{2.89344},\ 0\leq x\leq 9$$

Compito_VC170: la trasformazione dell'integrale di probabilità può essere adoperata anche per generare variabili casuali discrete. Si abbia $F(x)=p_x$ per x=a,a+1,a+2,…b (b può anche essere infinito) con $p_{a-1}=0$, $p_a<p_{a+1}$, $p_b=1$. Le modalità della variabile connesse alle varie probabilità sono individuate con la formula: $X=\min\{x\ |p_{x-1}<U<p_x\}$ dove U è la variabile casuale uniforme su [0,1]. Si applichi tale procedure al modello geometrico: $p(x)=(1-p)p^x$ x=1,2,…

Compito_VC171:

a) Dimostrare che: $\gamma_2=\sigma^2\left(Z^2\right)+1;\quad dove\quad Z=\dfrac{X-\mu}{\sigma}$

b) Proponete ora l'interpretazione della curtosi come misura di variabilità della trasformata $y=z^2$. (Moors, 1986).

Compito_VC172: la distribuzione di Cauchy è caratterizzata da code molto spesse che impediscono l'esistenza finita dei momenti di ogni ordine. La sua funzione di graduazione è:

$$X_p=\tan[\pi(p-0.5)];\quad 0<p<1$$

Verificare asimmetria e curtosi con GM_p scegliendo i valori di "p".

Compito_VC173: auto sul mercato italiano per potenza in HP.

HP		Modelli	f_i
	<120	15	0.038
120	130	35	0.089
130	140	55	0.140
140	150	58	0.148
150	160	63	0.161
160	170	50	0.128
180	190	40	0.102
190	200	34	0.087
200	220	22	0.056
220	240	8	0.020
	>240	12	0.031
		392	1.000

Valutate la curtosi con il γ_2, con l'indice di Hogg e con l'indice di Groeneveld e Meeden per p=0.1.

Compito_VC174: rilevazione del numero di passaggi televisivi di prima serata perché un *testimonial* sia prontamente associato al prodotto. La variabile discreta. Sussistono le condizioni per approssimarla con una curva gaussiana?

X	n
0	4
1	11
2	19
3	26
4	40
5	28
6	17
7	12
8	5
	162

Compito_VC175: Girone e Salvemini (1991, pp. 241-242) notano la sensibilità di γ_2 ai valori estremi e segnalano come indice di disnormalità:

$$I=\frac{2\sigma^2}{S_\mu}-\pi$$

che è nullo per la normale, positivo per la leptocurtica e negativo per la platicurtica.

a) Spiegate l'abbinamento del segno di I con la forma della curva;
b) Calcolare I per la distribuzione dei matrimoni per anni trascorsi alla nascita del primo figlio:

Anni		Matrimoni
1	3	91
4	6	72
7	9	60
10	12	32
13	15	26
16	18	21
19	25	12
		314

Compito_VC176: la tabella riporta gli incrementi di vendita in una catena di negozi dopo una campagna pubblicitaria.

Incrementi		Negozi
0.0	0.1	4
0.1	0.5	11
1.1	1.5	12
1.5	2.0	13
2.0	2.5	14
2.5	3.0	22
3.0	3.5	24
3.5	4.0	23
4.0	5.0	22
5.0	6.0	21
6.0	8.0	18
8.0	10.0	3
		187

a) Misurate asimmetria e curtosi; b) E' valida approssimazione normale?

Compito_VC177: effettuare i seguenti calcoli relativi alla normale:
a) Area tale che $|z-2|\leq 0.5$; b) Area tale che $|z+1|\geq 0.2$;
c) Area per z<0.4 e z>-0.2; d) Area per z<-1.95 e z>1.78

Compito_VC178: delle poche cose che si ricordano di un fenomeno di tipo gaussiano c'è che la frequenza relativa di modalità inferiori a 10 era del 50%. D'altra parte è certo che i valori superiori a 50 avevano frequenza relativa dell'1%. Riuscite a ricostruire media e varianza del fenomeno?

Compito_VC179: dato il modello:

$$h(x)=\begin{cases}\dfrac{12}{\pi^3}x(\pi-x) & 0\leq x\leq\dfrac{\pi}{2}\\ 0 & altrove\end{cases}$$

Verificare la relazione: $\gamma_2-(\gamma_1)^2\geq 0$.

Compito_VC180: tempi di reazione ad un ostacolo.

Tempo		Guidatori
0.340	0.360	2
0.320	0.340	2
0.300	0.320	4
0.280	0.300	5
0.260	0.280	11
0.240	0.260	17
0.220	0.240	28
0.200	0.220	69
0.180	0.200	37
0.160	0.180	12
		187

Valutare la normalità in base agli indici γ_1 e γ_2.

Compito_VC181: la funzione di densità normale è approssimabile con:

$$Gauss-Laplace:\ h(x)=\frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi}};\ Stigler:\ h(x)=e^{-\pi x^2}$$

Quali sono le medie e le varianze di tali densità.

Compito_VC182: gli errori di produzione (difetto ed eccesso rispetto alla misura standard) in alcuni manufatti sono stati classificati nella tabella. Costruire il poligono delle frequenza e verificatene la normalità.

X		n	f
-5.0	-2.5	14	0.28
-2.5	-1.5	17	0.34
-1.5	0.5	11	0.22
0.5	1.5	6	0.12
1.5	3.5	2	0.04
		50	1.00

Compito_VC183: verificare - col grafico di normalità - se il *data set* del prospetto proviene da una variabile casuale normale.

0.58	0.31	0.95	0.57
0.15	0.57	0.02	0.75
0.08	0.59	0.52	0.07
0.93	0.35	0.35	0.41
0.41	0.36	0.20	0.41
0.69	0.22	0.08	0.89

Compito_VC184: Shah (1985) ha proposto la seguente approssimazione della densità normale per valori positivi di "z" :

$$\phi(Z)=\begin{cases}0.5+\dfrac{Z}{10}(4.4-Z) & se\quad 0<Z\leq 2.2\\ 0.99 & se\quad 2.2<Z<2.6\\ 1 & se\quad Z\leq 2.6\end{cases}$$

Valutatene la qualità nelle seguenti aree:
a) $\phi(0.7)$; b) $\phi(-1.2)$; c) $\phi(2.25)$

Compito_VC185: Randles e Wolf (1991, p. 389) propongono di misurare l'asimmetria e lo spessore delle code con gli indici:

$$RW_1=\frac{\mu_1^+(x_{0.05})-\mu_1^+(M_e)}{\mu_1^+(M_{0.05})-\mu_1^-(x_{0.05})};\qquad RW_2=\frac{\mu_1^+(x_{0.05})-\mu_1^-(x_{0.05})}{\mu_1^+(M_e)-\mu_1^-(M_e)};$$

Se $RW_1\leq 2$ e $1\leq RW_2\leq 2$ la distribuzione è quasi simmetrica ed ha code leggere; se $RW_2\geq 7$ ha code pesanti se $RW_1>2$ e $RW_2\leq 7$ code modeste e asimmetria a sinistra. Valutate i due indici per la distribuzione $F(x)=1-e^{-x}$, x>0.

Compito_VC186: la gestione telefonica dei rapporti con la clientela richiede ad una impresa l'assunzione, più o meno temporanea, di un certo numero di risponditori. Le chiamate settimanali ricevute si distribuiscono normalmente con media 3500 e scarto quadratico medio 200.
Calcolare:
a) La frazione di settimane in cui l'impresa riceve più di 4000 ?
b) La frazione in cui l'impresa ne riceve meno di 3000?
c) La frazione in cui l'impresa riceve chiamate fra 2500 e 4500?

Compito_VC187: una società ha deciso di completare l' organico con una unica selezione. I vincitori occuperanno i posti:

Direttivi	*5%*	*Quadri*	*15%*
Operai specializzati	*20%*	*Operai generici*	*60%*

Sapendo che μ= 70.5 e σ= 8.3, calcolate (ipotizzando la normalità) i punteggi che dirotteranno gli assunti nelle varie qualifiche.

Compito_VC188: percorso-test di alcuni di pneumatici.

37.8	27.2	29.2	24.5	27.5	32.1	29.4	26.1	30.1	23.8	31.4	26.3	28.2	29.5
29.8	31.0	24.6	28.0	26.6	22.5	26.4	29.7	30.1	29.8	29.4	29.3	26.1	25.0
24.7	27.1	27.2	28.3	25.1	31.4	29.7	27.3	25.9	30.9	19.5	25.5	28.9	25.8
30.2	28.8	30.1	26.3	30.2	25.5	30.0	28.4	29.7	31.7	22.8	33.2	27.2	24.2
29.2	29.0	27.0	30.3	29.6	27.0	27.9	26.9	29.8	32.3	29.1	26.7	26.6	27.8
26.2	32.1	25.0	28.5	28.0	25.1	26.9	21.9	24.9	25.9	31.8	24.8	29.5	31.2
32.8	25.0	31.2	25.9	27.1	27.3	26.5	34.7	28.4	27.1	31.2	25.8	26.9	30.0

Verificare la normalità con il criterio degli intervallo tipici.

Compito_VC189: età della madre (in anni compiuti) al momento del parto.

Età		Donne	f_i
13	15	4	0.04
16	18	5	0.05
19	21	9	0.09
22	24	14	0.14
25	27	28	0.28
28	30	17	0.17
31	33	11	0.11
34	36	6	0.06
37	39	4	0.04
40	42	2	0.02
		100	1.00

Pearson dimostrò nel 1920 che la stima ottimale di μ e σ nella normale è:

$$\mu = \frac{X_{0.73} + X_{0.27}}{2}; \qquad \sigma = \frac{X^2_{0.39} - X_{0.07}}{2.96}$$

Verificate la qualità della approssimazione nei dati in esempio.

Compito_VC190: Rosenberg e Gasko (1983) propongono un indice di spessore della coda della distribuzione:

$$t = \frac{X_{0.99} - M_e}{X_{0.75} - M_e} \bigg/ \frac{Z_{0.99} - Z_{0.5}}{Z_{0.75} - Z_{0.5}}$$

che è 1 per la Normale, 0.57 per la uniforme e 9.22 per la Cauchy.
a) Proponente una interpretazione dell'indice;
b) Calcolatelo per il modello logistico.:

$$F(x) = 1 - \frac{2}{1+e^{ax}}; \quad x > 0; \;\; a > 0 \Rightarrow h(x) = 2a\left[\frac{e^{ax}}{\left(1+e^{ax}\right)^2}\right]$$

Alunni		Ist. A	Ist. B	F (A)	F (B)
7	10	3	2	0.043	0.027
11	14	5	7	0.114	0.121
15	18	8	6	0.229	0.203
19	22	13	14	0.414	0.392
23	26	21	18	0.714	0.635
27	30	14	19	0.914	0.892
31	34	6	8	1.000	1.000
		70	74		

Quale delle due è meglio approssimata dalla Normale?

Compito_VC191: i parti di certi animali di laboratorio sono classificati secondo l'intervallo, in giorni, dal parto precedente. Individuate la trasformazione Box-Cox che avvicini maggiormente alla normalità la distribuzione.

Giorni		Parti
60	120	4
121	180	11
181	240	33
241	300	71
301	360	59
361	420	42
421	480	21
		241

Compito_VC192: Finnucan (1963) dimostra che
date due distribuzioni simmetriche con media zero e con varianza σ^2 tali che

$$h(x) < g(x), \quad per \quad a < x < b;$$
$$h(x) > g(x), \quad per \quad x < a \quad oppure \quad x > b$$

allora $\mu_4(h) > \mu_4(g)$. Verificate tale disuguaglianza per la normale standardizzata e la distribuzione uniforme ($-\sqrt{3}$, $+\sqrt{3}$).

Compito_VC193 : un calciatore ha probabilità del 40% di centrare la porta nelle punizioni di prima. Se in una partita tira 9 punizioni calcolare: p(x=2) e poi approssimare tale probabilità con la normale. C'è differenza? Perché?

Compito_VC194: approssimazione di variabili discrete.
a) Il numero di bit sbagliati in un canale di comunicazione ha distribuzione binomiale. Ipotizzando che la probabilità di errore sia 0.00001 e che vengano trasmessi 200 milioni di bit, qual'è la probabilità di superare i 200 bit errati?
b) Il numero di fibre presenti in un centimetro cubico di pulviscolo ha distribuzione di Poisson con media λ=2000. Qual'è la probabilità che analizzando 10cm^3 si trovino complessivamente meno di 1000 fibre?

Compito_VC195: il prospetto di raccolta dati riguarda il numero medio di mosse effettuate in un torneo di scacchi.

22.1	32.5	40.1	14.3	33.5	51.3	71.1	19.4
22.3	37.1	45.6	15.1	38.9	52.6	74.9	14.6
26.2	39.1	51.2	16.2	39.7	55.7	75.9	12.3
29.6	40.5	56.4	15.7	43.2	55.9	80.3	11.9
31.7	45.5	58.1	18.1	43.2	57.7	85.3	16.2

Costruite il grafico di normalità per i dati originali e per i logaritmi.

Compito_VC196: Rocchetta e Vanelli (1998, pp. 32-36) discutono l'approssimabilità con il modello normale della rilevazione su n=100 mosche domestiche della lunghezza dell'ala.

Lunghezza		f_i
36	38	0.04
39	41	0.12
42	44	0.24
45	47	0.29
48	50	0.21
51	53	0.08
54	56	0.02
		1.00

a) Poiché risulta γ_1=0.0056 e γ_2=-0.352 individuate le ragioni della disnormalità;
b) E' possibile correggerla con la Box-Cox?

Compito_VC197: per ottenere una distribuzione simmetrica si può effettuare una trasformazione non lineare della variabile:

$$\sum_{i=1}^{r}\left|\left[X_i^{\lambda} - M_e\left(X^{\lambda}\right)\right]f_i + \left[X_{k-i+}^{\lambda} - M_e\left(X^{\lambda}\right)\right]f_{k-i+1}\right|;$$

$$r = \left[\frac{k+1}{2}\right]; \;\; -3 \le \lambda \le 3; \;\; X_i^{\lambda} = Ln(x) \;\; se \;\; \lambda = 0$$

Rappresentate la somma per λ scelti nell'intervallo (-3,3) per la distribuzione

X_i		n_i
0.0	0.5	7
0.5	1.0	30
1.0	1.5	26
1.5	2.0	16
2.0	2.5	2
2.5	3.0	6
3.0	3.5	6
3.5	4.0	2
4.0	4.5	1
4.5	5.0	2
5.0	5.9	1
8.0	8.5	1
		100

relativa alla concentrazione in ppm di cloro nei grassi umani (Pearson e Turton, 1993, p. 38).

Compito_VC198: per ottenere almeno una minore asimmetria il parametro della Box-Cox può essere determinato sfruttando la monotonicità di: $y_1(\alpha) \le y_2(\alpha) \le \ldots \le y_n(\alpha)$. In una distribuzione simmetrica i valori sono equidistanti dalla mediana per cui:

$$\left[\frac{Y_i(\alpha)}{M_e(Y)}\right]^{\alpha} + \left[\frac{Y_{n-i+1}(\alpha)}{M_e(Y)}\right]^{\alpha} = 2 \quad per \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

Disegnate il diagramma di Tukey per vari valori α relativamente alla serie:

{7, 9, 3, 4, 8, 5, 3, 2, 5, 6, 7, 1, 2, 6}

Compito_VC199: un'altra trasformazione abbastanza nota è quella esponenziale proposta da Manly (1976):

$$y_i(\alpha) = \begin{cases} e^{\alpha x_i} & per \;\; \alpha \ne 0 \\ x_i \;\; per \;\; \alpha = 0 \end{cases}; \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

Applicatela allo stesso *data set* dell'esercizio precedente.