Confronto di informazioni

Le informazioni analizzate singolarmente non sono sempre significative.
Occorre trasformarle ed associarle per ricavarne il contenuto informativo

La trasformazione più importante e frequente è il rapporto (quoziente, saggio, etc.)

$$R_i = \frac{Y_i}{X_i} \qquad X_i \neq 0 \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

La divisione crea una relazione binaria tra due numeri e può avere due scopi

DIVIDERE — **Quanta parte del numeratore è attribuibile ad ogni singola parte del denominatore**

REDDITO PRO-CAPITE

COMPARARE — **Confronto tra due situazioni diverse**

EFFICIENZA = BENEFICIO/COSTO

Esempi (pro rata parte)

La percentuale

1) Che percentuale di 70 è 13? Si imposta la proporzione: 13 sta a 70 come "x" sta a 100 il che implica la divisione di 13 per 70 e la moltiplicazione per 100:

$$x = \frac{13}{70} * 100 = 18.57$$

in cui il segno di uguaglianza indica equivalenza sostanziale perché sono state troncate le cifre dopo la seconda posizione decimale.

2) Qual'è il 32% di 127? Anche qui c'è una proporzione: 32 sta a 100 come "x" sta a 127 che si risolve moltiplicando 127 per 32 e dividendo per 100:

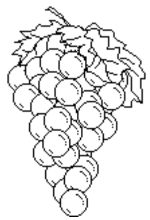
$$x = \frac{32}{100} * 127 = 0.32 * 127 = 40.64$$

SIGNIFICATO GENERALE

E' importante abituarsi a leggere i rapporti statistici (ed i loro reciproci)

$$\frac{\text{Produzione di uva}}{\text{Superficie vitata}} = 50$$

Ogni ettaro di superficie vitata produce "mediamente" 50 q.li di uva



$$\frac{\text{Superficie vitata}}{\text{Produzione di uva}} = 0.02$$

Per produrre un q.le di uva è necessario destinare a vite 0.02 ettari di superficie agraria

EFFICACIA DEI RAPPORTI

Perché il rapporto sia costruttivo, tra le due variabili deve esistere un legame del tipo:

- **PARTE AL TUTTO**
- **STOCK/FLUSSO**
- **CAUSA/EFFETTO**
- **ANTECEDENTE/CONSEGUENTE**
- **COMPLEMENTARITA'**
- **NORMALE/ACCIDENTALE**
- **TEMPOTANEO/PERMANENTE'**

ESEMPI	**Disoccupati/Residenti**	**(sbagliato)**
	Disoccupati/Residenti in età lavorativa	**(giusto)**

In mancanza di legami logici e funzionali si rischia di proporre rapporti semplicistici e/o fuorvianti

ESEMPI (false premesse)

a) Durante l'inverno una superstrada di montagna è spesso coperta dalla neve creando disagi agli automobilisti.

In questo periodo il numero di incidenti stradali gravi oscilla nell'intervallo (28-51); nel periodo estivo gli incidenti gravi variano nell'intervallo (43-124).

Ne consegue che temperature rigide e neve riescono ad evitare un gran numero di incidenti.

b) Il mezzo di trasporto più sicuro sono le navicelle spaziali visto lo scarso numero di incidenti.

c) Tra i condannati all'ergastolo solo il 10% erano pregiudicati; invece, tra chi ha ricevuto condanne per sei mesi o meno, ben l'80% ha reiterato il reato. Quindi, le lunghe pene detentive sono un deterrente più efficace di quelle brevi.

Applicazione

Confronto del numero di sinistri automobilistici in due province:

Provincia	*Sinistri al 1981*	*Veicolo circolanti*	*Rap.*	*Rap.%*	*Rap.*
Napoli	36,828	1,021,736	0.036	3.6%	36
Catanzaro	7,375	44,549	0.167	16.7%	167

Ragguagliando i sinistri al numero di veicoli circolanti si elimina l'effetto "dimensione" ed il confronto può quindi essere correttamente realizzato

I rapporti statistici sono variabili autonome anche se si formano da due altre variabili.

Sono da considerarsi un modo per definire le variabili nelle indagini cui mancano o non bastano quelle suggerite dal problema.

La standardizzazione

I rapporti statistici sono essenziali per descrivere analogie e differenze fra rilevazioni diverse.

ESEMPIO:
il rapporto "item prodotti/ore lavorate" è utilizzabile per la comparazione della produttività purché il posto di lavoro sia più o meno lo stesso, le imprese interessate siano sotanzialmente identiche tranne che per le dimensioni e la localizzazione, etc.

Se si ampliano i fattori di cui considerare le variazioni i rapporti risultano poco significativi o, addirittura, irrazionali.

In effetti il rapporto statistico è richiamato nei commenti e nelle valutazioni in base a due presupposti:

a) Rimane costante nel contesto considerato;

b) E' generalizzabile per proporzionalità;

La standardizzazione/2

Il primo punto riguarda il concetto di media.

Se in un'impresa che ha 10 stabilimenti si è lavorato per 1'024'000 ore producendo 5'100 item allora ogni item avrà richiesto -in media- 1'024'000/5'100= 200 ore.

Non è però detto che nei 10 stabilimenti si sia sempre avuta questa produttività. Poiché il rapporto è un dato fittizio, il livello 200 potrebbe non essersi verificato in nessuno di essi.

Il secondo punto è riferito alla conversione tra una base numerica ed un'altra.

Se si sono verificati quattro infortuni sul lavoro per un totale di 250 operai, l'incidenza sarà:

$$\frac{4}{250} = \frac{0.016}{1} = \frac{16}{1'000}$$

cioè 16 incidenti ogni mille operai.

Il presupposto è che tasso di infortuni sia lo stesso fra 250 e 1000 operai e questo non è affatto certo: gli stabilimenti più grandi hanno forse maggiori controlli.

D'altra parte non è neanche detto che esista uno stabilimento che abbia esattamente 1000 dipendenti.

Caratteristiche dei rapporti statistici

Le proprietà dei rapporti sono evidenti, ma vale la pena ricordarle:

$$\begin{cases} 1)\ R_i = 1 \text{ se e solo se } Y_i = X_i & 3)\ R_i > 1 \text{ se e solo se } Y_i > X_i \\ 2)\ R_i < 1 \text{ se e solo se } Y_i < X_i & 4)\ R_i = \dfrac{aY_i}{aX_i} \text{ per ogni } a \neq 0 \end{cases}$$

Particolare rilevanza ha l'ultima in quanto consente di non preoccuparsi troppo dell'ordine di grandezza delle variabili componenti.

disoccupazione per sesso e per ripartizione geografica.

E' subito evidente quale sia la combinazione più diffusa: 27.66% cioè donna e meridionale (e disoccupata).

	Maschi		Femmine		Totale	
Ripartizioni	Unità	%	Unità	%	Unità	%
Nord	324	4.91	433	9.94	756	6.90
Centro	180	6.62	235	13.94	415	9.42
Sud	793	16.46	647	27.66	1439	20.10
Italia	1297	9.17	1314	15.68	2611	11.59

Utilità dei rapporti

L'utilità dei rapporti sta nell'essere indipendenti dall'unità di misura

Le informazioni date dai rapporti statistici sono grezze ed il loro uso è giustificato solo in occasioni particolari o in mancanza di informazioni dirette.

Spesso si impiega una "batteria" di rapporti per spiegare certi fenomeni.

- Analisi di Bilancio
- Rischio-Paese
- Impatto ambientale
- Indicatori sociali

La loro semplicità non deve ingannare: con essi si possono saggiare, magari superficialmente fenomeni complessi e non abbordabili per altre vie

Diffusione dei R.S.

La grande diffusione dei rapporti statistici dipende da varie ragioni:

1) Il dato su di un rapporto è spesso più accessibile come tale che non attraverso i dati che lo compongono:

Nelle analisi cliniche è difficile stabilire quando costa l'errore di classificare un A come B: E(A|B) oppure un B come un A: E(B|A). E' più semplice stabilire il loro rapporto: E(A|B)/E(B|A): ad esempio 1:5 senza parlare di lire.

2) Si tratta di numeri adimensionali ovvero espressi in unità comparabili;

3) In certi studi economici il rapporto fra due dati è adoperato come approssimazione o in sostituzione di valori marginali:

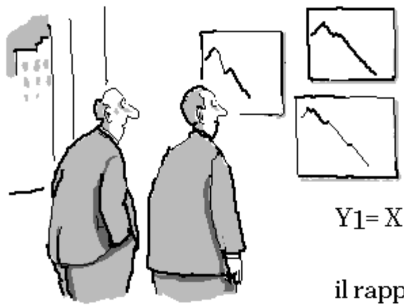
ESEMPIO: $$\text{Prod. Media} = \frac{I_t}{P_t - P_{t-1}} \Rightarrow \frac{\Delta K_t}{\Delta P_t}$$

Diffusione dei R.S./1

4) Se il numeratore ed il denominatore sono viziati da uno stesso errore proporzionale, il loro rapporto non ne risente.

ESEMPIO

Siano X1 ed X2 i dati veri che si intendeva rilevare e siano invece Y1 ed Y2 quelli rilevati con un errore proporzionale comune ad entrambi i dati.



Il vero problema sono questi dannati grafici!

$Y1 = X1 + aX1 = (1+a)X1$; $Y2 = X2 + aX2 = (1+a)X2$

il rapporto $\dfrac{Y1}{Y2} = \dfrac{(1+a)X1}{(1+a)X2}$ è uguale al rapporto $\dfrac{X1}{X2}$

Limiti: paradosso di Simpson

L'istituto federale di statistica degli Stati Uniti riportava un persistente aumento del tasso di criminalità. Studi più attenti dimostrano il contrario. Perché?

	Anno_1				Anno_2		
	Residenti	Delitti	Del./Res.		Residenti	Delitti	Del./Res.
Zone rurali	800000	32000	40	Zone rurali	100000	3000	30
Zone urbane	200000	24000	120	Zone urbane	900000	63000	70
Totale	1000000	56000	56	Totale	1000000	66000	66

Il tasso di criminalità è diminuito sia nelle zone rurali che in quelle urbane, ma nel complesso è aumentato a causa del fenomeno di inurbamento che porta a calcolare su di un numero più elevato il tasso maggiore.

Il Paradosso di Simpson si verifica sistematicamente se una popolazione risulta dalla aggregazione di due sottopopolazioni molto sbilanciate rispetto al fattore da analizzare.

Prudenza nell'uso

Il contenuto pragmatico è talvolta fondato su esperienze acritiche e su esigenze di standardizzazione che danno una connotazione di classicità, continuità, eternità e magia che bisogna contestare prima di fidarsene del tutto.

"Le spese per l'abitazione non devono superare un terzo delle entrate mensili"

Quante volte il livello "ottimo" del rapporto è corrisposto ad una situazione realmente soddisfacente?

Quante volte è stato smentito?

In che modo un errore commesso nel rapporto incide sulla soluzione del problema?

In fondo i rapporti indicano non implicano, sono una definizione operativa del fenomeno, non la sua spiegazione.

RAPPORTI DI COMPOSIZIONE

Con questi rapporti si confronta una parte al tutto al fine di misurare la importanza relativa di una componente rispetto alla totalità del fenomeno.

ESEMPI:

Frequenze o intensità relative;

$$\frac{\text{Titoli obblig. e Azionari}}{\text{Attività correnti}}$$

rapporto di mascolinità: $\frac{M}{(M+F)}$

Indici antropometrici. Ad es. : $\frac{\text{lunghezza avambraccio}}{\text{lunghezza braccio}}$

In pratica, i termini di una serie (frequenze o intensità) sono divisi per il loro totale producendo valori più facili da interpretare ed investigare.

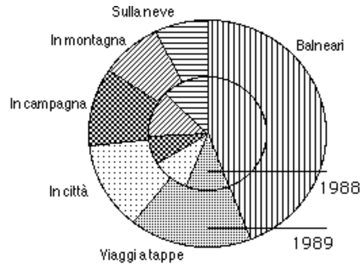
ESEMPIO

I rapporti di composizione corrispondono alla ripartizione di un cerchio in cui i settori siano proporzionali alle intensità associate alle varie unità.

Esempio.

Vacanze e soggiorni all'estero per il biennio 88-89. Milioni di viaggi.

Destinazioni	1988	1989
Balneari	43	48
Viaggi a tappe	11	18
In città	10	14
In campagna	8	12
In montagna	13	9
Sulla Neve	12	8
Totale	97	109

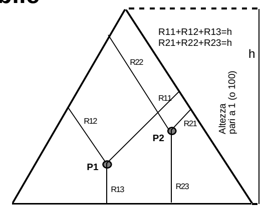


Le balneari aumentano in assoluto (+5), ma diminuiscono in percentuale: dal 44.3% al 44.0%

Grafico ternario

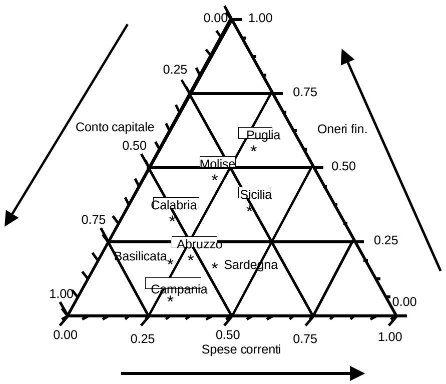
Se i dati di ogni unità sono tre frazioni sommanti ad uno è possibile utilizzare un grafico molto interessante

In un triangolo equilatero la somma delle distanze dai lati di un punto "P" interno al triangolo è costante ed è pari all'altezza del triangolo stesso



Esempio:
Distribuzione delle spese previste dalle Regioni del Mezzogiorno per voci economiche (1993).

Regione	Spese correnti	In conto capitale	Oneri finanziari
Abruzzo	30.2	51.9	17.9
Molise	24	31.2	44.8
Campania	31	64.9	4.1
Puglia	30.8	14.6	54.6
Basilicata	25.1	58.5	16.4
Calabria	18.5	50.8	30.7
Sicilia	40.1	25.4	34.5
Sardegna	39.3	45.9	14.8



Il grafico evidenzia la posizione della Campania e della Puglia che presentano una composizione molto sbilanciata.

Rapporti di densità

Con questi rapporti si ragguagliano le ripetizioni di un certo fenomeno con l'ordine di grandezza con cui il fenomeno stesso si manifesta.

$$\text{grado di affollamento:} \frac{\text{popolazione residente}}{\text{vani occupati}}$$

ESEMPI:

$$\text{Frazionamento:} \frac{\text{Entità Dep. a Risp. + C/C}}{\text{Numero di Dep. a Risp. + C/C}}$$

Il significato è :

se tutte le unità al denominatore avessero lo stesso valore rispetto al numeratore, il rapporto di densità è quello che toccherebbe a ciascuna di esse.

Uso dei rapporti di densità

1) I rapporti di densità si adoperano se mancano informazioni esplicite oppure non si ha disponibilità completa di dati sul (specialmente per dati aggregati)

ESEMPI

Produttività del lavoro;

Intensità del capitale;

2) I rapporti di densità permettono anche di creare grandezze fittizie da utilizzare per il confronto di caratteristiche altrimenti non comparabili.

ESEMPI

Superficie al pubblico/addetti

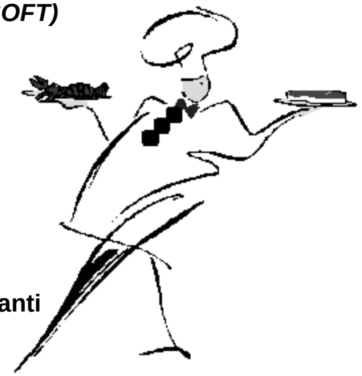
Km di rete stradale/km² di Superf.

Indicatori

I rapporti di densità sono alla base di molti indicatori sociali e benesseriali

Nacquero per misurare *HARD* la "qualità della vita" *(SOFT)*

ESEMPI



- **Numero medio di componenti per famiglia**
- **Medici ogni 1000 abitanti**
- **Posti letto negli istituti di cura ogni 100 mila abitanti**

Per ognuno dovrebbe essere stabilita una soglia critica minima e massima aldilà delle quali intervenire

Hanno da sempre vita difficile per la necessaria e pericolosa vicinanza alle decisioni politiche

Rapporti di coesistenza

Si ottengono ponendo a confronto le intensità o le frequenze di uno stesso fenomeno in occasioni diverse e fra loro antitetiche

Esempi:

$$\text{Copertura estero} = \frac{\text{Importazioni}}{\text{Esportazioni}}$$

$$\text{Copertura di bilancio} = \frac{\text{Entrate}}{\text{Uscite}}$$

$$\text{Liquidità corrente} = \frac{\text{Attività correnti}}{\text{Passività correnti}}$$

$$\text{Destinazione del reddito} = \frac{\text{Consumo}}{\text{Risparmio}}$$

L'idea èdi evidenziare uno squilibrio o uno sbilanciamento in uno dei fenomeni coesistenti.

Se il rapporto è maggiore di uno (o di altro valore di equilibrio) si configura uno scompenso a favore del numeratore.

L'uso dei rapporti di coesistenza è particolarmente significativo se i fenomeni a rapporto sono fra di loro complementari.

Rappresentazione grafica

Bilancio consolidato 1991 delle aziende del gruppo IRI. Rappresentiamo graficamente il rapporto Deb.Fin.Netti/Mezzi Propri.

Gruppi principali	Debiti finanz. netti	Mezzi Propri	X2	X1
Stet	19506	19470	0.50	0.50
Ilva	6338	2973	0.68	0.32
Finmeccanica	4862	2364	0.67	0.33
Iritecna	8819	4557	0.66	0.34
Alitalia	1167	1386	0.46	0.54
Sme	166	1363	0.11	0.89
Rai	1648	363	0.82	0.18
Fincantiere	764	703	0.52	0.48
Finmare	1818	405	0.82	0.18
Finsiel	99	251	0.28	0.72
Totale IRI	63330	22248	0.74	0.26

"X1" = Mezzi propri/Totale

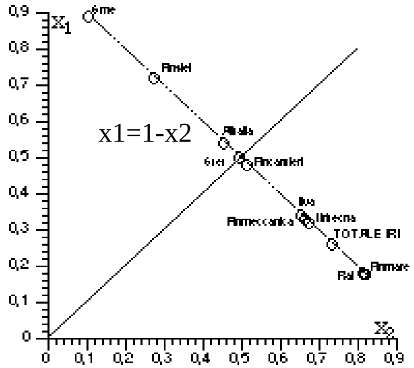
"X2" = Debiti finanziari netti/Totale

$$X_1 = \frac{\text{Dato del numeratore}}{\text{Totale dei due dati}}; \quad X_2 = \frac{\text{Dato del denominatore}}{\text{Totale dei due dati}}; \quad \rightarrow \quad X_1 + X_2 = 1$$

La bisettrice rappresenta i valori di equilibrio (supposto che tale sia l'unità per il caso in esame)

I valori al di sopra sono casi di sbilanciamento a favore del numeratore e quelli sotto di sbilanciamenti a favore del denominatore.

La SME è quella in migliore condizione. La più Incagliata risulta la FINMARE



Rapporti flusso/stock

Molte variabili utili ed interessanti si ottengono dai rapporti

$$Durata = \frac{Variabile \;\; stock}{Varaibile \;\; flusso}; \qquad Rotazione = \frac{Variabile \;\; flusso}{Varaibile \;\; stock}$$

dove, in una data unità di tempo (ora, giorno, mese, etc.):

VARIABILE STOCK= consistenza, in numero o in quantità, di un fenomeno in un dato istante;

VARIABILE FLUSSO= ammontare o numero di quella parte del fenomeno che è interessata da movimenti in entrata o in uscita

Alla base di questi rapporti c'è il presupposto che il fenomeno su cui si rilevano sia STAZIONARIO cioè, in un fissato arco di tempo, il numero delle unità uscite è bilanciato da altrettante entrate.

Ancora sui rapporti flusso/stock

Un fenomeno stazionario è simile ad una sala con un numero fisso di posti C_o una volta che tutti i posti siano occupati e perché si segga qualcuno è necessario che un altro si alzi.

Supponiamo che in un dato periodo si abbiano $E = entrate; \quad U = uscite$

La stazionarietà implica che $U = E = Nu = \;\; unità \;\; rinnovate$

Ecco due classi di rapporti molto interessanti:

$$R = \frac{Nu}{Co}$$

Rotazione:

la frequenza o la rotazione con cui il posto è stato occupato

$$D = \frac{1}{R} = \frac{Co}{Nu}$$

Durata

Intervallo di tempo medio fra due successive sostituzioni di unità sul medesimo posto ovvero il tempo medio di permanenza su ciascun posto

I rapporti di durata

il rapporto di durata coinvolge la parte RINNOVO (flusso) e la parte CONSISTENZA MEDIA (stock)

La parte che si rinnova “Nu” è stimata dalla semisomma tra entrate e uscite

Stima del rinnovo: $Nu = \frac{E+U}{2}$

La consistenza media "Co" è stimata dalla semisomma tra la iniziale e quella finale

Stima della consistenza media: $Co = \frac{C_i + C_f}{2}$

RAPPORTO DI DURATA: $$D = \frac{Co}{Nu} = \frac{\frac{C_i + C_f}{2}}{\frac{E+U}{2}} = \frac{C_i + C_f}{E+U}$$

Questa classe di rapporti serve a misurare il tempo di permanenza media di una singola unità nonché il tempo di esaurimento del fenomeno dall'interruzione delle entrate

I rapporti di durata/2

ESEMPI:

Se la banca vi ha rifiutato un credito scrivete a "Mi manda Lubrano".

$$\text{durata media della vita} = \frac{2^*\text{Popolazione media}}{(\text{Nascite+Morti})}$$

$$\text{degenza media} = \frac{(\text{Pazienti 1/1 + Pazienti 31/12})}{(\text{Dimessi+Accettati})}$$

$$\text{giacenza media} = \frac{(\text{Riman. iniz + Riman. fin})}{(2^*\text{Vendita media})}$$

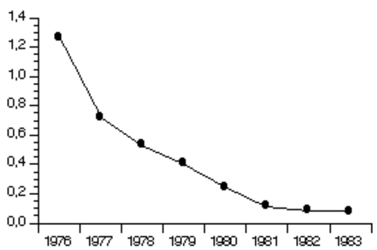
Può anche succedere che per”N_u" e/o per "C_o" si abbiano misurazioni più accurate. In questi casi i valori più esatti si sostituiscono senzaltro nelle formule

N.B. Anche i fenomeni più elementari sono alimentati da una molteplicità di cause. La semplicità dei rapporti spinge a limitare l'attenzione a quelle ritenute (si spera a ragione) più rilevanti

Esempio

Giacenze di magazzino e sulle vendite della General Cosmetics e calcolate la durata della giacenza media per i vari anni.

Anno	Rim.Iniziali	Rim.Finali	Totale vendite	Vendita media	Giac.media-mesi
1976	21688	12628	162500	13542	1.2670
1977	12628	11314	198700	16558	0.7230
1978	11314	10210	241800	20150	0.5341
1979	10210	9736	292900	24408	0.4086
1980	9736	5277	363600	30300	0.2477
1981	5277	3828	471900	39325	0.1158
1982	3828	3734	530100	44175	0.0856
1983	3734	4155	570100	47508	0.0830



Si nota un costante aumento delle vendite cui A fa riscontro una progressiva riduzione della giacenza media in magazzino che nell'ultimo anno arriva agli 8.3% di un mese, cioè 2,5 giorni

$$C = \frac{C_i + C_f}{2}; \quad R = Vendite \quad medie \qquad GM = \frac{C}{R}$$

I rapporti di rotazione

Misurano il numero medio di volte che uno stesso fenomeno torna a verificarsi in una data unità di tempo.

La costruzione dei rapporti di rotazione utilizza pure rinnovo e consistenza media, ma in ruoli opposti a quelli dei rapporti di durata.

Rapporto di rotazione $$R = \frac{Nu}{Co} = \frac{\frac{E+U}{2}}{\frac{C_i + C_f}{2}} = \frac{E+U}{C_i + C_f}$$

Per ogni rapporto di durata si può pensare ad un corrispondente rapporto di rotazione e viceversa.

Tuttavia, i due rapporti hanno significato autonomo e possono essere usati indipendentemente l’uno dall’altro.

I rapporti di rotazione/2

ESEMPI

$$\text{Efficienza bancaria} = \frac{\text{(Depositi + Impieghi)}}{\text{Consistenza media dei depositi}}$$

$$\text{Quoziente generico di mortalità} = \frac{\text{Morti}}{\text{Popolazione Residente}}$$

Prende molto sul serio il suo lavoro di analista di computer!

$$\text{Disponibilità di posti letto: } \frac{1}{\text{Degenza media}}$$

I rapporti di rotazione servono a colmare lacune nei dati oppure a dare delle prime impressioni a costi di elaborazioni molto bassi.

ESEMPIO

Un indice molto importante per misurare l'efficienza di un'azienda è l'indice di rotazione del magazzino.

E' determinata rapportando il costo del venduto alla consistenza media del magazzino costituita dalla semisomma delle esistenze iniziali e delle rimanenze finali

$$\text{Rot. Mag.} = \frac{\text{Costo del venduto}}{\frac{\text{Giacenze } 1/1 + \text{Rimananenze } 31/12}{2}}$$

$$\text{Rot. Mag.} = \frac{190}{125} = 1.52$$

Giacenze 1/1	120 milioni (a)
Acquisti '90	200 milioni (b)
Totale carico	320 milioni (c)
Rimanenze 31/12	130 milioni (d)
Costo del venduto	190 milioni (e)

$\boxed{\text{E= C - D}}$

Vendite=Riacquisti per l'ipotesi di fenomeno stazionario

Rapporti causa-effetto (o derivazione)

Mettono in relazione il valore di una variabile con quello di un'altra che è una premessa della prima.

$$\frac{Valore \;\; produzione}{Ricavi \;\; netti}$$

è adoperato per valutare la capacità di un'azienda di mantenere un rapporto equilibrato e profittevole tra costi e ricavi.

Di norma, il valore dell'indice è superiore all'unità dato che non tutta la produzione viene venduta (una parte finisce nelle scorte) ed una parte della produzione non è destinata alla vendita.

Tuttavia, un valore costantemente sopra l'unità è un segnale di inefficienza.

ALTRI ESEMPI

$$\text{Turn over: } \frac{\text{Ricavi netti di esercizio}}{\text{Attivo netto}};$$

$$\text{Sofferenza: } \frac{\text{Fidi non rientrati}}{\text{Fidi concessi}};$$

Quozienti generici e specifici

Uno stesso carattere può fare da premessa a più fenomeni.

Se ciò che è posto al numeratore è solo genericamente riferibile al denominatore si parla di quozienti GENERICI, se invece c'è un legame esplicito si hanno i quozienti SPECIFICI.

Esempio:

$$\text{Produttività ateneo: } \frac{\text{Laureati al tempo "t"}}{\text{Immatricolati al tempo "t - 5"}} \qquad \text{specifico}$$

SPECIFICO

$$\text{Produttività ateneo: } \frac{\text{Laureati al tempo "t"}}{\text{Iscritti totali al tempo "t"}} \qquad \text{generico}$$

GENERICO

Il primo indice è SPECIFICO in quanto il vero presupposto dei laureati non è la iscrizione (quoziente GENERICO o GREZZO) che include anche coloro che alla laurea non arrivano.

Il confronto corretto si realizza con gli immatricolati nell'anno di inizio dei corsi di laurea (quadrienali + 1 anno di F.C.)

Esempio

Numero di interrogazioni e di risposte presentate complessivamente nella decima legislatura

Sede	Interrogazioni	Risposte
Camera-Risposta scritta-Aula	31750	14710
Camera-Risposta scritta-Comm.	3517	1203
Senato-Risposta scritta-Aula	7806	3816
Senato-Risposta scritta-Comm.	1275	182
Camera-Risposta orale-Aula	3547	1194
Senato-Risposta orale-Aula	511	383
TOTALE	48406	21488

a) Calcolare il rapporto di Causa/Effetto Risposte/Interrogazioni;
b) Individuare la situazione di maggiore sensibilità del governo.

Sede	Interrog.	Risposte	Risposte/interr.
Camera-Risposta scritta-Aula	31750	14710	46.33%
Camera-Risposta scritta-Comm.	3517	1203	34.21%
Senato-Risposta scritta-Aula	7806	3816	48.89%
Senato-Risposta scritta-Comm.	1275	182	14.27%
Camera-Risposta orale-Aula	3547	1194	33.66%
Senato-Risposta orale-Aula	511	383	74.95%
	48406	21488	44.39%

Maggiore disponibilità

Minore disponibilità

Le risposte scritte sono più richieste di quelle orali. Perché?

Variazioni relative

Una popolazione è stata scrutinata rispetto ad una variabile in una data occasione. La stessa operazione viene ripetuta in un'altra e ci si chiede quale sia la variabile che possa esprimere le variazioni.

ESEMPIO:
Avvisi di gare pubblicati sulla G.U.

			1^a	2^a	3^a	4^a	5^a
Regione	1991	1992	{2}-{1}	({2}/{1})*100	({1}/{2})*100
Piemonte	481.6	1856.0	1374.4	385.38	25.95
Lombardia	782.6	818.1	35.5	104.54	95.66
Veneto	539.2	466.4	-72.8	86.50	115.61
Emilia Romagna	341.2	765.8	424.6	224.44	44.55
Lazio	1024.0	498.9	-525.1	48.72	205.25
Campania	860.7	804.3	-56.4	93.45	107.01
Calabria	261.5	567.4	305.9	216.98	46.09

La differenza assoluta (3^colonna) non è indicativa: può essere poco o molto in relazione al valore iniziale.

Se da 100 si passa a 200 c'è una variazione del 100%; se da 1000 si passa a 1100 la variazione è solo del 10%.

I rapporti di coesistenza della 4^ e 5^ colonna danno indicazioni indirette: nel '92 il Piemonte ha appaltato il 385% del '91 ovvero nel '91 si è appaltato per un importo pari al 26% rispetto al '92.

Variazioni relative/2

Occorre abbinare le informazioni dei rapporti di coesistenza e delle differenze in nuove variabili dette VARIAZIONI RELATIVE

La variabile $H(Y_i, X_i)$ **misura la variazione relativa (espressa in %) se**

$$\begin{cases} H(Y_i, X_i) = 0 \quad \text{se e solo se} \quad Y_i = X_i \\ H(Y_i, X_i) < 0 \quad \text{se} \quad Y_i < X_i \quad \text{e} \quad H(Y_i, X_i) > 0 \quad \text{se} \quad Y_i > X_i \\ H(.) \quad \text{è una funzione crescente del rapporto} \ \dfrac{Y_i}{X_i} \\ H(aY_i, aX_i) = H(Y_i, X_i) \ \text{per} \quad a \neq 0 \end{cases}$$

La funzione "H" è detta EMISIMMETRICA se $H(Y_i, X_i) = -H(X_i, Y_i)$ **cioè se si scambiano di ruolo le variabili cambierà il segno, non il valore della funzione.**

Variazioni relative/3

$$H_1 = \left(\frac{Y_i}{X_i}\right)^a - 1; \quad H_2 = \left(\frac{X_i}{Y_i}\right)^a - 1; \quad H_3 = \frac{Y_i - X_i}{\left[\dfrac{(Y_i^a + X_i^a)}{2}\right]^{\frac{1}{a}}}; \quad H_4 = a\mathrm{Ln}\left(\frac{Y_i}{X_i}\right)$$

La "3" e la "4" sono emisimmetriche; non lo sono la "1" e la "2". Questo provoca incongruenze.

ESEMPIO

Prima di una svalutazione, il cambio Euro/Dollaro era 900:1000 cioè erano necessarie 900 euri per acquistare 1000 dollari. Dopo la svalutazione il cambio è 1125:1000. L'euro si è svalutato del 20%, ma il dollaro si è rivalutato del 25%. Come è possibile?

$$H_1 = \left[\left(\frac{1125}{900}\right) - 1\right] * 100 = 25\%; \qquad H_2 = \left[\left(\frac{900}{1125}\right) - 1\right] * 100 = -20\%$$

$$H_3 = \left[\left(\frac{\frac{1125-900}{1125+900}}{2}\right) - 1\right] * 100 = +22.22\%; \qquad H_3 = \left[\left(\frac{\frac{900-1125}{1125+900}}{2}\right) - 1\right] * 100 = -22.22\%;$$

Tassi di variazione

Se tra le due variabili vige un legame antecedente/conseguente le variazioni relative sono casi speciali dei rapporti causa-effetto

Esse danno l'idea del trend di crescita o di diminuzione secondo varie ipotesi, come si vedrà, circa l'evoluzione della variabile nell'unità di tempo considerata.

- Capitalizzazione semplice
- Capitalizzazione composta
- Capitalizzazione continua

Tassi di variazione: cap. semplice/1

La differenza relativa tra due variabili si può misurare rapportando la loro differenza assoluta ad un indicatore dell'ordine di grandezza del confronto.

Ciascuna delle seguenti tre formule potrebbe essere utilizzata

$$R_i^1 = \frac{Y_i - X_i}{X_i}; \quad R_i^2 = \frac{X_i - Y_i}{Y_i}; \quad R_i^3 = \frac{2(Y_i - X_i)}{(Y_i + X_i)};$$

Tutti i rapporti possono essere moltiplicati per 100.

Di solito si utilizza la prima

Tasso di variazione nelle sue occasioni nell'ipotesi che il cambiamento sia stato uniforme e non cumulativo nel periodo intermedio

Tassi di variazione: cap. semplice/2

Nella formula "1" si ipotizza che incrementi o decrementi non concorrano alla determinazione dell'ammontare del fenomeno nel periodo successivo

Così accade ad un capitale impiegato al tasso di interesse semplice.

$$\frac{Y_i - Y_{i-1}}{Y_{i-1}} * 100$$

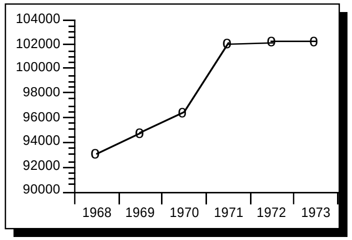
ESEMPIO

A partire dai dati sulla popolazione residente nella città di Cosenza al 31/12 si formi una nuova variabile che misuri le variazioni percentuali tra anni successivi

Anni	Pop.Res.	Var.Perc.
1968	93077	
1969	94800	1.85
1970	96515	1.81
1971	102086	5.77
1972	102287	0.20
1973	102153	-0.13

$$1.85 = \frac{94800 - 93077}{93077} * 100$$

$$1.81 = \frac{96515 - 94800}{94800} * 100$$



Variazione relativa media

Se l'arco di tempo che intercorre tra le due occasioni "i" e "k" è frazionabile in sottoperiodi si può calcolare la variazione media per sottoperiodo.

Basta dividere la variazione relativa e per il numero dei sottoperiodi

$$V_{i,k} = \left(\frac{1}{i-k}\right) * \left(\frac{Y_i - Y_k}{Y_k}\right)$$

Quanta parte della variazione compete al singolo sottoperiodo se a tutti spettasse lo stesso ammontare

ESEMPIO:

Occorre stabilire se in effetti i contratti per la compravendita di immobili in Italia sono in crescita oppure no rispetto al periodo iniziale.

Anno	Contratti	Var.Perc.Media
1985	428864	0.00%
1986	462656	7.88%
1987	462648	3.94%
1988	492816	4.97%
1989	474570	2.66%
1990	517025	4.11%
1991	540383	4.33%

$$7.88 = \left(\frac{465656 - 428864}{428864}\right) * 100; \quad 3.94 = \left(\frac{462648 - 428864}{2 * 428864}\right) * 100;$$

$$4.97 = \left(\frac{492816 - 428864}{3 * 428864}\right) * 100;$$

Variazione relativa media/2

Se si dispone dei dati relativi ai sottoperiodi è opportuno coinvolgerli nel calcolo.

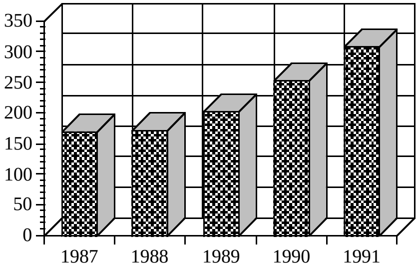
Una misura di variazione media più accurata è

$$V_{i,k}=\left(\frac{1}{i-k}\right)*\sum_{j=k+1}^{i}\left(\frac{Y_j-Y_{j-1}}{Y_{j-1}}\right)$$

Media delle variazioni relative tra due sottoperiodi inclusi nella serie che parte dal periodo "k" e termina al periodo "i"

Esempio:

Export di lampade Italia-germania



Anno	Miliardi	Variazione
1987	168.0	
1988	171.0	1.79%
1989	201.4	17.78%
1990	251.6	24.93%
1991	308.5	22.62%
	V.R.M.	16.78%

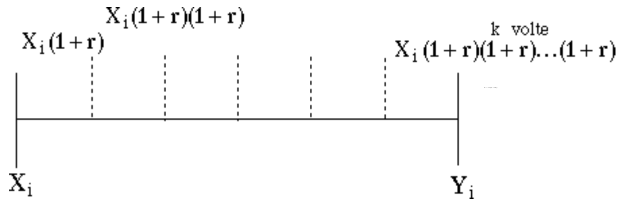
Altro metodo: 20.91%

Tassi di variazione: cap. composta

Nelle serie storiche c'è quasi sempre un effetto di accumulazione, una memoria nel valore attuale, dei valori passati.

Per misurare la variazione percentuale occorre tener conto di quanto succede nei sottoperiodi intermedi.

IPOTESI: ritmo di crescita costante cioè in ogni sottoperiodo il fenomeno cresce della stessa percentuale "r" del livello che ha raggiunto nel sottoperiodo precedente (capitalizzazione composta)



La formula, estesa a "k" sottoperiodi, è

$$R_i=\left[\left(\frac{Y_i}{X_i}\right)^{\frac{1}{k}}-1\right]*100 \quad \text{ovvero} \quad R_i=\left\{e^{\left[\frac{1}{k}\right]*\mathrm{Ln}\left(\frac{Y_i}{X_i}\right)}-1\right\}*100$$

Esempio

SUPERFICI FORESTATE DISTRUTTE DA INCENDI

Anno	Incendi (ha)	Var.Perc./CC
1980	46221	
1981	86655	87.48
1982	48615	2.56
1983	89988	24.87
1984	34131	-7.30
1985	75806	10.40
1986	26694	-8.74
1987	48484	0.69

La serie storica ha tendenze abbastanza nette. E' subito evidente l'andamento oscillatorio: negli anni dispari cresce e decresce negli anni pari

Le oscillazioni si smorzano con il passare degli anni. Questo è evidente nel grafico con i tassi di variazione: e onde hanno bande sempre più strette.

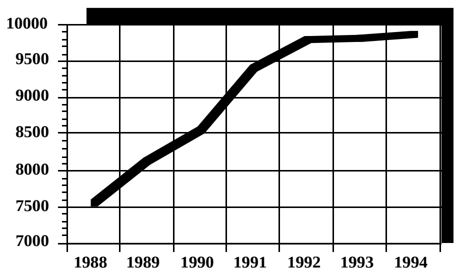
Applicazione: proiezione di serie storica

Si ipotizza -in modo spiccio e destrutturato- che ci sia un ritmo di variazione costante "r", per cui il valore tra "i" periodi dopo l'n-esimo è

Anno	Miliardi
1989	8132
1990	8572
1991	9402
1992	9797
1993	9816
1994	9879

$$Y_{n+i}=Y_0(1+r)^{n+i} \qquad dove \;\; r=\left[\left(\frac{Y_n}{Y_0}\right)^{\frac{1}{n}}-1\right]$$

$$r=\left[\left(\frac{9879}{8132}\right)^{\frac{1}{5}}-1\right]=0.0397=3.97\%$$



$$Y_{1998}=8132*(1+0.0397)^{5+4}=11544.36$$

Tassi di variazione: cap. continua

In alcune occasioni ha senso presupporre che l'accumulo avvenga molto frequentemente ovvero che il periodo intercorrente tra una capitalizzazione e l'altra sia molto breve.

Se l'accumulo avviene "h" volte in una fissata unità di tempo, dopo "k" periodi si ha

$$Y_i = X_i * \left(1+\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{h}}\right)^{h*k} \quad \text{dove "r" è il tasso di accumulazione}$$

Che succede se "h" aumenta senza limite?

$$Y_i = \lim_{h\to\infty}\left\{X_i * \left(1+\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{h}}\right)^{h*k}\right\} = X_i \lim_{h\to\infty}\left\{\left(1+\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{h}}\right)^{\frac{h}{r}}\right\}^{r*k} = X_i e^{r*k}$$

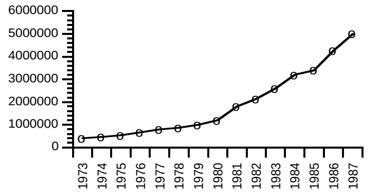
Il tasso di varazione si ottiene infine dalla relazione inversa

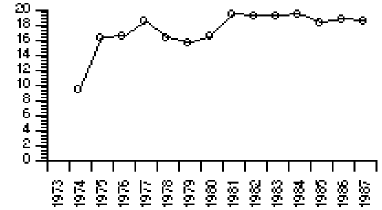
$$R_i = \frac{100}{k} * \mathrm{Ln}\left(\frac{Y_i}{X_i}\right)$$

Esempio

SPESA PER LA RICERCA NELLE AMMINISTRAZIONI PUBBLICHE

Anno	Spese	Tassi (C.ICon.)
1973	373013	
1974	409685	9.38
1975	517395	16.36
1976	612267	16.52
1977	781809	18.50
1978	843834	16.33
1979	952898	15.63
1980	1186777	16.53
1981	1769214	19.46
1982	2125382	19.33
1983	2586011	19.36
1984	3194698	19.52
1985	3392014	18.40
1986	4243482	18.70
1987	5006146	18.55





$$9.38 = \frac{100}{1} * \mathrm{Ln}\left(\frac{409685}{373013}\right); \quad 16.36 = \frac{100}{2} * \mathrm{Ln}\left(\frac{517395}{373013}\right);$$

La serie mostra una chiara evoluzione esponenziale e ciò è confermato dai tassi di variazione a capitalizzazione continua che, dopo il salto iniziale, si stabilizzano per indicare una crescita regolare.

I numeri indici

E' una categoria di rapporti statistici molto diffusa perché agevola il confronto di valori in occasioni diverse

L'integrazione planetaria delle relazioni economiche rende necessaria la corretta comparazione del PIL, del livello dei prezzi, della qualità della vita

Fin dalla sua origine la Statistica (allora Aritmetica Politica) è stata usata per valutare le risorse di uno Stato, la sua capacità di produzione, la leva militare.

Ancora oggi uno dei compiti fondamentali dell'ISTAT ha al centro la definizione del livello generale dei prezzi

Classificazione dei numeri indice

BASE FISSA: Il riferimento è costante per tutti i termini della serie

BASE MOBILE: Il riferimento cambia ad ogni termine

(concatenamento)

ELEMENTARI: riguardano un solo fenomeno

SINTETICI: riguardano un insieme di fenomeni che ci interessa trattare in modo aggregato

Numeri indice elementari

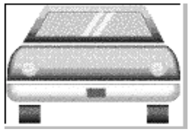
I numeri indice elementari sono il rapporto percentuale tra i dati osservati in una serie di occasioni, con il dato già osservato in una occasione di riferimento

$$Numero\ \ indice = \frac{Intensità\ \ o\ \ numerosità\ \ osservata}{Intensità\ \ o\ \ numerosità\ \ di\ \ riferimento} * 100$$

"Occasione" significa che la rilevazione è stata effettuata secondo un preciso ordinamento: spaziale, temporale o altro

Esempio: confronto del prezzo di listino per la Audi 80 1.8 E

Paese	Prezzo	Numeri indici Italia=100
Italia	24 531 850	100.00
Germania	21 837 400	89.02
Belgio	21 280 000	86.74
Francia	19 734 000	80.44
Spagna	32 388 000	132.02



Simbologia per gli indici elementari

Indicheremo i numeri indce elementari con la seguente notazione:

$$_xI_t = \frac{Y_t}{Y_x} * 100 \qquad \text{per } t=0,1,2, \ldots,$$

che si legge: numero indice base x per l'occasione "t".

Il numero indice a base fissa esprime la variazione percentuale tra il dato corrente ("t") ed il dato di riferimento ("x")

I numeri indice a base mobile (o concatenati) a partire dalla intensità "t" saranno indicati con i simboli:

$$_{t-1}I_t = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} * 100 \qquad \text{per } t= 1,2, \ldots,$$

Il numero indice a base mobile esprime la variazione percentuale tra il dato corrente ("t") ed il dato dell'occasione precedente ("t-1")

Esempio per gli indici elementari

Si abbia la serie (Y1=7, Y2=9, Y3=11, Y4=15, Y5=8) e si voglia calcolare la serie dei numeri indice base fissa "3" e a base mobile.

Serie di indici a base fissa				Serie di indici a base mobile			
Num. Ind	Formula	Calcolo	Valori	Num. Ind	Formula	Calcolo	Valori
$_3I_1$	$\frac{Y1}{Y3}*100$	$\frac{7}{11}*100$	63.64	–	–	--	-
$_3I_2$	$\frac{Y2}{Y3}*100$	$\frac{9}{11}*100$	81.82	$_1I_2$	$\frac{Y2}{Y1}*100$	$\frac{9}{7}*100$	128.5
$_3I_3$	$\frac{Y3}{Y3}*100$	$\frac{11}{11}*100$	100.00	$_2I_3$	$\frac{Y3}{Y2}*100$	$\frac{11}{9}*100$	122.2
$_3I_4$	$\frac{Y4}{Y3}*100$	$\frac{15}{11}*100$	136.36	$_3I_4$	$\frac{Y4}{Y3}*100$	$\frac{15}{11}*100$	136.3
$_3I_5$	$\frac{Y5}{Y3}*100$	$\frac{8}{11}*100$	72.72	$_4I_5$	$\frac{Y5}{Y4}*100$	$\frac{8}{15}*100$	53.2

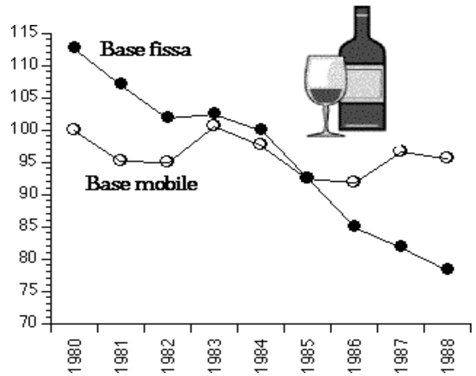
Da notare che i numeri indice a base mobile possono iniziare solo un periodo dopo l'avvio della serie

Talvolta il primo dato della base mobile si pone uguale a 100

ESEMPIO

I dati in tabella riguardano il consumo medio annuo di vino in Italia. Calcolare gli indici elementari a base fissa '84 e gli indici a base mobile a partire dal 1980.

Anni	Vino (litri)	Base fissa '84	Base mobile
1980	90.6	112.55	100.00
1981	86.2	107.08	95.14
1982	81.9	101.74	95.01
1983	82.4	102.36	100.61
1984	80.5	100.00	97.69
1985	74.4	92.42	92.42
1986	68.3	84.84	91.80
1987	65.9	81.86	96.49
1988	63.0	78.26	95.60



L'indice a base fissa ha natura di statica comparata ed evidenzia un netto declino che non è invece apparente nell' indice a base mobile che ha natura dinamica

I fenomeni a decadenza lenta (esponenziale) si ritrovano spesso in questo tipo di grafico

Numeri indici e variazioni relative

Non esiste differenza logica tra numeri indice e variazioni relative

$$ {}_{x}I_t - 100 = {}_{x}I_t - {}_{x}I_x = \left(\frac{Y_t}{Y_x}\right)*100 - \left(\frac{Y_x}{Y_x}\right)*100 = $$

$$ = \left[\frac{Y_t - Y_x}{Y_x}\right]*100 $$

Il primo è un calcolo più rapido perché evita la sottrazione, ma la seconda dà una informazione più diretta

Se il numero indice è 226.3 in un'occasione "t" ed è 235.2 in un'altra "s" lo scarto assoluto sarà 235.2-226.3=8.9

vuol dire che l'incremento <u>subito dalla variabile</u> è pari all'8.9% del valore che aveva nell'occasione base "x"

$$ {}_{x}I_t - {}_{x}I_s = \left(\frac{Y_t}{Y_x} - \frac{Y_s}{Y_x}\right)*100 = \left(\frac{Y_t - Y_s}{Y_x}\right)*100 $$

Numeri indici e variazioni relative/2

Che cosa misura la variazione percentuale (o relativa) dell'indice?

$$ \left(\frac{{}_{x}I_t - {}_{x}I_s}{{}_{x}I_t}\right)*100 = \left(\frac{\frac{Y_t}{Y_x} - \frac{Y_s}{Y_x}}{\frac{Y_t}{Y_x}}\right)*100 = \left(\frac{\frac{Y_t - Y_s}{Y_x}}{\frac{Y_t}{Y_x}}\right)*100 = \left(\frac{Y_t - Y_s}{Y_t}\right)*100 $$

Misura la variazione relativa nei <u>valori originali</u> (3.93%).

La variazione relativa del numero indice a base fissa coincide con la variazione relativa della variabile originaria.

Invarianza per le modifiche di scala

Scaturisce dalla natura di rapporti dei numeri indice: se si moltiplica ogni intensità per la medesima costante, la serie dei numeri indice rimane invariata.

Consideriamo due serie in rapporto di proporzionalità

$$ Y_t \quad t = 1,2,\ldots, \qquad\qquad W_t = aY_t \quad t = 1,2,\ldots, $$

La serie degli indici calcolata sulle "Y" e la stessa di quella calcolata sulle "X"

$$ {}_{x}I_t = \frac{W_t}{W_x}*100 = \frac{aY_t}{aY_x}*100 = \frac{Y_t}{Y_x}*100 $$

ESEMPIO: andamento della spesa sanitaria

Anni	Spesa In miliardi	N.I 1984=100	Spesa In milioni	N.I 1984=100
1980	18034.14	53.04	1803414	53.04
1981	21869.21	64.32	2186921	64.32
1982	25710.36	75.62	2571036	75.62
1983	28500.87	83.83	2850087	83.82
1984	34000.47	100.00	3400047	100.00
1985	42969.59	126.38	4296959	126.38
1986	43974.25	129.34	4397425	129.33
1987	46585.38	137.02	4658538	137.01
1988	47983.64	141.13	4798364	141.13
1989	55870.05	164.32	5587005	164.32
1990	61233.52	180.10	6123352	180.10

La serie dei numeri indice è identica sia che la spesa sia in miliardi che in milioni.

L'invarianza si applica sia a quelli a base fissa che a base mobile

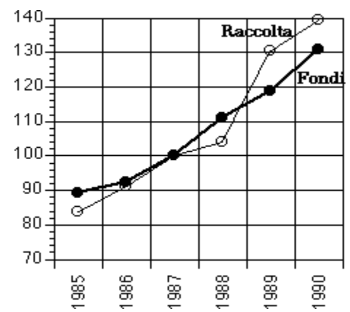
Utilità grafica

Trattandosi di numeri puri (rispetto a trasformazioni moltiplicative), i numeri indice permettono di rappresentare insieme valori espressi in unità molto eterogenee

ESEMPIO

In tabella si riportano le serie storiche riguardanti la raccolta lorda (in miliardi di dollari) ed il numero di fondi monetari negli USA

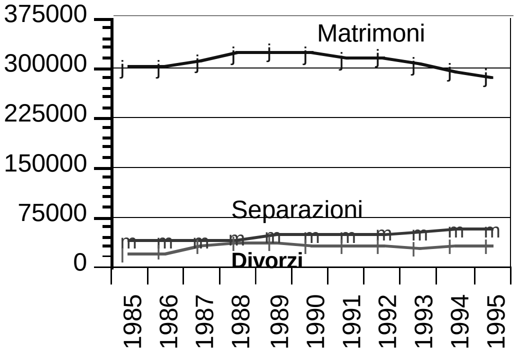
Anno	Raccolta	Fondi
1985	730.1	348
1986	792.3	360
1987	869.1	389
1988	903.4	432
1989	1134.6	463
1990	1211.8	509

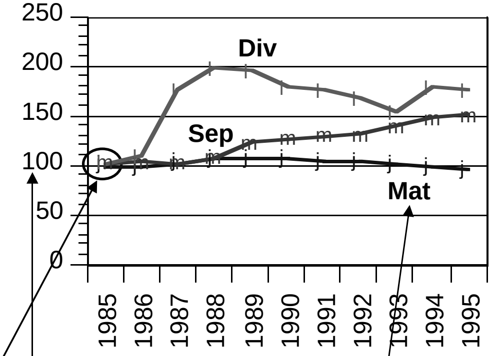


Le due serie, numericamente diverse, coesistono in uno stesso grafico basato sui numeri indice

Trasformazione in numero indice

Serie storiche molto diverse possono condividere lo stesso grafico se trasformate in numero indice





Questo punto si perde

Le etichette (o label) sono state abbreviate

Le scale perdono i valori naturali

Cambiamento di base

Il cambiamento della base per gli indici elementari è molto semplice

Partiamo dalla serie in base fissa nell'occasione "x"

$$ {}_{x}I_t = \frac{Y_t}{Y_x} * 100 \quad \text{per } t = 0,1,2,\ldots $$

e cerchiamo di passare alla serie con base fissa nell'occasione "w"

$$ {}_{w}I_t = \frac{Y_t}{Y_w} * 100 \quad \text{per } t = 0,1,2,\ldots $$

il problema si risolve facilmente se si moltiplicano i termini della serie in vecchia base per la quantità

$$ C(x,w) = \frac{Y_x}{Y_w} $$

detta coefficiente di raccordo

Cambiamento di base/2

Lo schema è perciò

$$ (\text{Serie nuova base}) = \text{Coefficiente di raccordo} * (\text{Serie in vecchia base}) $$

Infatti

$$ {}_{w}I_t = \frac{Y_x}{Y_w} * {}_{x}I_t = \frac{Y_x}{Y_w} * \frac{Y_t}{Y_x} * 100 = \frac{Y_t}{Y_w} * 100 $$

Se non si conoscono i valori originali, ma solo i numeri indice, il coefficiente di raccordo si ricava dall'identità

$$ C(x,w) = \frac{Y_x}{Y_w} = \frac{100}{\frac{Y_w}{Y_x} * 100} = \frac{100}{{}_{x}I_w} $$

il coefficiente di raccordo si ottiene moltiplicando per 100 il reciproco dell'indice in vecchia base della nuova

Esempio

Da base ‘82 a base ‘85

Nuova serie= Raccordo X Vecchia serie

VOCI	1981	1982	1983	1984	1985
Valori	7	21	28	35	14
Indici 1982=100	33.33	100.0	133.33	166.67	66.67
Raccordo	1.5* 33.33	1.5*100.0	1.5*133.33	1.5*166.67	1.5*66.67
Indici 1985=100	50.00	150.00	200.00	250.00	100.0

il coefficiente di raccordo, noti i valori originari si ricava subito:

$$ C(82,85) = \frac{Y_{82}}{Y_{85}} = \frac{21}{14} = 1.5 $$

lo stesso risultato si poteva ottenere utilizzando l'indice base '82 dell'85

$$ C(82,85) = \frac{100}{{}_{82}I_{85}} = \frac{100}{66.67} = 1.4999 $$

non sempre sono noti i valori originali e bisogna arrangiarsi con i numeri indice

Numeri Indici Sintetici

I fenomeni che si presentano in pratica sono in genere troppo complessi perchè basti l'analisi di una solo variabile.

Perchè la loro natura è intrinsecamente multivariata

- Il livello dei prezzi
- La produzione industriale
- La criminalità
- L'andamento della borsa

Perchè si possono osservare solo indirettamente o solo a mezzo dell'accostamento di indicatori eterogenei

- Capacità imprenditoriale
- Disponibilità all'automazione

In tali occasioni è possibile studiare il fenomeno attraverso un indice sintetico

Esempio sui titoli di borsa

Giorno	Titolo	Quotaz.	Azioni
15/4/85	SELM	3,400	93,500
	SELM Risp.	3,740	1,000
	Tecnomasio	800	50,000
16/4/85	SELM	3,280	98,400
	SELM Risp.	3,970	758
	Tecnomasio	810	55,400
17/4/85	SELM	3,120	99,200
	SELM Risp.	4,000	793
	Tecnomasio	820	54,600
18/4/85	SELM	3,150	96,700
	SELM Risp.	3,928	850
	Tecnomasio	805	53,000
19/4/85	SELM	3,170	95,000
	SELM Risp.	3,804	890
	Tecnomasio	790	60,900

A questi indici è dedicato poi uno studio separato

Per avere una idea del trend di questo gruppo di titoli si potrebbe calcolare una media per ogni chiusura e su queste costruire un numero indice

Giorni	15/4	16/4	17/4	18/4
Media Aritmetica	2,647	6,687	2,647	2,628
Num.ind. BF 15/4	100.00	101.51	100.00	99.28

Questa scelta ha però lo svantaggio di assegnare ad ogni azione lo stesso peso (1/n) e non sempre questo è realistico

Impraticabilità della media semplice (quantità)

I pesi uguali non possono essere applicati se i prodotti sono eterogenei in quanto sarebbero le varie unità di misura a stabilire l'importanza dei prodotti

Basterebbe alterare le scale di misurazione per ottenere risultati diversi.

ESEMPIO **Con i dati della tabella seguente calcolare il numero indice, 1979=100, delle quantità trattate di anno in anno**

$$ {}_xI_t = \frac{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} Q_{it}}{n}}{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} Q_{ix}}{n}} * 100 = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} Q_{ix}} * 100 $$

L'indice è dominato dalle misure numericamente più grandi

Anno	Carne Kg	Uova Dozzine	Acqua Bottiglie	Vino Litri	Stoffe Mtq	Totale Quantità	Num. Indice
1978	50	14	230	28	210	512	100.00
1979	60	18	290	32	270	670	130.86
1980	75	20	320	34	310	759	148.24
1981	78	22	313	37	290	740	144.53

Numeri indici della media

Supponiamo di aver rilevato, in ogni anno il prezzo unitario di alcune merci (espresso in euro) di una quantità fissa e di una tipologia comparabile:

Anno	Merce Misura	Carne Kg	Uova Dozzine	Acqua Miner. Bottiglie	Vino Litri	Stoffe m^2	Totale Prezzi	Prezzo Medio	Numero indice
1978		11.5	4.9	0.8	3.1	31.2	51.5	10.30	100.00
1979		12.4	5.1	0.7	3.2	32.7	54.1	10.82	105.05
1980		12.5	5.1	0.7	3.4	33.4	55.1	11.02	101.85
1981		12.3	5.2	0.6	3.6	34.5	56.2	11.24	102.00

$$ {}_xI_t = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_{it}}{\sum_{i=1}^{n} P_{ix}} * 100 = \frac{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} P_{it}}{n}}{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} P_{ix}}{n}} * 100 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{n}\right) P_{it}}{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{n}\right) P_{ix}} * 100 $$

L'indice basato sulla media aritmetica semplice dei prezzi è dominato dai cambia- menti nei prodotti numericamente (in prezzo) più importanti: le stoffe e la carne e questo è illogico perché ignora l'importanza relativa nell'ambito del mercato.

Media non ponderata degli indici

In alternativa si potrebbero calcolare i numeri indici per ciascun prodotto e solo successivamene calcolarne una media, ovvero costruire un INDICE SINTETICO NON PONDERATO

$$ {}_xI_t^U = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{n}\right) {}_xI_t^i $$

Anno	Carne	Uova	Acqua Miner.	Vino	Stoffe	N.I.
1978	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
1979	107.83	104.08	87.50	103.23	104.81	101.49
1980	108.70	104.08	87.50	109.68	107.05	103.40
1981	106.96	106.12	75.00	116.13	110.58	102.96

I due procedimenti hanno portato a risultati simili, ma tra loro c'è una grande differenza: il primo è un rapporto di medie l'altro è una media di rapporti

Problemi con l'indice non ponderato

Il numero indice sintetico con pesi uguali risolve il problema della comparabilità. Ha però ha il difetto di dare la stessa importanza alle variazioni di tutti i soggetti dell'indice.

$$ {}_xI_t^U = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{n}\right) {}_xI_t^i $$

Giorno	SELM	SELM Risp.	Tecnomasio	Media Ar.
15/4	100.00	100.00	100.00	100.00
16/4	96.47	106.15	101.25	101.29
17/4	91.76	106.95	102.50	100.40
18/4	92.65	105.03	100.63	99.44
19/4	93.24	101.71	98.75	97.90

non fa distinzione tra le Selm ordinarie e le Selm a risparmio nonostante l'enorme differenza di importanza nel volume degli scambi;

L' andamento dell'indice sintetico è determinato dalle Selm a risparmio le cui maggiori oscillazioni più si riflettono nella media aritmetica.

Livello generale delle valutazioni

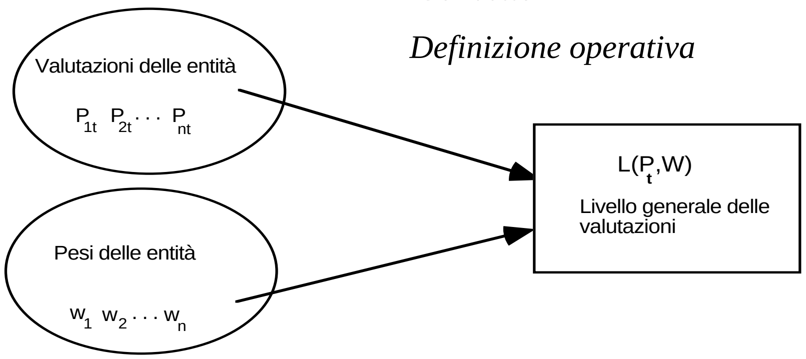
E' una variabile multidimensionale non osservabile e non misurabile direttamente.

Occorre darne una definizione perché si possa proporne poi la misura in modo indiretto.

Concetto

Definizione operativa

$$ w_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 $$



$$ L(p_1, p_2, \ldots, p_n; w_1, w_2, \ldots, w_n) : \left(R^+\right)^n \otimes [0,1]^n \to R^+ $$

Formule per gli indici sintetici

Gli INDICI SINTETICI si costruiscono come media ponderata di indici elementari

$$ {}_xI_t^{(S)} = \sum_{i=1}^{n} W_i * {}_xI_t^{(i)} \qquad \text{con i pesi tali che} \qquad W_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \ldots, n; \qquad \sum_{i=1}^{n} W_i = 1 $$

Il sistema dei pesi riporta proporzionatamente le variazioni intervenute in tutti i prodotti considerati

Poichè l'indice sintetico è espresso come una cominazione lineare di vari indici elementari, il peso Wi indicherà anche di quanto varierà l'indice sintetico se l'indice elementare aumenta di una unità fermi restando gli altri indici elementari

Il caso della media semplice degli indici elementari ricade comunque nella formula generale con pesi Wi=1/n per i=1,2,...,n

Esempio di costruzione

A partire dalle rilevazioni seguenti

	CITTA'				
Prodotti	**Como**	**Padova**	**Latina**	**Taranto**	**Palermo**
Te	800	900	850	950	900
Caffè	700	750	800	850	900

Calcolare un indice dei prezzi Latina=100 secondo i seguenti schemi:

a) Indice elementare basato sulla media aritmetica dei prezzi;

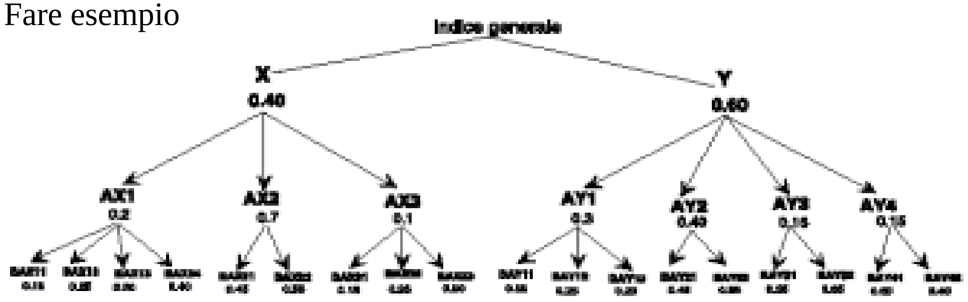
b) Indice sintetico costruito dando pesi uguali ai due prodotti;

c) Indice sintetico costruito dando peso 0.7 al caffè.

Città	T	C	M_a	I_{Ma}	I_T	I_C	$(I_T+I_C)/2$	$0.3I_T+0.7I_C$
Como	800	700	750	90.91	94.12	87.50	90.81	89.49
Padova	900	750	825	100.00	105.88	93.75	99.82	97.39
Latina	850	800	825	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Taranto	950	850	900	109.09	111.76	106.25	109.01	107.90
Palermo	900	900	900	109.09	105.88	112.50	109.19	110.51

Schema di aggregazione

Fare esempio



il sistema dei pesi può derivare da una sequenza gerarchica di sottosistemi di ponderazione legati alla composizione merceologica, dalla suddivisione territoriale, dalla tipologia del punto vendita, del tipo di acquirente etc.

Ogni sottosistema ha somma unitaria.

Il peso effettivo di ogni bene o servizio deriva dal prodotto dei pesi ai vari livelli gerachici che lo interessano

Considerazioni sugli indici di prezzo

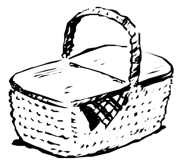
L 'approccio aggregato attenua diverse obiezioni e riserve sugli indici sintetici :

La tipologia di confezione
Luogo d 'acquisto
Metodo di pagamento
Prossimità alla scadenza della data di consumazione
Sconti e promozioni
Tipo di acquirente

I numeri indici dei prezzi non possono stabilire che i prezzi siano...

Più alti a Milano che a Cosenza,
Nei capoluoghi di provincia più che nei comuni montani
Per i ricchi meno che per i poveri
Per i lavoratori dipendenti più che per quelli autonomi
Per i disoccupati diversamente che per gli occupati,
Per gli anziani che non per i giovani

Quello che si può ragionevolmente chiedere è che dicano se il livello dei prezzi varia di più o di meno per qualcuna delle categorie indicat



Simbologia

P_{it}	Valutazioni numerarie del prodotto "i" appartenen ad un paniere di altri "n" prodotti, realizzates nell'occasione "t"
Q_{it}	Le quantità del prodotto "i" scambiate nel medesima occasione "t"
$V_t = \sum_{i=1}^{n} P_{it} * Q_{it}$	Valore complessivo dello scambio relativo agli "n" prodotti trattati nell'occasione "t"

L'uso dei "prezzi" rende comparabili quantità e prodotti che altrimenti non potrebbero essere coinvolti in uno stesso calcolo

Il numero indice sintetico potrebbe allora essere istituito tra i termini della serie dei valori poichè questa è relativa ad unico "prodotto"

Formula del valore

Il valore nell'occasione "x" è contrapposto ad valore di riferimento

$$Base\quad fissa:\quad {}_xI_t^V = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_{it}Q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} P_{ix}Q_{ix}}*100$$

Variazione relativa del valore di scambio tra due distinte occasioni

$$Base\quad mobile:\quad {}_{t-1}I_t^V = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_{it}Q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} P_{i,t-1}Q_{i,t-1}}*100$$

Risolve il problema della comparazione per le manifestazioni di un fenomeno complesso quale il livello generale delle valutazioni

Formula del valore/2

Il valore nell'occasione "x" è contrapposto ad valore di riferimento

$${}_xI_t^V = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_{it}Q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} P_{ix}Q_{ix}}*100 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{P_{ix}}{P_{ix}}\right)P_{it}Q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} P_{ix}Q_{ix}}*100 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{P_{ix}}{P_{ix}}\right)*100\right]P_{it}Q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} P_{ix}Q_{ix}}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{P_{it}}{P_{ix}}\right)100\frac{P_{it}Q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} P_{ix}Q_{ix}} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{P_{it}}{P_{ix}}\right)100\left[\frac{P_{it}Q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} P_{ix}Q_{ix}}\right] = \sum_{i=1}^{n} {}_xI_t^i w_i$$

E' una media ponderata, ma la somma dei pesi non è necessariamente uno

Il livello generale non sarà sempre compreso tra l'indice più piccolo e più grande

Le due circostanze hanno in comune solo il tipo ed il numero di prodotti

Il confronto è di scarso aiuto visto che le variazioni potrebbero essere dovute sia a cambiamenti nelle quantità che a cambiamenti nelle valutazioni

Esempio

Date le informazioni contenute nella tabella

	1980		1981		1982	
Beni	Qit	Pit	Qit	Pit	Qit	Pit
Zucchero	40	10	35	12	30	14
Farina	80	15	75	16	70	18
Latte	20	7	15	10	14	12
Uova	27	35	25	40	22	35

calcolare il numero indice sintetico con la formula del valore con base 1981

Anni	Calcolo	Valore	Indice
1980	40*10+80*15+20*7+27*35	2685	96.93
1981	35*12+75*16+15*10+25*40	2770	100.00
1982	30*14+70*18+14*12+22*35	2618	94.51

Il confronto diretto dei singoli beni non era informativo.

L'azione unificante dei prezzi permette di stabilire che il livello dei 4 beni è più alto nel 1981 rispetto al 1982.

Valori reali e virtuali

Oltre ai valori effettivi scambiati nelle occasioni a confronto, ci sono due valori figurativi che sono di estremo interesse

Reali

		Quantità "x"	*Quantità* "t"
Valutazioni	"x"	$P_{ix}Q_{ix}$	$P_{ix}Q_{it}$
	"t"	$P_{it}Q_{ix}$	$P_{it}Q_{it}$

Virtuali

$\sum_{i=1}^{n} P_{ix}Q_{it}$ **Valore complessivo delle entità all'occasione "t" se fossero in vigore le valutazioni dell'occasione "x"**

$\sum_{i=1}^{n} P_{it}Q_{ix}$ **Valore complessivo delle entità all'occasione "t" se con le valutazioni di questa si fossero trattate le qauntità della "x"**

Formula di Laspeyres

La formula di Laspeyres confronta il valore di un aggrefato di prodotti rilevato nell'occasione base con il valore che lo stesso aggregato avrebbe avuto se le quantità della "x" fossero state valutate con le quotazioni della "t"

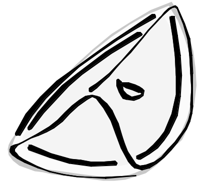
$$ {}_xI_t^{(L)} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} P_{it} * Q_{ix}}{\sum_{i=1}^{n} P_{ix} * Q_{ix}} \right) * 100 $$

La formula di Laspeyres ricade nella classe degli indici sintetici:

$$ {}_xI_t^{(L)} = \sum_{i=1}^{n} W_i * {}_xI_t^{(i)} ; \qquad W_i = \frac{P_{ix} * Q_{ix}}{\sum_{i=1}^{n} P_{ix} * Q_{ix}} $$

i pesi, determinati nell'occasione base, sono pari al rapporto tra la valutazione del prodotto i-esimo e la valutazione complessiva degli "n" prodotti coinvolti nell'indice.

Esempio

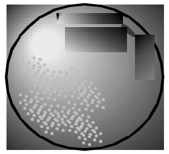


Date le informazioni contenute nella tabella

	1983		1984		1985	
Beni	Qit	Pit	Qit	Pit	Qit	Pit
Arance	20	100	15	110	23	102
Limoni	10	120	18	101	14	105
Mandarini	25	125	30	115	40	103

Calcolare il numero indice sintetico con la formula di Laspeyres con base 1985.

Anni	Calcolo	Serie	Indice
1983	23*100 + 14*120 + 40*125 =	34715000	135.99
1984	23*110 + 14*101 + 40*115 =	29553160	115.77
1985	23*102 + 14*105 + 40*103 =	25527520	100.00



Formula di Paasche

Confronta il valore di un aggregato di prodotti rilevato nell'occasione "t" con il valore che lo stesso aggregato avrebbe avuto se le quantità della "t" fossero state valutate con le quotazioni della "x"

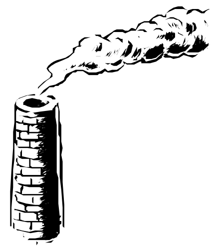
$$ {}_xI_t^{(P)} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} P_{it} * Q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} P_{ix} * Q_{it}} \right) * 100 $$

Anche la formula di Paasche è riconducibile alla espressione degli indici sintetici:

$$ {}_xI_t^{P} = \sum_{i=1}^{n} w_{ix} \left({}_xI_t^{i} \right), \qquad w_{ix} = \frac{p_{ix} q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{ix} q_{it}} $$

N.B. I pesi nella Laspeyres sono fissi. Nella Paasche variano di occasione in occasione

Esempio



Date le informazioni contenute nella tabella

	1978		1979		1980	
Beni	Qit	Pit	Qit	Pit	Qit	Pit
Zinco	152	28	161	26	168	21
Rame	124	43	132	40	127	46
Piombo	187	61	175	68	172	70

calcolare il numero indice sintetico con la formula di Paasche con base 1978

Anni	Calcolo	Serie	Indice
1978	152*28 + 124*43 + 187*61	= 9517159	100.00
	152*28 + 124*43 + 187*61	= 9517159	
1979	161*26 + 132*40 + 175*68	=11756860	96.52
	161*28 + 132*43 + 175*61	=12181395	
1980	168*21 + 127*46 + 172*70	=11781140	92.90
	168*28 + 127*43 + 172*61	=12682205	

Confronto Paasche - Laspeyres
(valutazioni)

Formula di Laspeyres	Formula di Paasche
La struttura dei pesi è fissa (stabilità)	La struttura dei pesi varia (dinamicità)
$\frac{\partial L\left({}_t I_x^{(L)}\right)}{\partial\, {}_x I_t^i} = \frac{P_{ix} Q_{ix}}{\sum_{i=1}^{n} P_{ix} Q_{ix}}$	$\frac{\partial L\left({}_t I_x^{(P)}\right)}{\partial\, {}_x I_t^i} = \frac{P_{ix} Q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} P_{ix} Q_{it}}$
Si aggiorna rilevando solo i nuovi prezzi	Si aggiorna rilevando i nuovi prezzi e le nuove quantità
E' poco significativo per occasioni lontane dalla base (a meno di cambiare base)	Il cambiamento della base produce risultati approssimativi
Produce valori più alti in fase di aumento dei prezzi e valori più bassi in fase di calo dei prezzi	Produce valori più bassi in fase di aumento dei prezzi e valori più alti in fase di calo dei prezzi
Tende a sovrastimare gli aumenti di prezzo (tendenziosità positiva)	Tende a sottostimare gli aumenti di prezzo (tendenziosità negativa)

Esempio

Beni	Occasione 1		Occasione 2	
	Quantità	Prezzo	Quantità	Prezzo
A	40	10	35	12
B	80	15	75	16
C	20	7	15	10
D	27	35	25	40

Sviluppiamo le due formule per l'occasione "1" in base occasione "2".

$$\sum P_{i1}Q_{i1} = 2685; \quad \sum P_{i2}Q_{i2} = 2770; \quad {}_2I_1^L = 88.63$$

$$\sum P_{i2}Q_{i1} = 3040; \quad \sum P_{i1}Q_{i2} = 2455; \quad {}_2I_1^P = 108.32$$

Nel passare dalla "2" alla "1" si ha una diminuzione del valore complessivo (da 2'770 a 2'685) che è dovuta soprattutto ad una diminuzione dei prezzi (le quantità all'occasione 2 sono costate 2'770 con i prezzi correnti con un costo di 2'455 se fossero state acquistate ai prezzi della "1").

Problemi di costruzione

Paniere

Ci si può limitare ad una selezione di prodotti più rappresentativi, cioè scelti tra quelli le cui variazioni di danno una chiara indicazione sul senso e sulla grandezza delle variazioni subite da prodotti dello stesso genere (prodotti leader).

Occorre inoltre che i prodotti scelti siano facilmente individuabili e che presentino caratteristiche merceologiche e commerciali uniformi nel tempo e nello spazio.

Il progresso tecnico che elimina dal mercato prodotti obsoleti e ne introduce di nuovi porta spesso a rivedere la composizione del paniere.

Tali variazioni sono indispensabili per tenere dietro all'evolversi, sempre più rapido, dei gusti e quindi dei consumi. però le scelte non sono senza conseguenze e vanno perciò chiarite e motivate.



Lucido sui super consumi
Costo della vita normale e quello dei ricchi

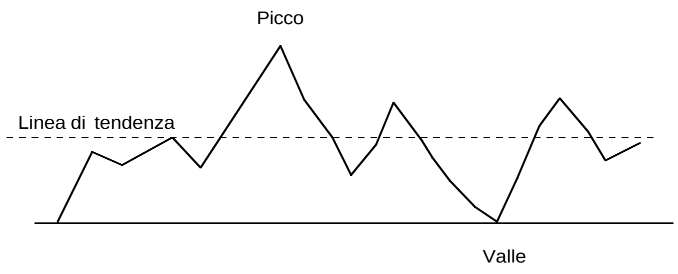
Problemi di costruzione

Scelta della base

Conviene assumere come occasione base quella in cui il fenomeno studiato presenti una intensità "normale" cioè non un valore di picco né un valore di valle.

Non sempre è possibile seguire questo suggerimento: se la serie considerata è inserita in un gruppo di altre serie, la comodità di disporle su di una base comune potrebbe portare ad una scelta inadatta per qualcuna di esse.

La base non può essere mantenuta troppo a lungo: occorre talvolta tenere conto di eventi eccezionali esterni, oppure di esasperazioni interne che possono modificare profondamente le condizioni di rilevazione: iperinflazione, catastrofi naturali, etc.



Altre scelte

PESI — **I pesi con i quali gli indici elementari contribuiscono alla formazione dell'indice sintetico devono essere direttamente proporzionali all'importanza dei singoli prodotti.**

MEDIA — **La scelta della media è basata su considerazioni di ordine pratico. Quella aritmetica, per il suo significato intuitivo e semplicità di calcolo si vede più spesso, ma anche la geometrica ha diverse applicazioni. Talvolta si incontra pure la media armonica.**

FORMULA — **Abbiamo già visto le ragioni che portano tanto spesso a preferire la formula di Laspeyres a tutte le altre.**

Notizie sull'indice dei prezzi

Sui "media" le notizie sull'inflazione riguardano quasi sempre l'indice mensile dei prezzi al consumo per l'intera collettività nazionale

Variazione percentuale rispetto al mese precedente

$$\Delta_t = \left(\frac{{}_x I_t^{(L)}}{{}_x I_{t-1}^{(L)}} - 1 \right) * 100$$

Esempio:

Mese	Indice	ar.perc.	Var.Ass.
Gennaio	102,31		
Febbraio	102,76	0,44	0,45
Marzo	102,92	0,16	0,16
Aprile	103,34	0,41	0,42
Maggio	103,79	0,44	0,45

In molti casi la controversia se applicare la variazione percentuale o quella assoluta dell'indice è stata risolta in tribunale

Notizie sull'indice dei prezzi/2

Tasso tendenziale di inflazione

$$\partial_t = \left(\frac{{}_x I_t^{(L)}}{{}_x I_{t-12}^{(L)}} - 1 \right) * 100$$

Variazione percentuale dell'indice rispetto al corrispondente mese dell'anno precedente.

ANNO	Mese	Indice	1994	Mese		Var.perc.	Var.Ass.
1993	Gennaio	102,31		Gennaio	106,66		
	Febbraio	102,76		Febbraio	107,03	4,16	4,27
	Marzo	102,92		Marzo	107,28	4,24	4,36
	Aprile	103,34		Aprile	107,55	4,07	4,21
	Maggio	103,79		Maggio	107,93	3,99	4,14

Il tasso tendenziale risente molto degli effetti stagionali e di shock contingenti che possono variare notevolmente da un mese all'altro

Notizie sull'indice dei prezzi/3

Tasso medio di inflazione

$$\delta_t = \left(\frac{{}_xI_t^{(L)}}{\sum_{i=1}^{k} {}_xI_{t-13+i}^{(L)} \Big/ 12} - 1 \right) * 100$$

Variazione percentuale rispetto al valor medio dell'indice calcolato per i 12 mesi (a volte 24) precedenti quello in corso

Mese		Var.perc.	Var.Ass.
Gennaio	106,66	1,18	1,24
Febbraio	107,03	1,53	1,61
Marzo	107,28	1,76	1,86
Aprile	107,55	2,02	2,13
Maggio	107,93	2,38	2,51
Media '93	105,42		

Il tasso medio, basato su di una media annuale (o biennale) è poco sensibile a fattori stagionali e congiunturali. E' più affidabile, ma meno diretto

Deflazione delle serie numerarie

Serve per seguire l'evoluzione del valore di un prodotto riferendosi solo alle quantità fisiche e non ai cambiamenti del prezzo:

SERIE A PREZZI COSTANTI ovvero le SERIE DEFLAZIONATE

per fare questo occorre usare sempre lo stesso prezzo

Anno	Quantità	Prezzo Panino	Incasso P.Cor.	N.I.P. 1985=100	Incasso P.Cos.
1985	7000	700	4,900,000.00	100	4,900,000
1990	8200	1050	8,610,000.00	150	5,740,000
1995	9500	1400	13,300,000.00	200	6,650,000

Gli incassi nominali tra l'85 ed il '95 sono quasi triplicati, ma i prezzi correnti sono raddoppiati. Quanta parte dell'incasso è un aumento effettivo?

Dobbiamo eliminare l'influenza del cambiamento dei prezzi ovvero uniformare la valutazione delle quantità nel corso del tempo.

Formule per la deflazione

Data la serie numeraria a "prezzi correnti"

$$V_t = P_t Q_t$$

Cioè espressa nelle unità di conto del periodo "t".

Per passare alla serie con valutazioni costanti, "x", occorre moltiplicare per il deflattore (reciproco dell'indice dei prezzi x 100)

$$V_t' = Vt * \frac{100}{xIt} = \cancel{Pt} * Qt * \frac{\cancel{100} * Px}{\cancel{Pt} * \cancel{100}} = PxQt$$

Dove

V_t' **Serie deflazionata**

$\frac{100}{xIt}$ **Deflattore**

Conoscendo l'indice dei prezzi si possono riportare tutte le valutazioni ad una stessa epoca

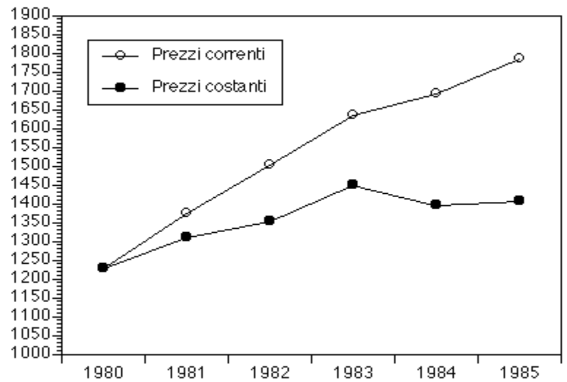
Esempio

il direttore dell'ufficio vendite ha richiesto la serie del valore venduto depurata da effetti inflazionistici. L'ufficio addetto dispone delle informazioni seguenti:

Anno	Vendite Pre. Cor.	Costo della vita	Vendite Pre. Cos.
1980	1228	100	1228
1981	1374	105	1309
1982	1501	111	1352
1983	1635	113	1447
1984	1691	122	1396
1985	1784	127	1407

I calcoli non sono complessi e si realizzano con il foglio elettronico.

Anche il grafico può essere così ottenuto



il grafico mostra che l'inflazione ha nascosto l'aumento dell'83 ed il trend decrescente dopo tale data.
Se si riprendono le corrette ragioni di scambio l'andamento reale delle vendite è subito evidente

Rivalutazione di prestiti

Un uso importante dei numeri indice è la rivalutazione monetaria che talvolta viene richiesta a tutti coloro che sono debitori di somme di denaro per evitare ai creditori il danno dovuto al diminuito potere d'acquisto.

Esempio

il 2/86 si è chiesto un prestito di 5 milioni da restituire nel 9/92 a potere d'acquisto invariato (senza interessi).

Per stimare l'importo occorre conoscere l'indice del costo della vita.

Se tale indice fosse disponibile in base '86 il calcolo sarebbe immediato.

$$D = 5000000 * \frac{{}_{86}I_{92}}{100}$$

Reciproco del deflattore perchè si va all'indietro

$$_{86}I_{92} = 107.23 \Rightarrow D = 5000000 * \frac{107.23}{100} = 5361500$$

Rivalutazione dei prestiti/2

Non sempre l'indice lo si ha alla base voluta. Supponiamo che sia in base '80

$$_{80}I_{86} = 105.28; \qquad _{80}I_{92} = 119.61$$

Raccordo tra le basi: $$_{80}I_{92}^{pc} * \frac{100}{_{80}I_{86}^{Pc}} \cong {}_{86}I_{92}^{Pc} = 119.61 * \frac{100}{105.28} = 113.61$$

Importo rivalutato: $$D = 500000\frac{113.61}{100} = 5680500$$

il deflattore derivato dall'indice dei prezzi al consumo (famiglie di operai e impiegati) è anche noto come "Potere di acquisto della lira"

Anno	Lira
1992	1.00
1982	2.04
1972	9.45
1962	14.17
1952	18.91
1942	643.62
1932	1203.32
1922	1100.50
1912	4568.21
1902	5198.83

Una lira del '92 vale quasi 19 lire del '52 ovvero una lira del '52 oggi varrebbe 19 lire.

Tali valutazioni non sono esatte, ma danno un'idea abbastanza corretta

Rivalutazione dei prestiti/3

Si supponga che, nel 2003, si debba adeguare all'aumento del costo della vita un canone di 210 euro dell'agosto 2001.

Per ottenere il nuovo canone bisogna recuperare gli indici per i due anni e supponiamo che siano disponibili in base 2000

$$_{00}I_{03}^{PC} = 112.2; \quad _{00}I_{01}^{PC} = 116.7$$

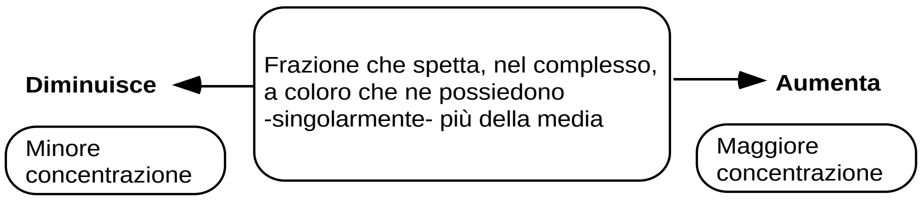
Per costruire l'indice base 2000 per il 2001, necessario per deflazionare, si deve effettuare il cambio di base

$$_{03}I_{01}^{PC} \cong {}_{00}I_{01}^{PC}\left[\frac{100}{_{00}I_{03}^{PC}}\right] = 112.2 * \left[\frac{100}{116.7}\right] = 95.2916.$$

Il potere di acquisto tra il 2001 e il 2003 si è ridotto del 4.71%. La legge dell'equo canone riconosce il diritto a recuperare fino al 75% cioè per una percentuale non superiore a 0.75*0.0471=3.75% . Se si opta per la quota massima consentita, l'affitto sarà: 1.0375*210=217.88 euro.

Lo studio della concentrazione

Riguarda il modo in cui un fenomeno *<u>trasferibile</u>* si ripartisce tra le unità. In particolare la sua attitudine ad accentrarsi in un numero ridotto di unità.



Si parla di disuguaglianza distributiva e si considera la concentrazione come un eccesso di tale fenomeno.

Trasferibilità

E' trasferibile la variabile la cui intensità globale o una sua parte è attribuibile (anche solo idealmente) ad una sola o a poche unità

Variabili TRASFERIBILI

Reddito ed altri caratteri numerari

Diritti di possesso

Popolazioni

Quote di mercato

Variabili NON TRASFERIBILI

Forma o colori

Peso, altezza, memoria

Stato di salute

Le variabili non trasferibili riguardano aspetti intrinseci delle unità e non possono essere trasferiti senza trasferire -in solido- l'unità stessa.

Se i valori della variabile sono livelli raggiungibili da qualsiasi unità ed ha un senso la loro somma o aggregazione allora lo studio di concentrazione è plausibile

Simbologia

Ad ogni modalità riscontrata nella rilevazione corrisponde una quota o un ammontare assoluto di variabile:

$$\text{Ammontare assoluto: } a_i = X_{(i)} n_i;\ i = 1,2,\ldots,k \Rightarrow \sum_{i=1}^{k} a_i = n\mu$$

$$\text{Ammontare relativo: } g_i = \frac{a_i}{n\mu} = \frac{X_{(i)}}{\mu} f_i;\ i = 1,2,\ldots,k \Rightarrow \sum_{i=1}^{k} g_i = 1$$

Se la rilevazione è in classi si useranno le medie parziali μ_i al posto delle $X_{(i)}$.

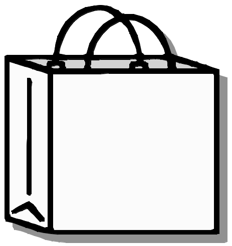
$$\text{Ammontare assoluto cumulato: } A_i = \sum_{j=1}^{i} X_{(j)} n_j;\ A_k = n\mu$$

$$\text{Ammontare relativo cumulato: } q_i = \sum_{j=1}^{i} g_j;\ i = 1,2,\ldots,k;\ q_0 = 0$$

Esempio

Punti vendita per numero di commessi/commesse

Commessi/e		Punti	μ_i	f_i	$(\mu i)f_i$	q_i
1	9	4	3.52	0.1026	0.36	0.0193
10	14	6	11.86	0.1538	1.83	0.1170
15	19	13	16.52	0.3333	5.51	0.4116
20	24	9	21.99	0.2308	5.07	0.6831
25	35	5	29.91	0.1282	3.83	0.8882
36	50	2	42.39	0.0513	2.17	1.0000
		39			18.78	



Le medie di classe evitano il calcolo approssimato con i valori centrali.

La classe 15-19 è quella che assorbe il maggior numero di punti vendita.

La classe 36-50, pur impiegando singolarmente un numero elevato di commessi/e, assorbe solo una quota del 12%

Relazione tra le p_i e le q_i

Gli ammontari relativi cumulati risultano sempre inferiori o uguali alle corrispondenti frequenze relative cumulate di unità.

$$\text{Media dei primi "}i\text{" Valori: } M_i \leq \mu \longleftarrow$$

questo perché i valori sono ordinati in senso crescente

$$\text{ciò implica: } \frac{\sum_{j=1}^{i} X_{(j)} n_j}{\sum_{j=1}^{i} n_j} \leq \mu \Rightarrow \sum_{j=1}^{i} X_{(j)} n_j \leq \mu \sum_{j=1}^{i} n_j \Rightarrow$$

$$\sum_{j=1}^{i} \frac{X_{(j)}}{\mu} \frac{n_j}{n} \leq \sum_{j=1}^{i} \frac{n_j}{n} \Rightarrow q_i \leq p_i$$

al 10% delle unità non può spettare più del 10% di variabile perché altrimenti, nel restante 90%, si troverebbero valori più piccoli di quelli inseriti nel primo 10% e questo contraddice l'ordinamento crescente

Concentrazione nulla

La concentrazione è NULLA se tutte le unità possiedono lo stesso ammontare

$$X_{(1)} = X_{(2)} = \ldots = X_{(k-1)} = X_{(k)}$$

Questo significa che il primo 15% di unità possiede il 15% di variabile, il primo 45% possiede il 45% e così via.

Non ha in sé alcuna caratteristica ideale:

L'equa distribuzione imporrebbe che tutti gli stabilimenti di un settore avessero lo stesso numero di addetti laddove la teoria economica suggerisce che la distribuzione degli addetti è guidata dalla tendenza all'uguaglianza della produttività del lavoro.

Esempio

L'assegnazione dei diritti di scavo delle miniere in Australia e Brasile avviene ripartendo in maglie uguali i terreni.

L'assegnazione dei diritti di scavo delle miniere in Australia e Brasile avviene ripartendo in maglie uniforme i terreni ed attribuendoli in misura uguale a tutti i richiedenti

In questo caso le quote relative di variabile e di unità coincidono, sia nella forma semplice che in quella aggregata

$$g_i = \frac{X_{(i)}}{\mu} * f_i = \frac{\mu}{\mu} f_i = f_i; \quad i = 1,2,\ldots,k \Rightarrow q_i = p_i; \; i = 1,2,\ldots,k$$

Concentrazione massima

Una sola unità possiede (oppure è ad essa attribuibile) tutta la variabile

$$X_{(1)} = X_{(2)} = \ldots = X_{(k-1)}; \quad X_{(k)} = T = totale\ della\ variabile$$

Anche questo è un caso limite a cui non si riconosce nessuna valenza particolare.

Come esempi di questa situazione abbiamo: il monopolio di certe produzioni strategiche, il latifondo come forma di possesso dei terreni

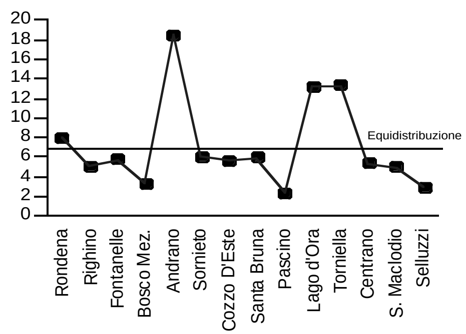
In questo caso le quote relative di variabile sono tutte nulle tranne la k-esima e quelle cumulate sono pure nulle tranne la k-esima che è pari ad uno

$$\begin{cases} g_i = 0; \; i = 1,2,\ldots,k-1 \\ g_k = 1 \end{cases}; \; \Rightarrow p_i = \begin{cases} 0 \;\; se \;\; i = 1,2,\ldots,k-1 \\ 1 \;\; se \;\; i = k \end{cases}$$

Esempio

Popolazione residente nei comuni del comprensorio di Thuria.

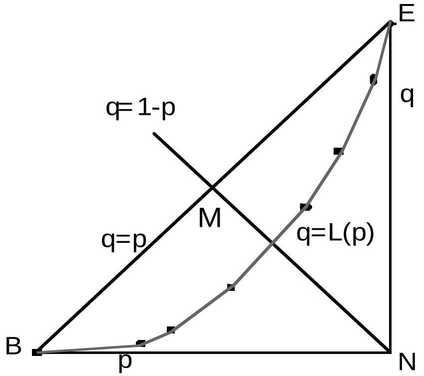
Comune	Abitanti	Quota
Rondena	6741	7.92%
Righino	4287	5.04%
Fontanelle	4833	5.68%
Bosco Mez.	2774	3.26%
Andrano	15749	18.50%
Sornieto	5111	6.00%
Cozzo D'Este	4793	5.63%
Santa Bruna	5015	5.89%
Pascino	1971	2.32%
Lago d'Ora	11244	13.21%
Torniella	11366	13.35%
Centrano	4532	5.32%
S. Maclodio	4222	4.96%
Selluzzi	2493	2.93%
	85131	100.00%



Se ogni comune avesse lo stesso numero di abitanti ad ognuno andrebbe una quota del 100/14=7.1%. Gran parte delle amministrazioni si avvicina a questa soglia, ma la presenza di Andrano con circa 16 mila abitanti porta la distribuzione ad allontanarsi dalla presenza paritaria.

Il diagramma di Lorenz

Il diagramma è costituito da un triangolo isoscele rettangolo alla cui base sono misurate le frequenze relative cumulate di unità e sull'altezza le quote relative cumulate di variabile



I cateti BN e NE hanno lunghezza uno; l'ipotenusa BE ha lunghezza √2; l'area complessiva del triangolo BNE è 0.5

La diagonale incontra la bisettrice nel punto M di coordinate (1/2,1/2)

I punti (p_i,q_i) formano la relazione tra le frequenze relative cumulate di unità p_i=F_i e la corrispondente quota relativa cumulata di variabile q_i.

Spezzata di Lorenz

E' il grafico più noto (ma non unico) per lo studio della concentrazione

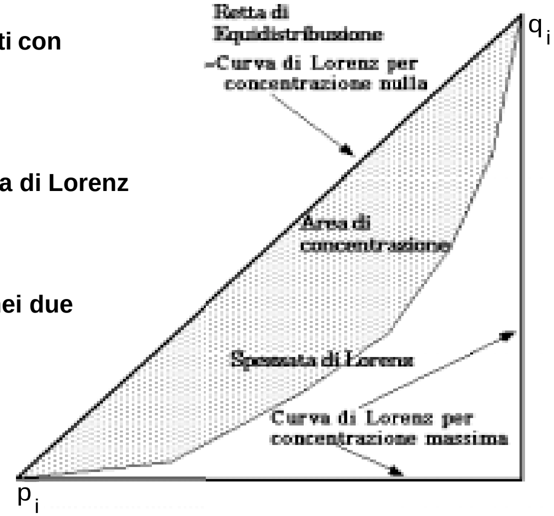
$$L(p) = p_{i-1} + \frac{X_{(i)}}{\mu}\left(p - p_{i-1}\right); \quad p \in \left(p_{i-1}, p_i\right]; \; i = 1,2,\ldots,n$$

I due vertici (0,0) e (1,1) sono raccordati con segmenti di retta

il grafico che ne risulta è detto spezzata di Lorenz

La spezzata coincide con la retta q=p nei due vertici

Il grafico della spezzata rimane sempre al di sotto della retta di equidistribuzione (q ≤ p)



Caratteristiche della spezzata di Lorenz

La spezzata di Lorenz è il grafico di una funzione non decrescente e convessa

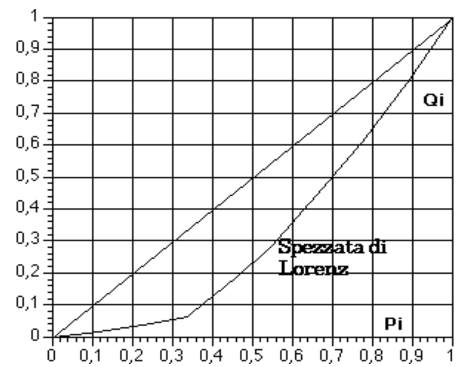
$$L(p) = p_{i-1} + \frac{X_{(i)}}{\mu}\left(p - p_{i-1}\right); \quad p \in \left(p_{i-1}, p_i\right]; \; i = 1,2,\ldots,n$$

L'inclinazione dei segmenti è positiva (potrebbe essere negativa se qualche modalità avesse valore negativo ad esempio debiti come reddito negativo).

L'inclinazione dei segmenti è crescente. Infatti le modalità $X_{(i)}$ sono ordinate in senso crescente.

Esempio di spezzata di Lorenz

Gruppi	Matricole	Serie ord.	N_i	f_i	P_i	g_i	Q_i
Scientifico	35475	5115	1	0.1111	0.1111	0.0175	0.0175
Medico	8034	5280	1	0.1111	0.2222	0.0181	0.0356
Ingegneria	48489	8034	1	0.1111	0.3333	0.0275	0.0631
Agrario	5115	32115	1	0.1111	0.4444	0.1099	0.1729
Economico	53610	35475	1	0.1111	0.5556	0.1214	0.2943
Politico-Soc.	32115	45450	1	0.1111	0.6667	0.1555	0.4498
Giuridico	45450	48489	1	0.1111	0.7778	0.1659	0.6157
Letterario	58721	53610	1	0.1111	0.8889	0.1834	0.7991
Diplomi Un.	5280	58721	1	0.1111	1.0000	0.2009	1.0000
	292289		9				



Modalità in classi

Si usa lo stesso schema sostituendo alle modalità ordinate $X_{(i)}$ le medie di classe μ_i qualora siano note oppure una loro stima.

$$L(p) = p_{i-1} + \frac{\mu_i}{\mu}(p - p_{i-1}); \quad p \in (p_{i-1}, p_i]; \; i = 1, 2, \ldots, k$$

Le medie sono ordinate in senso crescente. La media globale è μ.

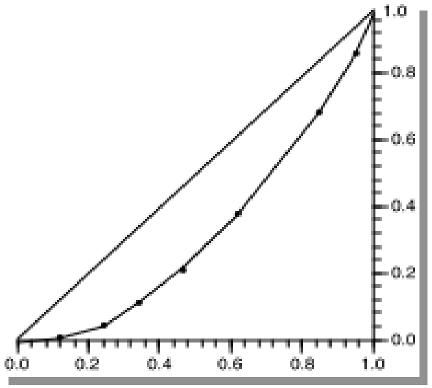
Poiché si ignora il comportamento della variabile nelle classi è necessario fare delle ipotesi per definire la spezzata di Lorenz.

Se la densità all'interno delle classi è simmetrica non si introducono distorsioni nella rappresentazione dei dati

Esempio

Utenze industriali di energia elettrica per ammontare dei consumi

Consumi		Utenti	c_i	f_i	$(Xi)f_i$	p_i	g_i	Q_i
0	5	34	2.50	0.113	0.283	0.113	0.011	0.011
5	10	38	7.50	0.127	0.950	0.240	0.036	0.047
15	20	29	17.50	0.097	1.692	0.337	0.065	0.112
20	25	36	22.50	0.120	2.700	0.457	0.104	0.216
25	30	47	27.50	0.157	4.308	0.613	0.165	0.381
30	40	69	35.00	0.230	8.050	0.843	0.309	0.690
40	50	29	45.00	0.097	4.350	0.940	0.167	0.856
50	75	18	62.50	0.060	3.750	1.000	0.144	1.000
		300		1.000	26.083			



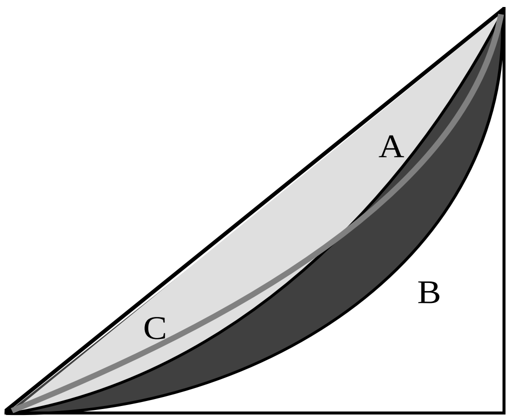
Le quote evidenziano la classe "30-40" come livello di maggiore concentrazione locale (31% dei consumi).

Solo l'1% spetta ai 34 utenti della classe "0-5".

La situazione perciò sembra piuttosto ineguale.

La misura della concentrazione

Nonostante i buoni propositi del suo inventore la curva di Lorenz non può sempre essere utilizzata per valutare la minore o maggiore concentrazione.



Solo se una curva è inclusa totalmente in un'altra si può stabilire quale distribuzione è più concentrata.

Se le curve o spezzate si intersecano è necessario usare uno o più indici che segnalino la situazione più ineguale.

Requisiti degli indici di concentrazione

L'ideale sarebbe un indice che aumenti per situazioni di ineguaglianza crescente

Inoltre, deve assumere un valore diverso per ogni diversa distribuzione della variabile.

Questo è impossibile perché gli indici hanno natura sintetica e le inevitabili compensazioni impediscono la corretta diversificazione.

Alcuni requisiti possono però aiutare a scegliere gli indici da usare

- **NORMALIZZAZIONE**
- **INVARIANZA PER TRASFORMAZIONI MOLTIPLICATIVE**
- **DIMINUZIONE PER TRASFORMAZIONI ADDITIVE**
- **SENSIBILITA' AI TRASFERIMENTI**

Normalizzazione

Per comodità di riferimento è almeno necessario che l'indice C(X):

a) Sia $C(x)=0$ se e solo se la distribuzione ha concentrazione nulla

b) Sia $C(x)=1$ se e solo se la distribuzione ha concentrazione massima

c) Sia C(x) crescente all'aumentare della concentrazione

Nulla cambierebbe se il massimo fosse 100 o 1000.

La normalizzazione non è un requisito essenziale, ma è molto comoda se si confronta la concentrazione di *data set* di diversa numerosità.

Non tutti gli autori sono concordi su tale requisito: alcuni sostengono che è ben diversa la situazione in cui due imprese si bipartiscono il mercato dal caso in cui 1000 imprese controllano ciascuna un millesimo

Invarianza per trasformazioni molt.

Se si alterano proporzionalmente tutte le modalità, l'indice deve rimanere invariato

$$C(ax_1, ax_2, \ldots, ax_n) = C(x_1, x_2, \ldots, x_n) \quad per \quad a > 0$$

il requisito consente il confronto della concentrazione di variabili espresse in unità di misura diverse;

Ad esempio la concentrazione dei redditi deve risultare la stessa sia che i redditi siano in lire sia che in euro

C'è da obiettare che chi nulla aveva nella ripartizione X con nulla rimane nella ripartizione aX, ma è chiaro che la sua posizione relativa è peggiorata se a>1 ed è migliorata se a<1.

Diminuzione rispetto a traslazioni

Se tutte le modalità aumentano di una quantità positiva l'indice deve diminuire

$$C(y)=C(x+a) \quad < \quad C(x) \qquad \text{se } a>0$$

$$g_i = \frac{Y_i}{n\mu_y} = \frac{X_i + a}{n(\mu_x + a)}$$

all'aumentare di "a" le differenze tra modalità tenderanno a sparire (le g_i si avvicinano alle f_i) e la distribuzione tenderà sempre di più alla concentrazione nulla

Tale requisito è utile per le variabili misurate con scale prive di uno zero naturale perché altrimenti si potrebbe ridurre la concentrazione facendo partire la scala dalla costante più conveniente

Sensibilità ai trasferimenti

E' la proprietà più importante e qualificante nello studio della concentrazione

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ → $y_1, y_2, \ldots, y_n$

$y_i=x_i$	per $i=1,2,\ldots,n$; $i\neq r$ e $i\neq s$;
$y_r=x_r-h$;	per $i=r$
$y_s=x_s+h$	per $i=s$

$$C(y) < C(x)$$ *La media rimane invariata*

<u>**Principio di Pigou-Dalton**</u>

Un trasferimento neutrale (order preserving) rispetto alla graduatoria da una unità più "ricca" ad una unità più "povera" deve ridurre l'indice di concentrazione

Sensibilità ai trasferimenti/2

Supponiamo che alla variabile possa applicarsi il principio della utilità marginale decrescente ben noto nel corso di microeconomia.

Un trasferimento da una unità "ricca" ad una "povera" dovrebbe diminuire la concentrazione più di quanto non faccia un trasferimento tra due unità "ricche" di cui una leggermente meno ricca (principio di Kolm)

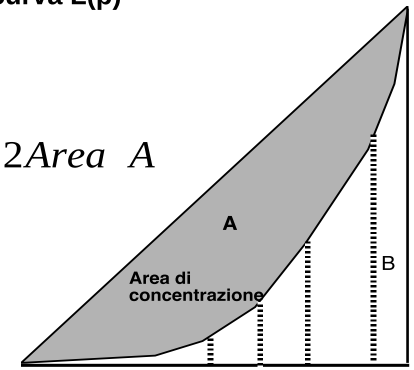
L'effetto è massimo per un trasferimento tra la prima e l'ultima in graduatoria.

Rapporto di concentrazione

E' l'indice più noto e più discusso di concentrazione

Si basa sull'area compresa tra la retta q=p e la curva L(p)

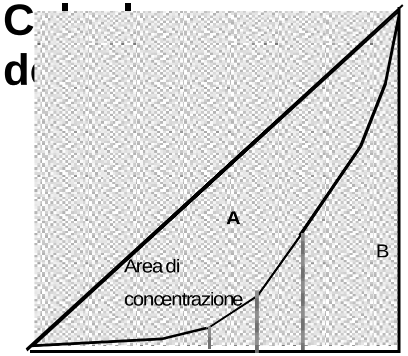
$$R = \frac{Area\ \ A}{Area\ \ A\ + Area\ \ B} = \frac{Area\ \ A}{1/2} = 2Area\ \ A$$



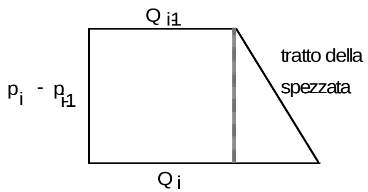
L'area è nulla se la curva di Lorenz si sovrappone alla retta q=p ed è pari a 0.5 quando c'è massima concentrazione.

Ne consegue che R è un indice normalizzato.

C d



Per il calcolo della area sono disponibili diversi metodi. In particolare si pu utilizzare la regola dei trapezi applicata per all area B e sfruttando la relazione: area A = 0.5 - area B .



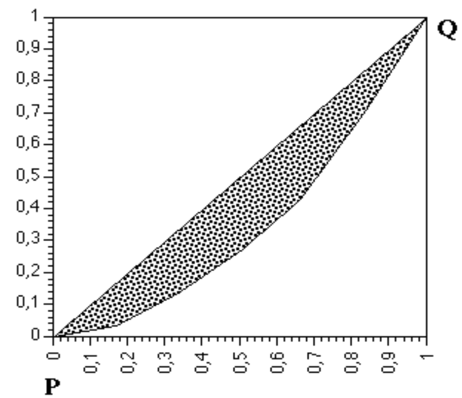
$$Area = Altezza * \left(\frac{Base\ \text{minore} + Base\ \ maggiore}{2} \right) \Rightarrow Area_i = \frac{(p_i - p_{i-1})(q_i + q_{i-1})}{2};$$

$$R = 1 - \left[\sum_{i=1}^{n} (p_i - p_{i-1})(q_i + q_{i-1}) \right] = 1 - \left[\sum_{i=1}^{n} f_i (q_i + q_{i-1}) \right]$$

Poiché la curva di Lorenz è convessa, l'uso della formula dei trapezi porta ad approssimare per eccesso l'area B (e quindi per difetto l'area A e quindi R è sottostimato

Calcolo del rapporto di concentrazione

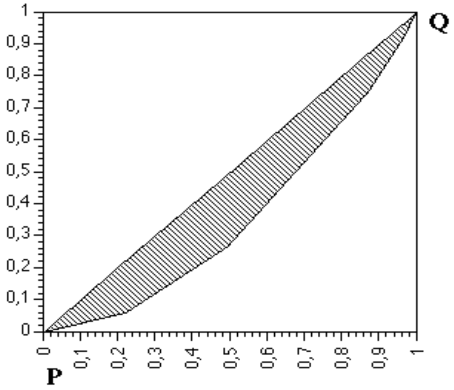
Ministeri	Progetti Legge 64	Serie ord.	n_i	f_i	P_i	g_i	Q_i	$Q_{i-1}+Q_i$	$f_i*(Q_{i-1}+Q_i)$
Agricoltura	3	1	1	0.1667	0.1667	0.0333	0.0333	0.0333	0.0056
Beni cult.	8	3	1	0.1667	0.3333	0.1000	0.1333	0.1667	0.0278
Bilancio	5	4	1	0.1667	0.5000	0.1333	0.2667	0.4000	0.0667
Difesa	1	5	1	0.1667	0.6667	0.1667	0.4333	0.7000	0.1167
Mezzogi.	4	8	1	0.1667	0.8333	0.2667	0.7000	1.1333	0.1889
Parte. Stat.	9	9	1	0.1667	1.0000	0.3000	1.0000	1.7000	0.2833
	30		6	1.0000		1.0000			0.6889



R = 1- 0.6889 = 0.3111

Dati raggruppati

Classi di reddito		n_i	C_i	f_i	P_i	$C_i n_i$	g_i	Q_i	$Q_{i-1}+Q_i$	$f_i*(Q_{i-1}+Q_i)$
0	10	22	5	0.2200	0.2200	110	0.0564	0.0564	0.0564	0.0124
10	20	28	15	0.2800	0.5000	420	0.2154	0.2718	0.3282	0.0919
20	30	37	25	0.3700	0.8700	925	0.4744	0.7462	1.0179	0.3766
30	40	9	35	0.0900	0.9600	315	0.1615	0.9077	1.6538	0.1488
40	50	4	45	0.0400	1.0000	180	0.0923	1.0000	1.9077	0.0763
		100		1.0000		1950	1.0000			0.7061



R = 1- 0.7061 = 0.2939

Qual è l'effetto di approssimare le medie di classe con i loro valori centrali?

Proprietà di R

- **L'indice passa da zero (assenza di concentrazione) ad uno (massima concentrazione) aumentando con l'aumentare della disuguaglianza nella distribuzione.**
- **Esprime la percentuale di variabile che deve essere trasferita da ciascuna unità all'altra che la precede nella graduatoria per ottenere la distribuzione uniforme**
- **Il rapporto di concentrazione varia tra zero ed uno.**

$$R=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(p_i-q_i\right)}{\sum_{i=1}^{n}p_i}$$

Il numeratore è sempre non negativo (perché le $p_i \geq q_i$) ed è sempre inferiore o uguale al denominatore (perché le q_i sono non negative)

Reazioni ai trasferimenti

Analizziamo la dazione di un ammontare "d" dalla X_i alla X_j con $X_i > X_j$ nell'ipotesi che il trasferimento sia neutrale.

L'effetto sull'indice è

$$\Delta R=-\frac{2d}{\mu}\left(\frac{i-j}{n}\right)$$

Fissata la quota da trasferire (d/nμ) e fissato pure "n", l'effetto del trasferimento dipende solo dal numero di posizioni tra la X_j ed X_i.

I trasferimenti tra modalità intorno ad una moda avranno più effetto che non quelli tra unità lontane dalle mode perché qui sarà minore (j-i).

Se in una classe di reddito 10'000-11'000 euro ci sono 20 unità e nella classe 50'000-51'000 ce ne sono 10, l'effetto di spostare 100 euro dall'estremo superiore all'estremo inferiore avrà maggiore impatto sul Gini nel primo caso.

Indice di Bonferroni

Modalità raggruppate	*Modalità singole*
$\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k-1}\left(\frac{p_i-q_i}{p_i}\right)$	$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{x_{(i)}}{\mu}\left(1-\sum_{j=i}^{n}\frac{1}{j}\right)$

Soddisfa il principio dei trasferimenti di Pigou-Dalton

E' di "sinistra" perché la sensibilità aumenta man mano che il trasferimento va verso unità più povere.

$$\Delta B=\frac{d}{(n-1)\mu}*\sum_{r=i}^{j-1}\frac{1}{r}$$

Esempio

Dichiarazioni ICIAP. Numero di contribuenti per superficie del negozio

Superficie		Negozi	μ	f	g	p	q	(p-q)/p	(p-q)/(1-p)	p/(1-p)
0	25	481	16.67	0.497	0.138	0.497	0.138	0.723	0.714	0.988
26	50	244	37.52	0.252	0.157	0.749	0.295	0.606	1.808	2.984
51	100	127	74.04	0.131	0.162	0.880	0.457	0.481	3.533	7.345
101	150	36	124.76	0.037	0.077	0.917	0.534	0.418	4.639	11.100
151	200	23	175.06	0.024	0.069	0.941	0.603	0.359	5.739	15.982
201	300	18	251.19	0.019	0.078	0.960	0.681	0.291	6.921	23.821
301	400	21	348.14	0.022	0.126	0.981	0.807	0.178	9.404	52.778
400	600	9	497.22	0.009	0.077	0.991	0.883	0.108	11.534	106.556
601	800	6	696.35	0.006	0.072	0.997	0.955	0.042	13.431	321.667
801	1000	3	867.33	0.003	0.045	1.000	1.000	0.000		
		968	60.10	1.000	1.000			3.205	57.723	543.219

$$B = \frac{3.205}{10} = 0.321$$