Prova scritta del 17/01/2018 SECONDO TURNO

METODI MATEMATICI PER L'ECONOMIA
Corso di Laurea in Economia A-L (Prof. Emilio Russo) e aula M-Z (Prof. Alessandro Staino)

***Cognome*_______________________________*Nome*____________________*Matricola*|__|__|__|__|__|__|__|**

1. Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - |2x - 1|}{e^x}$$

Insieme di definizione.

Limiti agli estremi dell'intervallo di definizione.

Equazioni degli eventuali asintoti orizzontali, verticali ed obliqui.

Insieme di definizione della derivata prima e sua espressione analitica.

Discutere l'esistenza di eventuali punti di minimo e/o di massimo.

Indicare in quali intervalli la funzione è crescente o decrescente.

Insieme di definizione della derivata seconda e sua espressione analitica.

Indicare in quali intervalli la funzione è concava o convessa.

Grafico.

2. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ x - kx + k & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

determinare il parametro k in modo che nell'intervallo $[0,2]$ sia applicabile il teorema di Lagrange e trovare il punto di cui la tesi del teorema assicura l'esistenza.

---

3. Dati i vettori $\mathrm{v}^1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ e $\mathrm{v}^2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$, risolvere i seguenti punti:

- Stabilire per quali valori del parametro reale $t \in \mathbb{R}$ il vettore $\mathrm{v}^3 = \begin{bmatrix} t \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$ può essere espresso come combinazione lineare dei vettori v^1 e v^2.
- Posto $t = 1$, risolvere il sistema $A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, dove A è la matrice ottenuta accostando i tre vettori colonna v^1, v^2 e v^3, cioè $A = [\mathrm{v}^1\ \mathrm{v}^2\ \mathrm{v}^3]$.

4. Rappresentare graficamente il dominio e il segno della seguente funzione di due variabili

$$f(x,y) = \log\left(\frac{x-y+1}{x+y}\right)$$

In alternativa, gli immatricolati antecedentemente al 2017 devono svolgere il seguente esercizio:
Studiare al variare del parametro reale k $\in \mathbb{R}$ il carattere delle seguente serie e, laddove possibile, calcolarne la somma

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\log^{\mathrm{n}}(k-1)}$$