Modello di Cournot-Nash

Due imprese producono un bene omogeneo e devono decidere simultaneamente la quantità da produrre.
Si assuma che la domanda sia lineare e i costi marginali siano costanti:

$$P(Q) = a - Q \qquad \text{dove } Q = q_1 + q_2 \quad \text{e } Q < a$$

e $C_i(q_i) = cq_i$ dove c indica il costo medio e marginale. $i = 1, 2$.

La funzione di profitto dell'impresa i; $i = 1, 2$, è

$$\pi_i(q_i, q_j) = [a - (q_i + q_j) - c]\, q_i$$

L'impresa i, $i = 1, 2$, massimizza i suoi profitti in corrispondenza delle quantità per cui:

$$\frac{\partial \pi_i(q_i, q_j)}{\partial q_i} = a - (q_i + q_j) - c - q_i = 0 \qquad i = 1, 2,\ i \neq j$$

da cui si ottengono le funzioni di reazione delle due imprese:

$$\begin{cases} a - 2q_i - q_j - c = 0 \\ a - 2q_j - q_i - c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_j^* = a - 2q_i - c \\ q_i^* = a - 2q_j - c \end{cases}$$

~~Risolvendo il~~ sistema di equazioni:

$$a - 2(a - 2q_j^* - c) - c = q_j^* \Rightarrow q_j^* = \frac{a-c}{3}$$

$$a - 2\left(\frac{a-c}{3}\right) - c = q_i^* \Rightarrow q_i^* = \frac{a-c}{3}$$

(q_i^*, q_j^*) equilibrio di Nash.