

# Lo studio delle serie storiche

Non sono possibili costruzioni teoriche laddove non c'è ripetizione.

I fenomeni socio-economici effettivamente non si ripetono se considerati solo in modo superficiale e descrittivo.

Nel sistema capitalistico ogni crisi è DIVERSA e IRRIPETIBILE ma questo non ha impedito che nascesse una teoria delle crisi .

L'elemento nuovo che appare in questo studio è che i fenomeni sono posti in relazione soprattutto con i propri valori passati

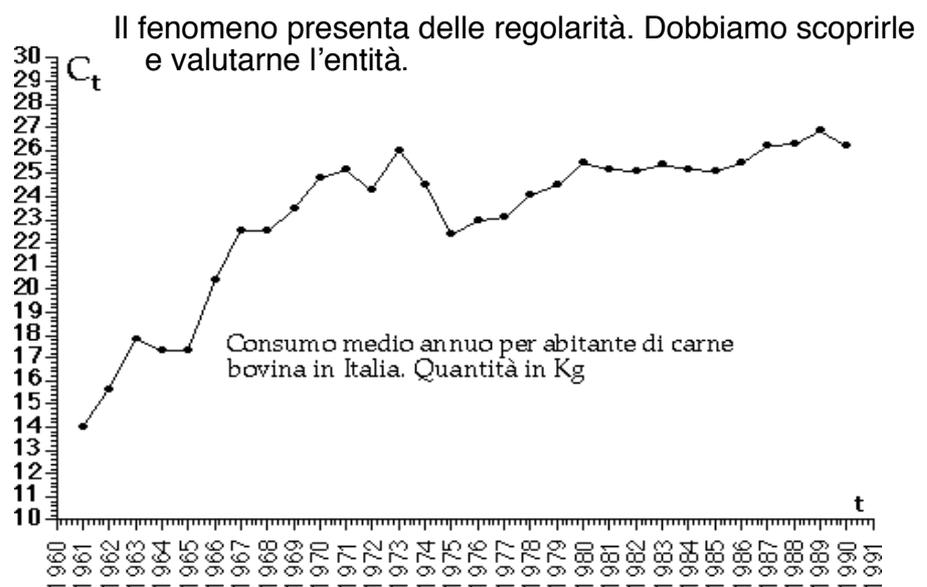
La teoria delle serie storiche svolta nel nostro corso è UNIDIMENSIONALE (o UNIVARIATA). Il fenomeno si evolve in modo isolato e autonomo.

Ovviamente, non sempre questo è vero

AT04

## Esempio di serie storica

| t    | $C_t$  |
|------|--------|
| Anno | Bovina |
| 1961 | 14.0   |
| 1962 | 15.6   |
| 1963 | 17.8   |
| 1964 | 17.3   |
| 1965 | 17.3   |
| 1966 | 20.4   |
| 1967 | 22.5   |
| 1968 | 22.5   |
| 1969 | 23.5   |
| 1970 | 24.8   |
| 1971 | 25.2   |
| 1972 | 24.3   |
| 1973 | 26.0   |
| 1974 | 24.5   |
| 1975 | 22.4   |
| 1976 | 23.0   |
| 1977 | 23.1   |
| 1978 | 24.1   |
| 1979 | 24.5   |
| 1980 | 25.5   |
| 1981 | 25.2   |
| 1982 | 25.1   |
| 1983 | 25.2   |
| 1984 | 25.1   |
| 1985 | 25.5   |
| 1986 | 26.2   |
| 1987 | 26.3   |
| 1988 | 26.9   |
| 1989 | 26.2   |



Time Sequence Plot

*Questo è lo strumento più semplice ed importante per l'analisi delle serie storiche*

AT04

# Elementi di analisi delle serie storiche

Gli approcci metodologici possono essere classificati nei tre tipi seguenti:



Approccio "Classico" (sviluppato completamente nel nostro corso)



Modelli stocastici (sviluppato in parte nel nostro corso)



Analisi spettrale (non sviluppato nel nostro corso)

AT04

## L'approccio "classico"

L'idea tradizionale di una serie storica è che essa sia esprimibile mediante una funzione del tempo:  $f(t)$  ed una componente aleatoria  $u(t)$

$$Y_t = g[f(t); u(t)]$$

dove:



$f(t)$  è la COMPONENTE SISTEMATICA o DETERMINISTICA e rappresenta la legge di evoluzione temporale del fenomeno.

*Si ritiene che il pattern sistematico possa essere individuato e separato dalla parte erratica*



$u(t)$  è la COMPONENTE ALEATORIA o ERRATICA o CASUALE e riassume tutto quello che non rientra in  $f(t)$ .

*Si ritiene che il comportamento di  $u(t)$  sia assimilabile a degli errori accidentali non osservabili e non controllabili*

AT04

# L'approccio "classico"/2

La funzione "g" che unisce le due componenti è scelta tra le più semplici, quali:

 Modello moltiplicativo:  $y_t = f(t) * u(t)$

 Modello additivo:  $y_t = f(t) + u(t)$

*Un modello additivo è appropriato quando l'intervento della componente erratica non influenza il livello medio della serie storica.*

*Se invece la fluttuazione erratica impatta proporzionalmente con il livello medio della serie diviene appropriato il modello moltiplicativo*

AT04

## Scomposizione della parte sistematica

La componente sistematica è pensata come la risultante della interazione di vari fattori, non direttamente osservabili, ma ben definiti sul piano concettuale

E' fuori discussione che i fatti economici siano soggetti a cambiamenti.

*Per certi elementi la variabilità è caotica e oscillatoria. Per altri è orientata in una direzione precisa ed è cumulativa.*

Alcuni fenomeni si modificano molto rapidamente, certi altri lentamente o molto lentamente.

*In certi casi l'evoluzione è così lenta da poter essere considerati invariabili (almeno per un certo periodo).*

L'approccio classico propone perciò di classificare i fattori secondo la velocità di cambiamento e di studiarli prima separatamente e poi nella loro interazione.

AT04

## Scomposizione della parte sistematica/2

E' necessaria dato che non siamo in grado di cogliere la complessità dei fenomeni che producono la serie storica.

E' inoltre utile per fini espositivi.

E' impossibile elencare tutti i fattori. Possiamo però classificarli secondo l'arco di tempo in cui esercitano i loro effetti

 IL MEGATREND

 II TREND

 II CICLO

 LA STAGIONALITA'

*Nell'approccio classico ogni componente agisce in modo autonomo rispetto alle altre*

*Si tratta di comode approssimazioni che aiutano a capire l'evoluzione del fenomeno, ma non sono il fenomeno*

AT04

## Il Megatrend

Il Megatrend è la COMPONENTE STRUTTURALE della serie storica ed esprime la linea evolutiva secondo la quale un sistema si trasforma in un altro.

Il Megatrend si concretizza in vere e proprie discontinuità temporali: catastrofi, nuove invenzioni, avvenimenti eccezionali, cambiamento di metodi e di leggi.

Esprimono, in un istante, l'effetto di eventi in sé trascurabili, ma che si sono accumulati in un periodo di tempo lunghissimo.



L'individuazione di questi punti è una triste necessità operativa perché in fondo fa violenza alla realtà la cui esistenza è invece un continuo ininterrotto flusso di trasformazioni.

Le teorie economiche spesso si traducono in modelli esplicativi di serie storiche

AT04

## Il Megatrend/2

I valori del Megatrend si realizzano "una tantum" ed è difficile inserirli in un modello matematico

Essi consentono di datare l'apparire e lo sparire di determinate tendenze e quindi di fissare i limiti cronologici di validità di un modello.

C'è inoltre il rischio della non comparabilità quando il periodo è troppo lungo

Tre osservazioni del Megatrend



Dalla fase "A" stabile e con lieve crescita, nel 42° periodo si passa ad un andamento burrascoso ed esasperato con un alternanza di crisi ed espansioni che dura fino al periodo 80°

Da qui in poi inizia una fase di declino che rapidamente porta il fenomeno ad esaurirsi

AT04

## Il Megatrend/3



Il funzionamento "normale" del sistema è rappresentabile con modelli.

Ogni fase è una "normalità" ed è descritta da un suo modello.

Nel momento critico in cui un modello si trasforma in un altro può succedere che elementi privi di importanza quando il sistema è a regime, diventino cruciali nel periodo di transizione: il megatrend realizza qui il suo valore

*Per rappresentare le fasi di passaggio ed il mutare di ruolo degli elementi nei punti critici sono necessarie tecniche matematiche (catastrophe theory) al di fuori dello scopo del nostro corso.*

AT04

# il Trend



**Il TREND o COMPONENTE TENDENZIALE è un sentiero predefinito che si pensa il fenomeno segua a meno di piccoli ed incontrollabili errori.**

**Il trend è determinato dallo sviluppo economico, dal progresso tecnico, dalla evoluzione dei costumi: fenomeni che per loro natura si manifestano con gradualità e lentamente**

**Per questo si esprime con una funzione "liscia" (smooth): ad esempio una polinomiale di grado non troppo elevato.**

**Meglio è però ritenuta una funzione monotona: lineare, esponenziale, logaritmica, logistica, etc. che ribadisca la tendenza univoca della serie almeno nell'arco di tempo studiato**

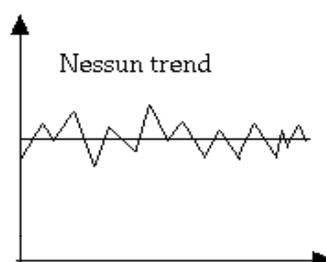
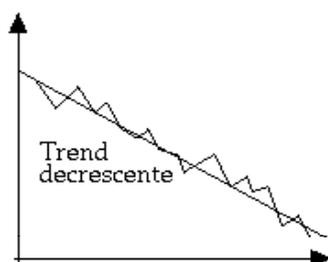
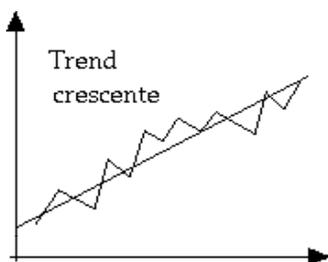
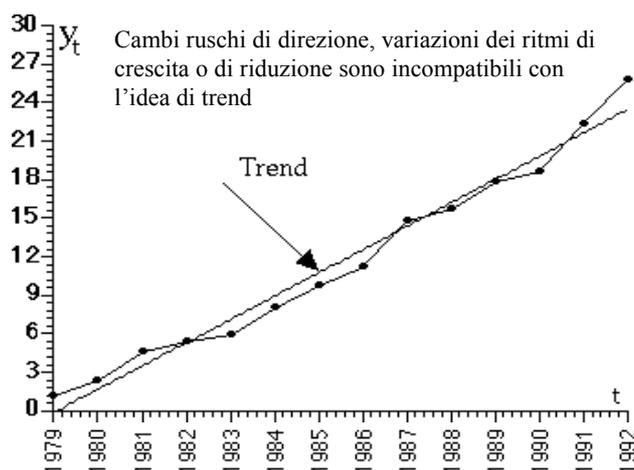
AT04

## Il Trend/2

**In sintesi il trend si riconosce nelle variazioni di lungo periodo nel livello medio della serie storica.**

**Quanto è lungo il periodo? Dipende dal numero di rilevazioni ed anche da valutazioni soggettive. Dovrebbe però coprire l'intero arco della serie.**

**Se nel grafico non si riscontra una tendenza persistente verso l'alto o verso il basso, la serie è senza trend.**



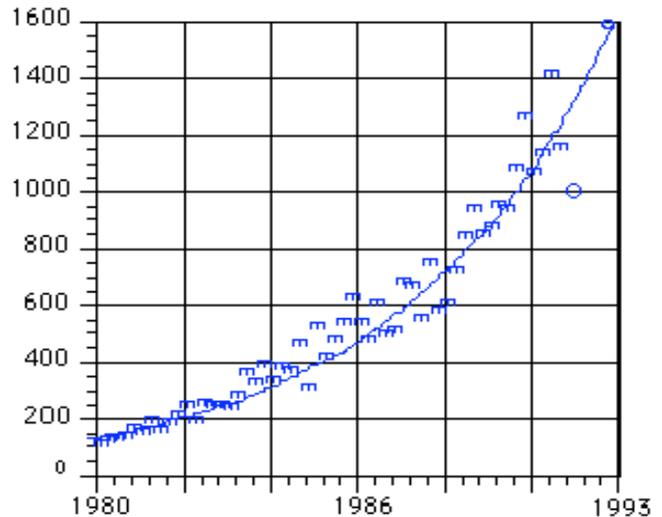
AT04

# Esempio

Lo scopo dei profili è di accertare l'esistenza del trend (o tendenza o gradiente) nella serie storica

Il trend è la stella polare del fenomeno descritto dalla serie storica

$$y_t = ae^{bt}$$

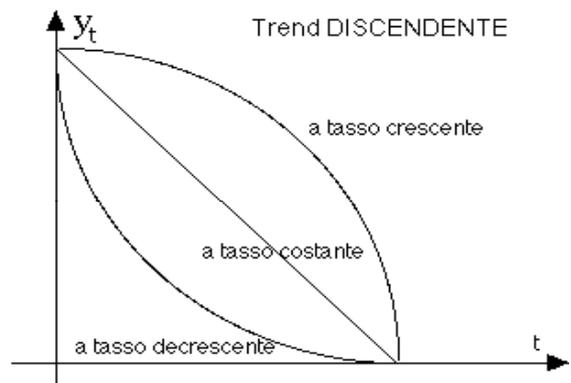
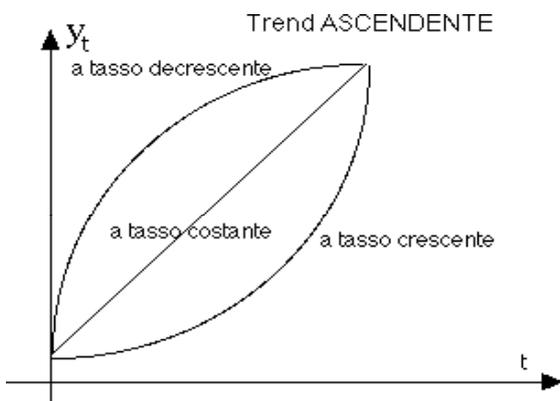


La curva può costituire il “modello” del fenomeno e semplificare le analisi e le previsioni

AT04

## Rappresentazione del trend

Nei grafici precedenti si è rappresentato il trend con una retta. Le funzioni abilitate sono però tantissime:



Ecco alcuni esempi di funzioni utilizzate per esprimere il trend

$$y_t = b_0 + b_1t + b_2t^2; \quad y_t = a(b)^t; \quad y_t = a(t)^b;$$

$$y_t = ae^{be^{ct}} \text{ (curva di Gompertz)}$$

$$y_t = \beta_0 + \frac{1}{1 + \beta_1 e^{-\beta_2 t}}$$

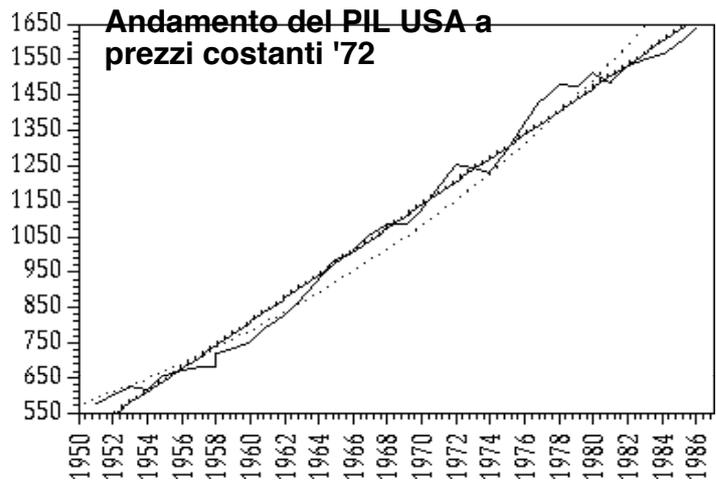
Curva logistica

AT04

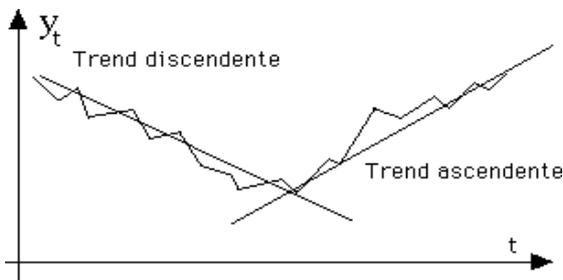
# Esempio di riconoscimento del trend

E' evidente un trend di crescita, ma la funzione che lo esprime è di difficile scelta:  
Escluse le esponenziali, vanno bene retta, quadratica ed anche logaritmica.

Il riconoscimento del trend è una delle fasi più delicate dell'approccio classico.  
Se la serie è relativamente stabile il problema è lieve, ma non è sempre così



*Una opportuna scelta della data di inizio e di fine del periodo d'analisi porta al trend che più ci piace*

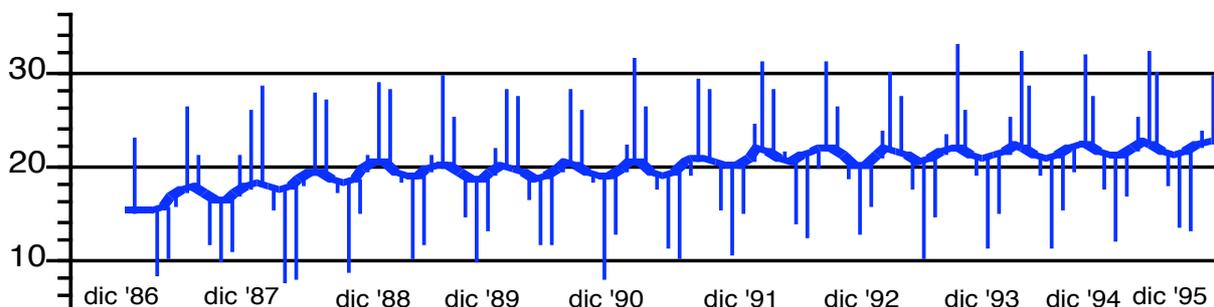


AT04

## I Barometri economici

Sono serie storiche artificiali ottenute aggregando e ponderando gruppi di serie mensili in base al loro comportamento (ad esempio il prezzo *spot* e il *future* del greggio).

L'idea è di racchiudere il movimento di fondo cosicché ciò che trasborda al di sopra (guadagno) e al di sotto (perdita) rappresenti il moto congiunturale.



Estendendo il principio fisico che “ad ogni azione corrisponde una reazione di segno opposto e di grandezza uguale” il tratto di prosperità che supera il barometro è un segno premonitore di un futuro periodo di depressione.

Questo è tanto più efficace quanto più le esondazioni dal barometro sono anticipate rispetto alla serie effettiva.

AT04

# Il Ciclo

**IL CICLO o COMPONENTE CONGIUNTURALE** è costituito da fluttuazioni dovute al succedersi di fasi crescenti e decrescenti del fenomeno.

L'idea di ciclo è più vaga di quella di trend. Studiando il grafico della serie si vede l'alternanza di moti verso l'alto e verso il basso, senza però una reale regolarità perché le fasi sono variabili in durata e grandezza

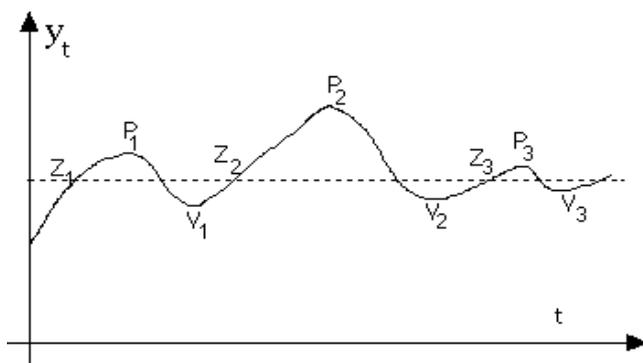
Nelle serie economiche i moti sono collegati con fasi di espansione o di contrazione dell'intero sistema economico.

Nella letteratura economica sono stati illustrati varie fluttuazioni cicliche:

- Ciclo di lungo periodo di Kuznets (durata di circa 20 anni)
- Ciclo di medio periodo di Juglar (durata 6-11 anni)
- Ciclo di breve periodo di Kitchin (durata di circa 3,5 anni)

AT04

## Il Ciclo/2



La componente ciclica rappresenta la rotazione di valori intorno al trend della serie.

Da un punto iniziale in cui non c'è attività ciclica, la serie arriva ad un PICCO, passa poi ad una fase di VALLE per riportarsi di nuovo ad un livello in cui il ciclo esaurisce la forza

La durata del ciclo è il PERIODO del ciclo che si può misurare in vari modi.

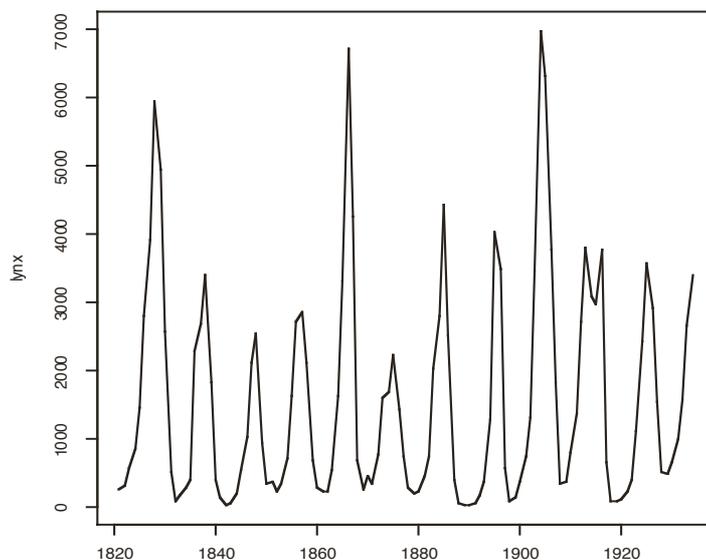
- 1) Da picco a picco: P1-P2, P2-P3
- 2) Da valle a valle: V1-V2, V2-V3
- 3) Da incrocio a incrocio: Z1-Z2, Z2-Z3

Come illustra la figura le fluttuazioni cicliche possono non essere regolari come regolari non sono le forze che le attivano oppure le frenano

AT04

# Esempio di serie storica ciclica

Linci catturate annualmente in Canada (Andrews et al. 1985)



E' evidente la periodicit  del fenomeno. Contando i minimi ed i massimi si accerta una periodicit  di 10-12 anni

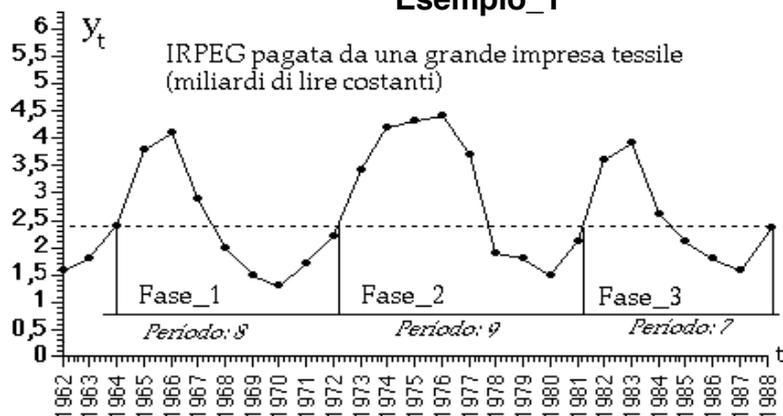
AT04

## Altri esempi sui cicli

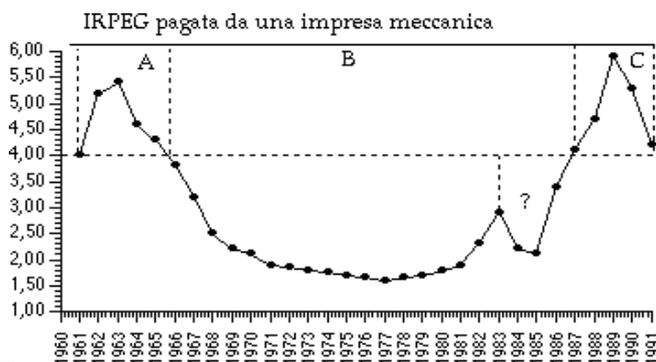
Nella fase 1 l'impresa tessile attraversa un periodo che inizia nel 1964 e si estende per circa 8 anni.

La fase crescita/decrecita si ripete nel periodo 73-81 e nel periodo 82-88

Esempio\_1



Esempio\_2



L'impresa meccanica passa due brevi, ma intensi periodi negli anni 61-65 e 86-91.

Per gran parte della fase centrale subisce un periodo di depressione appena interrotto nel 1983

AT04

# La stagionalità

La **STAGIONALITA'** o **COMPONENTE STAGIONALE** è costituita dai movimenti del fenomeno nel corso dell'anno che, per l'influenza di fattori climatici e sociali, tendono a ripetersi più o meno regolarmente.

La stagionalità scaturisce

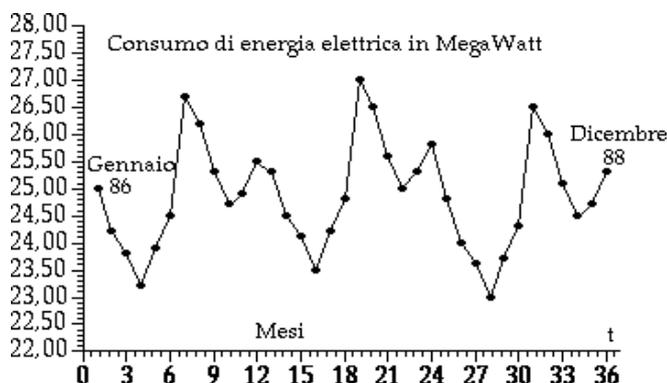
- ▮ Dal succedersi delle stagioni: ad es. le produzioni agricole.
- ▮ Da variazioni climatiche: ad es. consumo di combustibile
- ▮ Da tradizioni: consumo di dolci nel periodo natalizio o pasquale
- ▮ Da convenzioni: la sospensione estiva della produzione o della attività scolastica

L'idea di *stagionalità* nella serie storica va oltre la distinzione: autunno-inverno primavera-estate, e si estende a tutti i movimenti up-and-down che si ripetono secondo il calendario.

AT04

## La stagionalità/2

Perché ci sia stagionalità è essenziale che si ripeta lo stesso andamento anno per anno. Questo rende movimenti stagionali sono riconoscibili se presenti (non tutti i fenomeni li esibiscono)



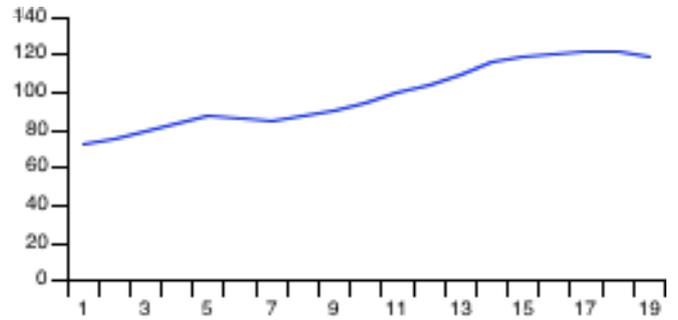
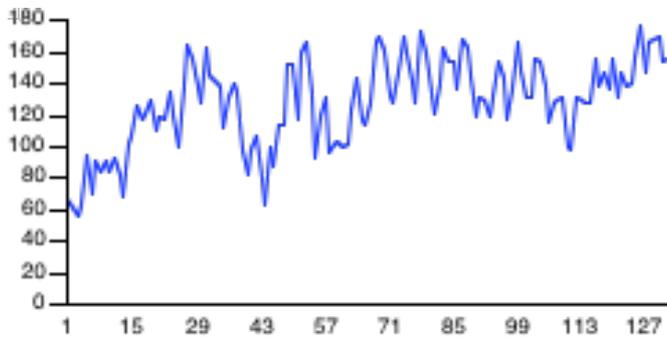
**Le fluttuazioni evidenziabili sono:**  
**Un picco molto alto nei consumi del periodo estivo: Lug/Ago**  
**Un picco nei mesi invernali: Dic/Gen**  
**Riduzione nei consumi nelle mezze stagioni.**

Per alcune serie storiche la periodicità infrannuale non è il trimestre. Ad esempio la spesa in consumi alimentari è più alta nell'ultima o nella prima settimana del mese che non in quelle centrali.

AT04

# Individuazione delle componenti

Installazione di linee telematiche interattive con le amministrazioni pubbliche. Dati giornalieri (1° grafico) e dati settimanali (2° grafico).

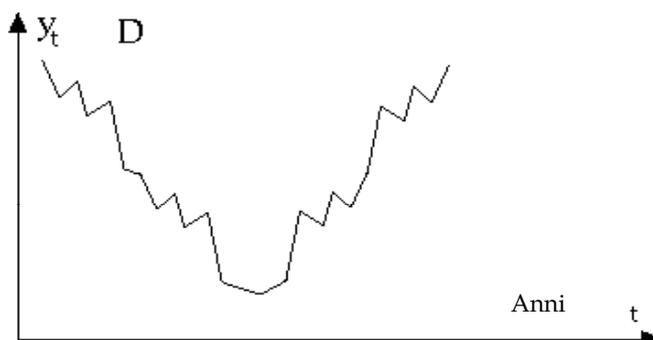
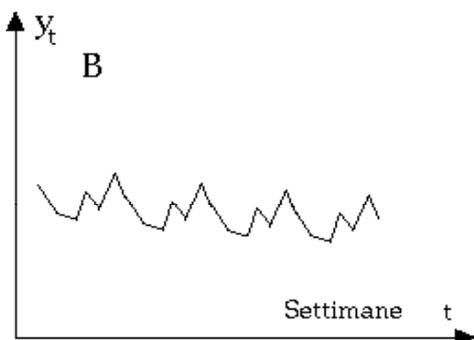
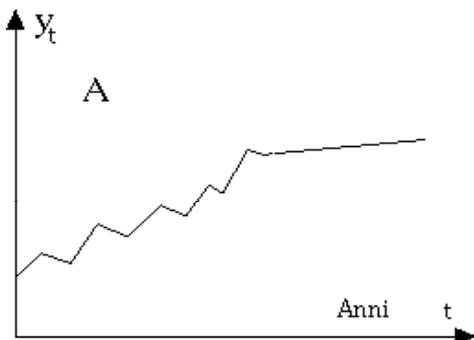


L'andamento stagionale è più evidente nel profilo giornaliero; il trend è più nitido in quello settimanale.

AT04

## Applicazione

Individuate, in ogni grafico, le componenti presenti



AT04

## Correzioni di calendario

Nelle serie storiche si presuppone che le unità di tempo in cui si rilevano i dati siano tutte della stessa ampiezza. Spesso così non è ed occorre fare degli aggiustamenti.

Ad esempio, per i dati mensili, poiché la durata è variabile occorre uniformare le rilevazioni

▣ Considerando il dato medio del periodo se ciò è possibile.

$$\text{Dato di gennaio} = \frac{\text{Totali di gennaio}}{31}; \quad \text{Dato di febbraio} = \frac{\text{Totali di febbraio}}{28}$$

$$\text{Dato 1 trim} = \frac{\text{Totali 1 Trim}}{\cancel{89}}; \quad \text{Dato 2 trim} = \frac{\text{Totali 2 trim}}{91}$$

▣ Moltiplicando il dato per un fattore di correzione ricavato dalla formula

$$\frac{\text{numero medio di giorni nell'unità di tempo}}{\text{numero effettivo di giorni nell'unità di tempo}}$$

AT04

## Correzioni di calendario/2

Ad esempio, per dei dati mensili si ha

$$\text{numero medio di giorni per mese} = \frac{365}{12} = 30.41667$$

$$\text{Fattore correttivo per gennaio} = \frac{30.41667}{31} = 0.981183$$

$$\text{Fattore correttivo per febbraio} = \frac{30.41667}{28} = 1.086310$$

Analoghe correzioni andranno apportate quando siano rilevanti il numero di giornate lavorative: queste non sono uniformi né per i mesi né per trimestri o semestri.

Altre correzioni si apportheranno per i dati sulle vendite (giornate di apertura dei negozi).

*Di volta in volta sarà l'unità di tempo della serie e la sua natura stessa a proporre le opportune correzioni di proporzionalità.*

AT04

# Esempio di serie storica a componenti separate

Nelle serie storica c'è una componente conoscibile ed una erratica

## ERRARE

v. intr. [io èrro ecc. ; aus. avere]

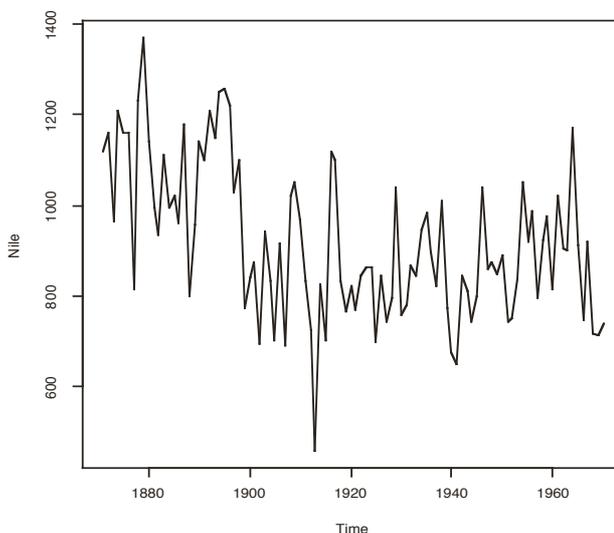
1 andare di qua e di là senza meta o senza scopo; vagare, peregrinare (anche fig.): errare per la città, per i campi; errare con lo sguardo, con la fantasia. Percorrere vagando: Dante... errava / pensoso peregrin la selva fiera

2 (lett.) allontanarsi, deviare dal retto sentiero, fuorviarsi

3 cadere in errore; ingannarsi, sbagliare, fallire.

AT04

Portata annuale del Nilo

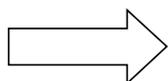


## I modelli di formazione del dato

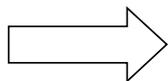
L'approccio classico propone modelli che ignorano il megatrend perché ha movimenti troppo lenti per interessare una analisi di breve-medio periodo.

Sono anche escluse le variazioni eccezionali ed episodiche in quanto ritenute incontrollabili.

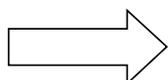
Ciò premesso i modelli utilizzati sono:



**Modello Additivo**



**Modello Moltiplicativo**



**Modelli Misti**



AT04

# Modello additivo

$$y_t = T_t + C_t + S_t + u_t; \quad t = 1, 2, \dots$$

Il trend è espresso nella unità di misura della "y".  
Le altre componenti sono deviazioni assolute -in più o in meno- dal trend e ne importano la stessa unità di misura.



## Esempio

*Se l'effetto stagionale di dicembre sulla serie storica delle vendite si traduce in un incremento di 250 unità rispetto alla media annuale, lo stesso potrà aversi l'anno successivo indipendentemente dal livello raggiunto dalle vendite*

AT04

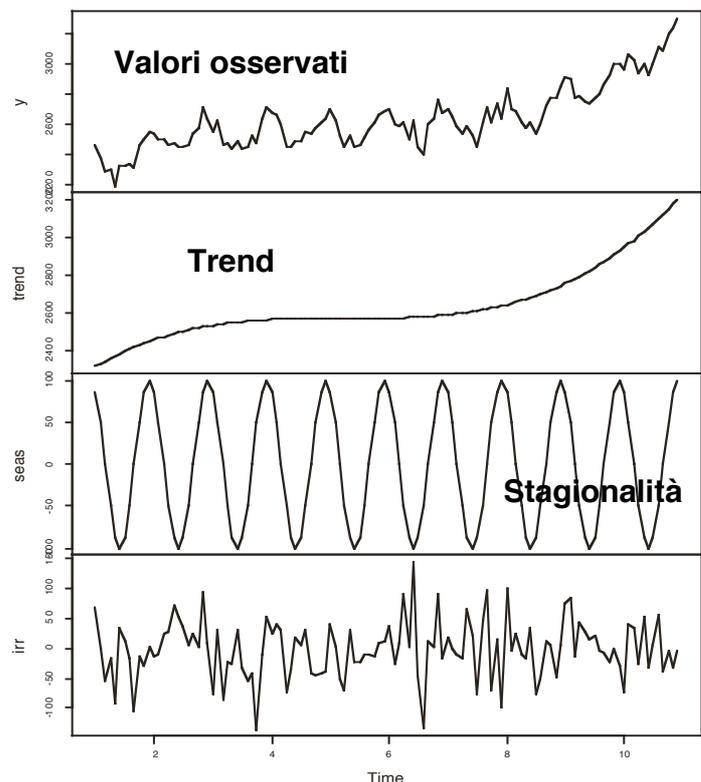
<http://www-personal.buseco.monash.edu.au/~hyndman/TSDL/index.htm>

## Esempio di serie storica additiva

E' valido se l'ampiezza della oscillazione stagionale non varia con il livello della serie.

Nel modello additivo, le componenti  $S_t, T_t, E_t$  sono espresse nella stessa unità di misura di  $y_t$ ;

L'errore può assumere valori positivi o negativi; 0 è il valore *neutrale*, nel senso che non influenza la serie.



AT04

# I modelli di formazione del dato/2

In alternativa c'è il



**Modello MOLTIPLICATIVO:**  $y_t = T_t * C_t * S_t * u_t; \quad t = 1, 2, \dots$

Il trend è sempre espresso nella stessa unità della "y", ma le altre sono in percentuale.

## Esempio

$C_t = 1.06$  indica che il valore attribuito alla componente ciclica, al tempo "t" ha un'incidenza pari al 6% del valore del trend alla stessa epoca "t"

Il modello additivo è applicabile a dati sia negativi che positivi. Tuttavia, ha avuto meno fortuna poiché implica indipendenza delle componenti.

Il modello moltiplicativo, pur limitato a soli valori positivi, coinvolge un legame di interazione tra le componenti che è più realistico

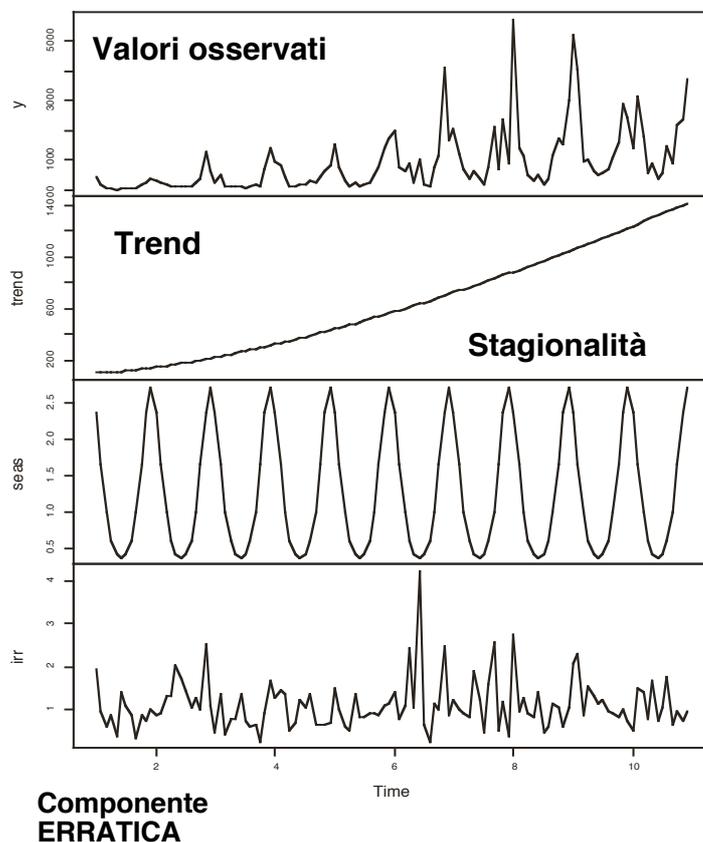
AT04

## Esempio di serie storica Moltiplicativa

Molte serie economiche esibiscono fluttuazioni stagionali che crescono all'aumentare del livello della serie; per tale motivo il modello moltiplicativo trova più larga applicazione.

In tale modello solo  $T_t$  (per convenzione) è espresso nell'unità di misura di  $y_t$ ;  $E_t$  e  $S_t$  sono numeri puri.

Nel modello moltiplicativo l'errore può assumere solo valori non negativi e ha 1 come valore *neutrale*



AT04

## Modelli misti

$$Y_t = T_t + C_t * S_t + u_t$$

$$Y_t = T_t * C_t + S_t + u_t$$

$$Y_t = T_t * (C_t + S_t) + u_t$$

*Tale scelta presenta problemi analitici ed è difficile da giustificare sul piano concettuale.*

Le difficoltà di misura delle componenti sono esasperate dalla loro interazione che non è eliminabile con il passaggio ai logaritmi

La complessità dei fenomeni che portano al ciclo è tale che se può solo avere una approssimazione

Si presume che il modello additivo o quello moltiplicativo siano comunque in grado di dare conto di questa componente anche se l'interazione è di tipo misto

AT04

## Essenza dell'approccio classico

*L'essenza dell'approccio classico consiste in definitiva nello studio del modello moltiplicativo (o, se si vuole, additivo nei logaritmi) ed in particolare*



### Determinazione del Trend

*Realizzata adattando una funzione "semplice" con la tecnica dei minimi quadrati*



### Determinazione del ciclo

*Realizzata calcolando degli indici di ciclicità che però operano con grande approssimazione*

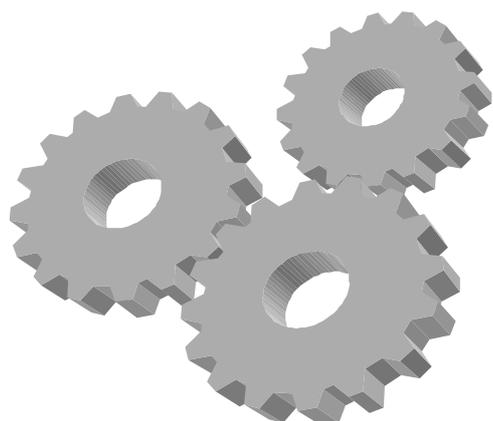


### Determinazione della stagionalità

*Realizzata rimuovendo gli effetti stagionali dalla serie storica*

AT04

## Metodo di residuazione



Le singole componenti non verranno stimate tutte insieme in simultanea, ma sono ottenute una dopo l'altra, attraverso dei residui

Questa è la naturale conseguenza dell'ipotesi che ogni componente eserciti la sua influenza in modo indipendente dalle altre.

La serie storica è la risultante di queste forze che riteniamo stiano agendo all'interno del fenomeno

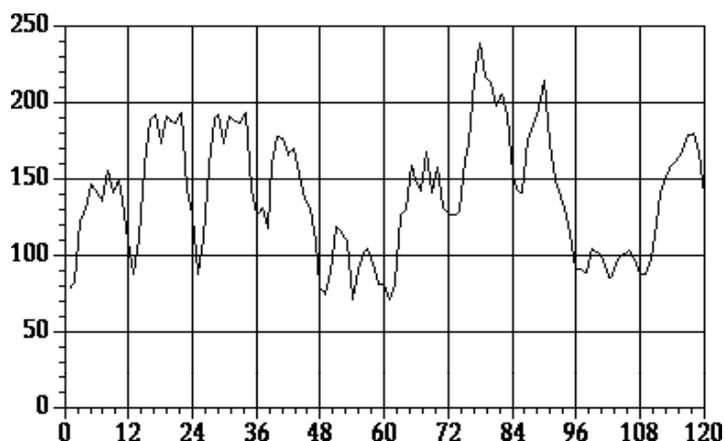
Ogni qualvolta si procede ad analizzare una serie storica di tipo economico con l'approccio classico si realizza una scissione del tutto in parti astratte che non esistono se non nella realtà del modello

AT04

## Un esempio di serie storica

| Mese      | 1975 | 1976 | 1977 | 1978 | 1979 | 1980 | 1981 | 1982 | 1983 | 1984 |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Gennaio   | 78   | 87   | 131  | 74   | 71   | 126  | 143  | 91   | 87   | 138  |
| Febbraio  | 82   | 111  | 117  | 88   | 81   | 129  | 141  | 88   | 97   | 156  |
| Marzo     | 122  | 157  | 158  | 118  | 125  | 162  | 175  | 104  | 121  | 196  |
| Aprile    | 130  | 189  | 177  | 114  | 130  | 173  | 185  | 102  | 141  | 228  |
| Maggio    | 146  | 192  | 176  | 109  | 159  | 214  | 195  | 96   | 151  | 242  |
| Giugno    | 141  | 173  | 165  | 71   | 149  | 238  | 214  | 85   | 158  | 245  |
| Luglio    | 135  | 191  | 170  | 90   | 142  | 216  | 173  | 86   | 162  | 253  |
| Agosto    | 155  | 187  | 152  | 101  | 167  | 212  | 149  | 97   | 167  | 260  |
| Settembre | 141  | 186  | 136  | 104  | 141  | 197  | 137  | 101  | 178  | 274  |
| Ottobre   | 148  | 193  | 130  | 94   | 157  | 205  | 131  | 103  | 180  | 273  |
| Novembre  | 135  | 143  | 108  | 81   | 131  | 191  | 114  | 96   | 166  | 240  |
| Dicembre  | 109  | 125  | 79   | 81   | 126  | 152  | 91   | 87   | 139  | 198  |
| Totale    | 1522 | 1934 | 1699 | 1125 | 1579 | 2215 | 1848 | 1136 | 1747 | 2703 |

**Andamento delle vendite mensili della ditta "Outdoor Srl" che opera nel ramo del camping e sport**



**In questa serie sono presenti sia gli effetti ciclici che quelli stagionali. Forse c'è anche un effetto di trend**

AT04

## Stima del trend

Perché sia plausibile la presenza del trend deve riscontrarsi una tendenza regolare e persistente (continua) riconducibile ad una qualche funzione matematica semplice.

In questo senso è molto utile la conoscenza del fenomeno analizzato perché il modello di trend è spesso suggerito da considerazioni teoriche

### Esempi

Se il livello medio della serie cresce proporzionalmente al valore raggiunto si ha la relazione differenziale:

$$f'(t) = af(t) \Rightarrow \frac{f'(t)}{f(t)} = a \Rightarrow f(t) = e^{at}$$

Se la crescita avviene invece in ragione inversa si ha:

$$f'(t) = \frac{a}{f(t)} \Rightarrow f'(t) * f(t) = a \Rightarrow f(t) = \sqrt{bt + c}$$

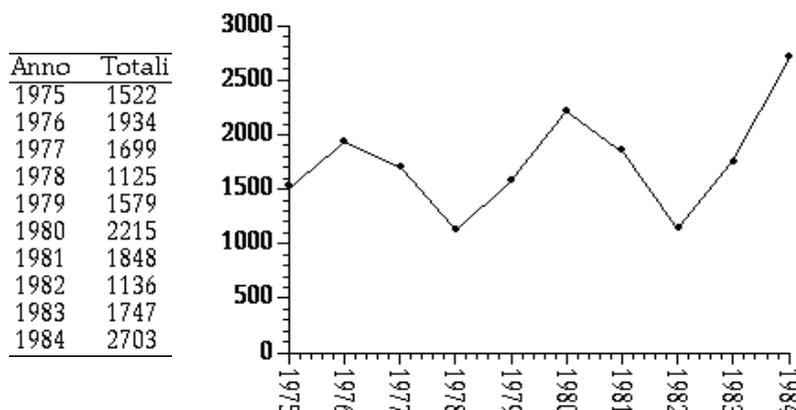
AT04

## Stima del trend/2

Per dati mensili o comunque con periodicità inferiore all'anno è necessario individuare il dato rappresentativo attribuibile all'anno. In genere è il totale annuo ovvero la media aritmetica dei dati mensili

### Esempio

Con riferimento ai dati della ditta Outdoor abbiamo



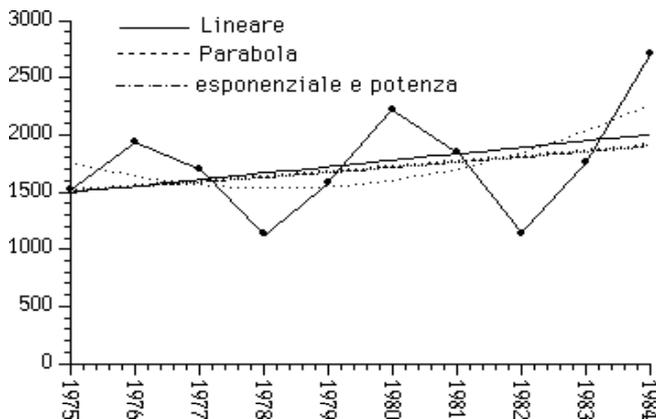
In questo esempio si vede l'effetto ciclico, ma il trend non è sicuro.

Occorre effettuare delle prove

**NB** la somma dei dati mensili attenua sia l'effetto stagionale (se c'è) che la componente erratica in quanto si realizzano delle compensazioni tra errori negativi ed errori positivi

AT04

## Stima del trend/3



E' chiaro che la presenza del ciclo disturba molto la stima del trend.

In questi casi non ci dobbiamo aspettare *fitting* elevati ed anche sulla significatività dei parametri occorre essere molto elastici.

Il trend quadratico sembra quello meno irragionevole

Lineare:  $y_t = 320.115 + 56.424t$ ; ( $\bar{R}^2 = 0.02$ )

Quadratica:  $y_t = 545.073 - 184.492t + 21.902t^2$  ( $\bar{R}^2 = 0.04$ )

logaritmica :  $y_t = a + b\text{Log}(t)$  ( $\bar{R}^2 = 0.000$ )

Esponenziale :  $\text{Log}(y_t) = a + bt$  ( $\bar{R}^2 = 0.000$ )

Queste stime si possono realizzare  
In Excel

AT04

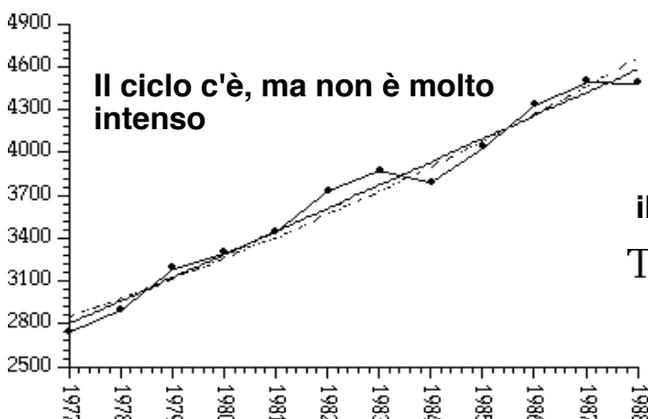
## Un altro esempio di serie storica

### Produzione trimestrale industria cartaria

| Anno | Trim1   | Trim2   | Trim3   | Trim4   | Media     |
|------|---------|---------|---------|---------|-----------|
| 1977 | 3017.60 | 3043.54 | 2094.35 | 2809.84 | 2741.3325 |
| 1978 | 3274.80 | 3163.28 | 2114.31 | 3024.57 | 2894.2400 |
| 1979 | 3327.48 | 3493.48 | 2439.93 | 3490.79 | 3187.9200 |
| 1980 | 3685.08 | 3661.23 | 2378.43 | 3459.55 | 3296.0725 |
| 1981 | 3849.63 | 3701.18 | 2642.38 | 3585.52 | 3444.6775 |
| 1982 | 4078.66 | 3907.06 | 2828.46 | 4089.50 | 3725.9200 |
| 1983 | 4339.61 | 4148.60 | 2916.45 | 4084.64 | 3872.3250 |
| 1984 | 4242.42 | 3997.58 | 2881.01 | 4036.23 | 3789.3100 |
| 1985 | 4360.33 | 4360.53 | 3172.18 | 4223.76 | 4029.2000 |
| 1986 | 4690.48 | 4694.48 | 3342.35 | 4577.63 | 4326.2350 |
| 1987 | 4965.46 | 5026.05 | 3470.14 | 4525.94 | 4496.8975 |
| 1988 | 5258.71 | 5189.58 | 3596.76 | 3881.60 | 4481.6625 |

In questo esempio si è accantonata la stagionalità "mediando" i vari trimestri.

La linea di tendenza è nettamente ascendente e per rappresentarla basta una retta dato che a questa si sovrappongono anche modelli più complessi



Il ciclo c'è, ma non è molto intenso

$$T_t = 2636.35 + 162.17t; \quad \bar{R}^2 = 0.977$$

(47.373)      (21.447)

il valore del trend per il 1983 é:

$$T_7 = 2636.35 + 162.17 * 7 = 3771.54$$

AT04

## Esercizio\_3

1) Per le tre seguenti affermazioni dichiaratevi favorevoli o contrari e spiegate il perchè

- a) Il termine *oscillazione ciclica* è appropriato in quanto fa riferimento alla grande regolarità dei movimenti ciclici.
- b) Il modello additivo ha avuto molta fortuna tra gli esperti dato che include l'idea di interdipendenza tra le componenti della serie storica.
- c) Se si hanno dati mensili il trend deve essere stimato a partire da dati mensili soprattutto se si vuole misurare l'effetto di trend su base mensile.
- d) Il modello moltiplicativo misura le variazioni percentuali rispetto al trend laddove quello additivo misura le variazioni assolute.

2) Disegnate, anche approssimativamente, la gamma di curve che sono in grado di esprimere le due funzioni seguenti

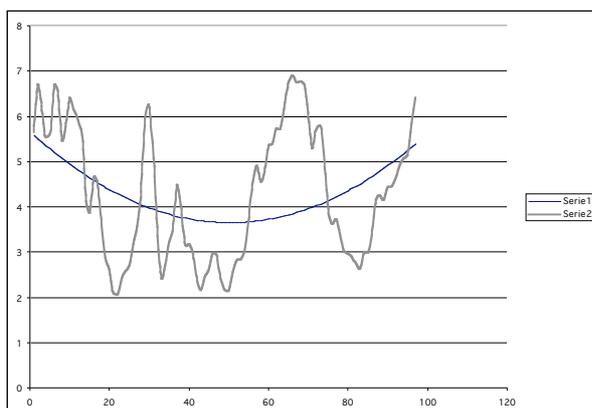
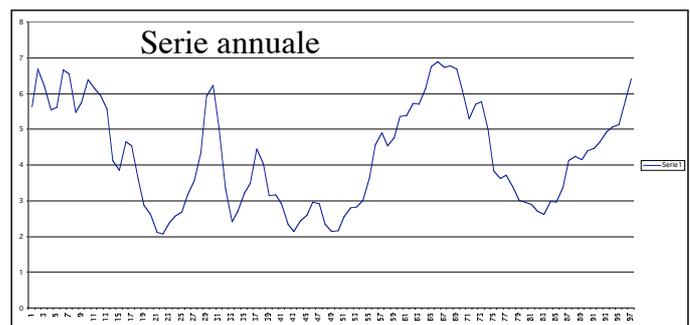
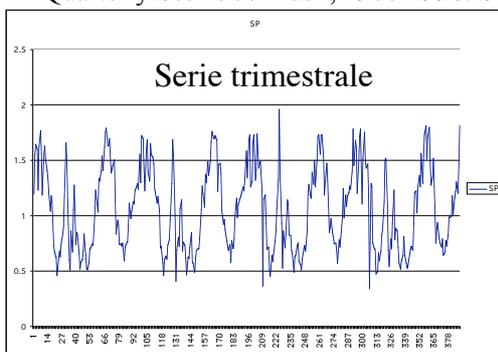
a)  $T_t = b_0 + b_1t + b_2t^2$  ;

b)  $T_t = b_0(b_1)^t$

AT04

## Esempio

Quarterly S&P 500 index, 1900-1996. Source: Makridakis, Wheelwright and Hyndman (1998)



Selezione 5 righe e tante colonne quante  
Sono le variabili esplicative (intercetta inclusa)

=REGR.LIN(C2:C98;D2:E98;VERO;VERO)

Tasti Invio+Command(mela)

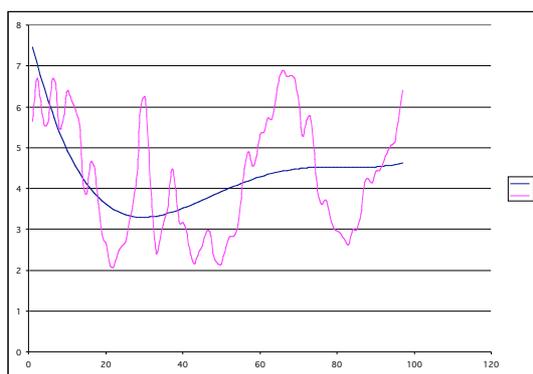
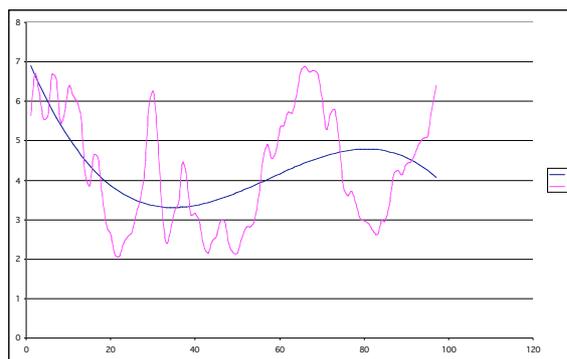
|          | T2         | T1         | T0         |
|----------|------------|------------|------------|
|          | 0.00079677 | -0.0799434 | 5.66385138 |
|          | 0.00019679 | 0.01990451 | 0.4225929  |
| R-Quadro | 0.14960065 | 1.35884556 | #N/D       |
|          | 8.26815111 | 94         | #N/D       |
|          | 30.5336412 | 173.567357 | #N/D       |

4.04892601 -4.0163475 13.4026183 T di Student

AT04

# Esempio

Quarterly S&P 500 index, 1900-1996. Source: Makridakis, Wheelwright and Hyndman (1998)



| T3           | T2         | T1         | T0         |            |
|--------------|------------|------------|------------|------------|
| -3.09351E-05 | 0.00534423 | -0.2591198 | 7.16451513 |            |
| 7.38118E-06  | 0.0011001  | 0.04652472 | 0.52918483 |            |
| 0.284701089  | 1.25292441 | #N/D       | #N/D       |            |
| 12.33852537  | 93         | #N/D       | #N/D       |            |
| 58.10777648  | 145.993222 | #N/D       | #N/D       |            |
|              |            |            |            |            |
| -4.191081237 | 4.8579504  | -5.5695076 | 13.5387766 |            |
| T4           | T3         | T2         | T1         | T0         |
| 4.92575E-07  | -0.0001275 | 0.01144759 | -0.393641  | 7.85405127 |
| 2.99516E-07  | 5.9159E-05 | 0.00386802 | 0.09389556 | 0.67141067 |
| 0.305128868  | 1.24159737 | #N/D       | #N/D       | #N/D       |
| 10.09966258  | 92         | #N/D       | #N/D       | #N/D       |
| 62.27710658  | 141.823892 | #N/D       | #N/D       | #N/D       |
|              |            |            |            |            |
| 1.644569968  | -2.154866  | 2.95954863 | -4.1923286 | 11.6978351 |

La quartica non è necessaria dato che il coefficiente di T4 è poco significativo. R2 aumenta di poco ed il test F addirittura peggiora

Attenzione. All'aumentare del grado subentrano Seri problemi di calcolo numerico, multicollinearità e autocorrelazione nei residui.

AT04

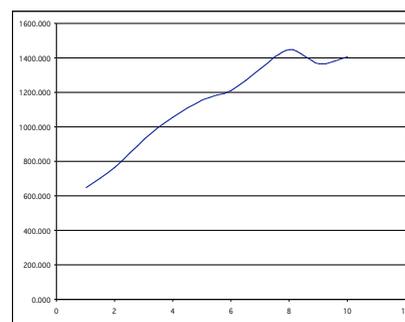
Portland Oregon average monthly bus ridership (/100)  
January 1973 through June 1982, n=114

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |    |          |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----|----------|
| 648  | 646  | 639  | 654  | 630  | 622  | 617  | 613  | 661  | 695  | 690  | 707  | 1  | 651.833  |
| 817  | 839  | 810  | 789  | 760  | 724  | 704  | 691  | 745  | 803  | 780  | 761  | 2  | 768.583  |
| 857  | 907  | 873  | 910  | 900  | 880  | 867  | 854  | 928  | 1064 | 1103 | 1026 | 3  | 930.750  |
| 1102 | 1080 | 1034 | 1083 | 1078 | 1020 | 984  | 952  | 1033 | 1114 | 1160 | 1058 | 4  | 1058.167 |
| 1209 | 1200 | 1130 | 1182 | 1152 | 1116 | 1098 | 1044 | 1142 | 1222 | 1234 | 1155 | 5  | 1157.000 |
| 1286 | 1281 | 1224 | 1280 | 1228 | 1181 | 1156 | 1124 | 1152 | 1205 | 1260 | 1188 | 6  | 1213.750 |
| 1212 | 1269 | 1246 | 1299 | 1284 | 1345 | 1341 | 1308 | 1448 | 1454 | 1467 | 1431 | 7  | 1342.000 |
| 1510 | 1558 | 1536 | 1523 | 1492 | 1437 | 1365 | 1310 | 1441 | 1450 | 1424 | 1360 | 8  | 1450.500 |
| 1429 | 1440 | 1414 | 1424 | 1408 | 1337 | 1258 | 1214 | 1326 | 1417 | 1417 | 1329 | 9  | 1367.750 |
| 1461 | 1425 | 1419 | 1432 | 1394 | 1327 |      |      |      |      |      |      | 10 | 1409.667 |

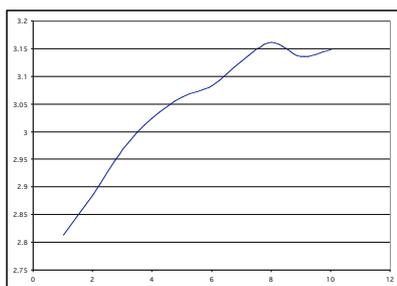
<http://www-personal.buseco.monash.edu.au/~hyndman/TSDL/index.htm>

Ricerca del trend: forse una quadratica per A

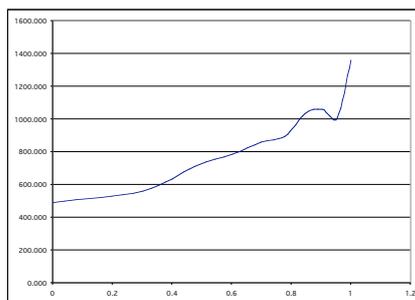
# Esempio



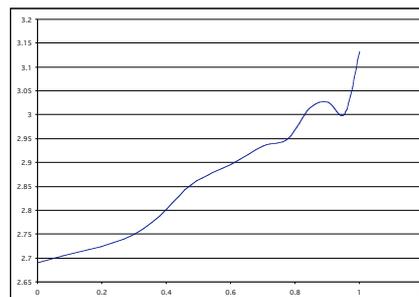
(t, Y<sub>t</sub>)



(A: t, LogY<sub>t</sub>)



(B: Logt, Y<sub>t</sub>)

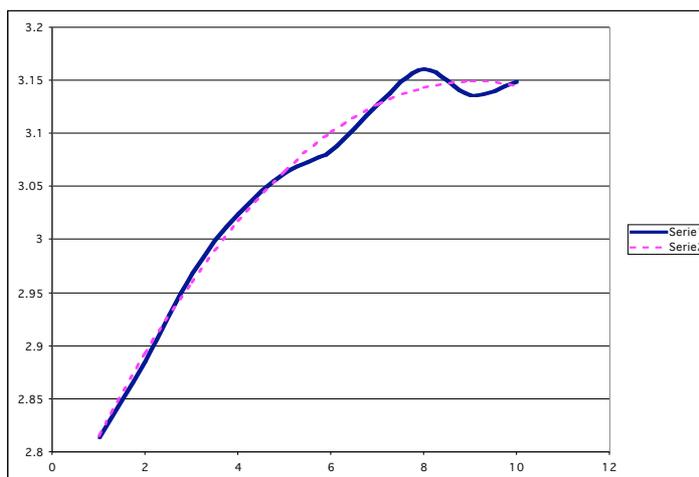


(C: Logt, LogY<sub>t</sub>)

AT04

## Esempio - Continua

Il trend è stato individuato.  
Infatti le diagnostiche sono tutte favorevoli a questa soluzione



-0.0051 0.0932 2.7266

0.0005 0.0058 0.0139

0.9922 0.0118 #N/D

446.6639 7.0000 #N/D

0.1252 0.0010 #N/D

-9.95608 16.02 195.8

AT04

*Esiste tuttavia un ciclo di periodicità variabile che ha un certo impatto soprattutto nell'ultimo periodo della serie storica*

## Modifica dell'unità di misura del trend

Per ottenere la stima del trend a livello di sottounità di tempo occorre riscalarne i coefficienti dell'equazione del trend

Supponiamo che tale equazione sia

$$T_t = b_0 + b_1 t$$



Se i dati annuali derivano da una MEDIA dei valori delle sottounità occorre:

Dividere "b1" per un fattore dato dall'unità di tempo "nuova" fratto l'unità di tempo "vecchia". Nel caso in esempio il trend è stimato in anni perciò l'unità vecchia è "1"; l'unità nuova è invece il trimestre cioè "4", quindi

$$T_t = b_0 + \frac{b_1}{4} t$$

in cui "t" è ora espresso in trimestri

Ad esempio  $T_{27} = 2636.35 + \frac{162.17}{4} * 27 = 3730.9975$

"27" corrisponde al 3° trimestre del 7° anno

AT04

## Modifica dell'unità di misura del trend/2



Se i dati annuali derivano da un TOTALE dei valori delle sottounità occorre:

Dividere entrambi i membri dell'equazione del trend sulle medie per l'unità di tempo "nuova": 4, per cui:

$$T_t = \frac{b_0}{4} + \frac{b_1}{16} * t$$

Dove però l'equazione del trend è applicata ai totali annuali:

$$T_t = 10545.413 + 648.695t$$

Ad esempio, per stimare, il dato del 3° trimestre del 7° anno si userà

$$T_{27} = \frac{10545.413}{4} + \frac{648.695}{16} * 27 = 3731.026$$

AT04

## Modifica dell'unità di misura del trend/3

Se il trend è stimato con una funzione esponenziale, cioè i valori del trend sono in scala logaritmica,

$$T_t = b_0(b_1)^t \Rightarrow \text{Log}(T_t) = \text{Log}(b_0) + \text{Log}(b_1) * t$$

la correzione per dati in media è

$$T_t = \text{Log}(b_0) + \text{Log}(b_1) * \frac{t}{k}$$

dove k=12 se l'unità è il mese, k=4 se è il trimestre, k=2 se è il semestre, etc.

la correzione per dati in totale è

$$T_t = \text{Log}\left(\frac{b_0}{k}\right) + \text{Log}(b_1) * \frac{t}{k}$$

AT04

## Modifica dell'unità di misura del trend/4

Nel caso precedente si è notato che se si usano dati di media si riscalda la sola "t". Se invece si sono usati dati totali si riscalda anche l'intercetta.

Applicando questa regola alla funzione potenza

$$T_t = b_0(t)^{b_1} \Rightarrow \text{Log}(T_t) = \text{Log}(b_0) + b_1 \text{Log}(t)$$

Si ha

$$\text{Media: } \text{Log}(T_t) = \text{Log}(b_0) + b_1 \text{Log}\left(\frac{t}{k}\right)$$

$$\text{Totali: } \text{Log}(T_t) = \text{Log}\left(\frac{b_0}{k}\right) + b_1 \text{Log}\left(\frac{t}{k}\right)$$

*Da ricordare, in questo come nel precedente caso, che i coefficienti delle equazioni in Totali e medie NON SONO GLI STESSI*

AT04

## Esercizio

a) Quali sono le modifiche da apportare per riscaldare il trend quadratico ai valori di media e di totale?

$$T_t = b_0 + b_1 t + b_2 t^2$$

b) Discutete brevemente la stima per sottounità temporali.

AT04

## Estrapolazione del trend

il trend rappresenta l'intensità che il fenomeno avrebbe assunto se la serie fosse stata influenzata solo dalle forze di medio-lungo periodo (supposto che il modello adottato sia valido).

Una volta che il trend è stimato (e magari riscaldato) si può estrapolarne i valori per periodi successivi all'ultimo dato disponibile

### Esempio

Un trend è stato stimato con la funzione di potenza su dati mensili totali-annui per il periodo marzo '83-settembre '89 (n=79). Il risultato è

$$\text{Log}(T_t) = \text{Log}\left(\frac{234.7}{12}\right) + 1.06 * \text{Log}\left(\frac{t}{12}\right)$$

Per l'80° periodo (ottobre '89) avremo

$$\text{Log}(T_{80}) = 2.973 + 1.06 * \text{Log}\left(\frac{80}{12}\right) = 2.973 + 2.011 = 4.984$$

$$T_{80} = e^{4.984} = 146.057$$

AT04

## Prudenza nell'estrapolazione del trend

L'estensione del trend oltre il periodo di stima è valida quando è sicuro che le stesse forze che lo determinano continueranno ad agire. E' necessario perciò essere in periodi lontani dalle "cesure" dovute ai megatrend

E' da ricordare che il trend è solo una delle componenti e che perciò l'estensione ha senso solo se la ciclica, la stagionale e l'erratica hanno effetti ridotti.

$$Y_t = f(T_t; C_t; S_t; U_t)$$

Più complicata è la funzione del trend meno plausibile ne è la sua estensione. A meno di precise motivazioni matematiche e di fitting, sarà in genere sufficiente una retta (magari con uno o entrambi gli assi in scala logaritmica).

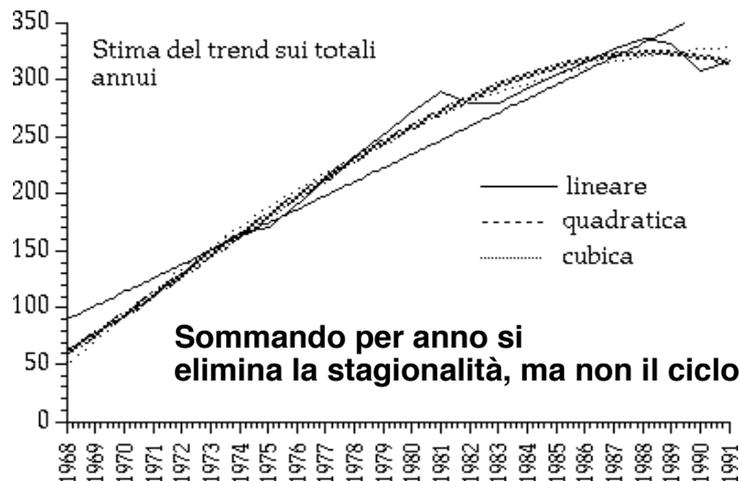
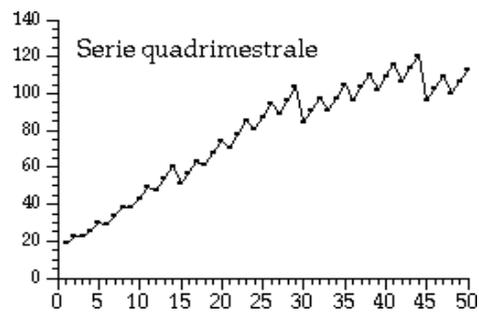
La stima del trend delle serie economiche dovrebbe almeno coinvolgere da 20 a 25 anni di rilevazioni

AT04

# Esempio di stima ed estrapolazione del trend

**Numeri indici immigrazione in Italia  
-dati quadrimestrali-**

| Anno | I Q    | II Q   | III Q  |
|------|--------|--------|--------|
| 1968 | 22.38  | 19.36  | 22.42  |
| 1969 | 25.88  | 22.42  | 29.73  |
| 1970 | 29.57  | 29.73  | 33.89  |
| 1971 | 38.65  | 33.89  | 38.14  |
| 1972 | 43.35  | 38.14  | 49.02  |
| 1973 | 47.95  | 49.02  | 54.02  |
| 1974 | 60.52  | 54.02  | 51.01  |
| 1975 | 57.01  | 51.01  | 63.37  |
| 1976 | 60.93  | 63.37  | 67.47  |
| 1977 | 74.32  | 67.47  | 70.84  |
| 1978 | 77.77  | 70.84  | 84.96  |
| 1979 | 80.34  | 84.96  | 87.52  |
| 1980 | 94.92  | 87.52  | 89.14  |
| 1981 | 96.48  | 89.14  | 103.99 |
| 1982 | 84.43  | 103.99 | 91.01  |
| 1983 | 97.74  | 91.01  | 90.94  |
| 1984 | 97.61  | 90.94  | 104.39 |
| 1985 | 96.78  | 104.39 | 103.51 |
| 1986 | 110.36 | 103.51 | 102.01 |
| 1987 | 108.82 | 102.01 | 115.74 |
| 1988 | 106.74 | 115.74 | 113.64 |
| 1989 | 120.63 | 113.64 | 96.58  |
| 1990 | 102.79 | 96.58  | 109.10 |
| 1991 | 100.44 | 109.10 | 106.76 |



AT04

## Esempio

Poichè la polinomiale fino al cubo non si adatta al trend proviamo, in base al TS plot, la curva logistica

$$T_t = \frac{360}{1 + b_0 e^{-b_1 t}} \Rightarrow \text{Log} \left( \frac{360}{T_t} - 1 \right) = \text{Log}(b_0) + b_1(-t)$$

$$T'_t = 1.404 - 0.171t; \bar{R}^2 = 0.94 \Rightarrow T_t = \frac{360}{1 + 4.072 e^{-0.171t}}$$

$$\Rightarrow T_t = \frac{\frac{360}{3}}{1 + 4.072 e^{-\frac{0.171}{3}t}} = \frac{120}{1 + 4.072 e^{-0.057t}}$$

Per il secondo quadrimestre '92 si ha  $T_{74} = \frac{120}{1 + 4.072 e^{-0.057 \cdot 74}} = 118.258$

AT04