

Economia dei Mercati Agro-Alimentari (a.a. 08/09)

Esercizio n. 2 -- Soluzione

Si consideri un'impresa i cui costi di produzione totali siano dati da:

$$CT(q) = 60 + 80q + q^2$$

Si ipotizzi che l'unico elemento di incertezza nella decisione dell'imprenditrice su quanto produrre sia costituito dal prezzo del prodotto e che questo si distribuisca come una variabile casuale con media $E(p) = 100$ e varianza $\sigma_p^2 = 1$.

La funzione di utilità dell'imprenditrice è data da:

$$U[E(\Pi), \sigma_{\Pi}^2] = 8 + 20E(\Pi) - \sigma_{\Pi}^2,$$

dove $E(\Pi)$ è il valore atteso e σ_{Π}^2 la varianza del profitto.

- (a) Qual'è la quantità prodotta dall'imprenditrice?
- (b) Qual'è il valore atteso del suo profitto?
- (c) Se all'imprenditrice fosse offerta un'assicurazione al prezzo di 3 che le garantisca un profitto pari al suo valore atteso in condizione di incertezza, l'imprenditrice troverebbe conveniente acquistare tale assicurazione o no? Perché?

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \text{Max } U[E(\Pi), \sigma_{\Pi}^2] &= 8 + 20E(\Pi) - \sigma_{\Pi}^2 \\ &= 8 + 20[E(p)q - CT(q)] - q^2 \\ &= 8 + 20[100q - (60 + 80q + q^2)] - q^2 \\ &= 8 + 2000q - 1200 - 1600q - 20q^2 - q^2 \\ &= -1192 + 400q - 21q^2 \end{aligned}$$

Condizione del primo ordine :

$$\partial U / \partial q = 400 - 42q = 0 \quad \Rightarrow \quad q = 400/42 = 200/21 = 9,524$$

Condizione del secondo ordine :

$$\partial^2 U / \partial q^2 = -42 \forall q, \text{ quindi anche per } q = 200/21.$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad E(\Pi) &= [E(p)q - CT(q)] \\ &= 100 \cdot 200/21 - (60 + 80 \cdot 200/21 + (200/21)^2) \end{aligned}$$

$$= 20000/21 - 60 - 16000/21 - 40000/441$$

$$= (420000 - 26460 - 336000 - 40000) / 441 = 17540/441 = 39,773$$

$$\begin{aligned} \text{(c) } U [E(\Pi), \sigma^2_{\Pi}] &= 8 + 20 E(\Pi) - \sigma^2_{\Pi} \\ &= 8 + 20 \cdot 17540/441 - (200/21)^2 \\ &= 3528/441 + 350800/441 - 40000/441 = 314328/441 = \\ &= 712,762 \end{aligned}$$

$$U [Z, 0] = 314328/441 = 8 + 20 Z$$

$$20 Z = (314328 - 3528) / 441 = 310800/441$$

$$Z = 310800/441 \cdot 1/20 = 310800/8820 = 35,238$$

Il **risk premium** è uguale a $39,773 - 35,238 = 4,535$.

Essendo il **risk premium** maggiore del costo dell'assicurazione (che è pari a 3), all'imprenditrice converrà comprare l'assicurazione, perché comprandola il suo profitto certo sarà pari a $39,773 - 3 = 36,773$ ed a questo sarà associata un'utilità maggiore di quella associata alla situazione in condizioni di incertezza senza assicurazione.

