T1. - 6 punti

Si progetti, anche nella semplice forma di pseudocodifica, il calcolo del volume di una sfera di raggio R con il metodo Monte Carlo.

T2.---- 5 punti

Due variabili casuali X_1 ed X_2 hanno varianza finita σ_1, σ_2 e covarianza pari a ρ_{12}. Si progetti, anche nella forma di pseudocodifica, la generazione di un campione casuale di ampiezza $n<\infty$ di coppie di queste variabili casuali.

T3.---- 4 punti

Il modello di Wakeby è molto noto per i fenomeni a coda "pesante"

$$X_p = \frac{\alpha}{\beta}\left[1-(1-p)^{\beta}\right]-\frac{\gamma}{\delta}\left[1-(1-p)^{-\delta}\right]$$

Quali problemi può comportare la sua simulazione con il medodo dell'inversione?

T4. ----- 4 punti

Che cosa può rendere problematico l'uso del Test di Kolmogorov-Smirnov per accertare la convergenza della distribuzione simulata a quella teorica? Quali sono inve ce, se diverse, quelle che rendono inagibile il test del chi quadro in questo medesimo contesto?

T5.----- 7 punti

Dovete estrarre un campione casuale di ampiezza n da una popolazione costituita da un numero indeterminato di unità. Descrivete l'estrazione con i numeri pseudo-casuali sapendo che una stessa unità non può essere esaminata più di una volta (cioè il campione casuale è senza ripetizione).

T6----- 4 punti

Una delle tre equazioni che forma il sistema di curve proposto da Johnson è

$$Z = \gamma + \eta \,\mathrm{senh}^{-1}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right); \quad (\textit{Distribuzione} \quad S_U)$$

Dove x è una variabile casuale normale standardizzata. In che modo è possibile ottenere un campione casuale dalla distribuzione della Z?

T1. - 5 punti

Si progetti, anche in forma di pseudocodifica, il calcolo a mezzo del metodo Monte Carlo della stima di massima verosimiglianza del parametro α nella funzione di densità

$$f(x) = \alpha x^{\alpha-1}, \; 0 \leq x \leq 1, \; \alpha > 1$$

T2.---- 5 punti

Predisporre una opportuna pseudocodifica per generare un campione casuale di ampiezza n dalla distribuzione di Pascal (o binomiale negativa) per fissati valori dei parametri p= probabilità di successo ed r=numero minimo di prove da considere.

T3.---- 3 punti

Illustrate in generale il metodo della accettazione/rifiuto per la simulazione delle variabili casuali continue

T4. ----- 4 punti

Descrivete, anche sommariamente, un algoritmo che riceva in input un vettore **X** di n interi distinti e ne restituisca una loro permutazione casuale **Y** che contiene tutti e solo i valori di **X** anche se in un ordine tendenzialemente diverso.

T5.----- 7 punti

Dovete determinare, per via di simulazione, la distribuzione asintotica della mediana della variabile casuale avente funzione di ripartizione:

$$F(x) = \text{sen}(x) \quad per \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

illustrate la vostra strategia.

T6----- 4 punti

Disponete di un generatore di numeri casuali dalla distribuzione uniforme continua nell'intervallo unitario. Volete ottenere un campione pseudo-casuale dalla distribuzione lognormale con media 5 e varianza 36. Delineate, in narrativa o con pseudocodifica, il vostro algoritmo di calcolo.

T7----- 3 punti

Simulate una serie di residui da un modello di regressione con autocorrelazione seriale di lag 1 pari a 0.75.