

Cognome _____ Nome _____ Matricola|_|_|_|_|_|_|_|

Domanda 1: Dimostrare che la seguente funzione è derivabile nel punto $x_0 = 1$:

$$f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} - 1 & x \geq 1 \\ x & x < 1 \end{cases}$$

Domanda 2: Calcolare il seguente integrale definito $\int_1^{3x^4 - e^{1/x}} \frac{1}{x^2} dx$

Domanda 3: determinare il dominio e gli eventuali asintoti della funzione $f(x) = \log \frac{(x+1)^2}{|x+3|}$

Domanda 4: Data la funzione $f(x) = x + 1 + \log|x - 1|$, determinare l'ascissa degli eventuali punti a tangente orizzontale.

Domanda 5: dimostrare attraverso la definizione di derivata che per la funzione $f(x) = 1/x$ vale $f'(x) = -1/x^2$ per ogni $x \neq 0$.

Domanda 6: Determinare per quali valori del parametro reale a la seguente serie diverge

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{a^2 - 16}{a + 4} \right)^n$$

Domanda 7: Si dimostri, tramite l'utilizzo del rapporto incrementale, la formula utilizzata per derivare il prodotto tra due funzioni.

Domanda 8: si ricavi lo sviluppo in serie di MacLaurin (sviluppo di Taylor nel punto 0) arrestato al terzo ordine per la funzione $f(x) = \ln(2x + 1)$.

Domanda 9: Disegnare il grafico della funzione $F(x) = \int_0^x (t + 1) dt$ nell'intervallo $[0, 1]$.

Domanda 10: stabilire se la funzione $f(x) = x(x + 1)$ soddisfa le ipotesi del teorema di Rolle nell'intervallo $[-1, 0]$ e, in caso affermativo, calcolare un punto c che soddisfa l'uguaglianza contenuta nella tesi del teorema.

Domanda 11: Determinare il rango della seguente matrice: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

Domanda 12: Siano date le matrici $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -a \end{bmatrix}$. Dopo aver calcolato la matrice $C = AB$, si studi il sistema $C \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ al variare di a numero reale.