

Rapporti statistici

Alcuni concetti sono così generali che non si trovano spunti sufficienti per fissare una loro definizione operativa.

Il dislivello semantico tra i concetti e le operazioni concrete di misura è troppo ampio per essere coperto in un solo passaggio (R. Curatolo)

In questo ciclo di lezioni approfondiremo una delle tecniche più semplici -i rapporti statistici- messe a punto per costruire variabili in grado di esprimere sia variazioni qualitative che quantitative in molti fenomeni.

Essa è basata sull'idea di ragguagliare le modalità di una variabile a quelle di un'altra (o di altre) di modo che i risultanti rapporti formino un correlato reale, statisticamente gestibile.



a.a. 2004-5

Confronto di informazioni

Le informazioni analizzate singolarmente non sono sempre significative. Occorre trasformarle ed associarle per ricavarne il contenuto informativo

Una trasformazione frequente è il rapporto (quoziente, saggio, *ratio*, etc.)

$$R_i = \frac{Y_i}{X_i} \quad X_i \neq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

La divisione crea una relazione binaria tra due numeri e può avere due scopi



DIVIDERE

Quanta parte del numeratore è attribuibile ad ogni singola parte del denominatore

REDDITO PRO-CAPITE



COMPARARE

Confronto tra due situazioni diverse

EFFICIENZA = BENEFICIO/COSTO

a.a. 2004-5

Esempi (*pro rata parte*)

La percentuale

1) Che percentuale di 70 è 13? Si imposta la proporzione: 13 sta a 70 come "x" sta a 100. Ciò implica la divisione di 13 per 70 e poi la moltiplicazione per 100:

$$x = \frac{13}{70} * 100 = 18.57$$

in cui il segno = indica equivalenza sostanziale perché sono state troncate le cifre dopo la seconda posizione decimale.

2) Qual'è il 32% di 127? Anche qui c'è una proporzione: 32 sta a 100 come "x" sta a 127 che si risolve moltiplicando 127 per 32 e dividendo per 100:

$$x = \frac{32}{100} * 127 = 0.32 * 127 = 40.64$$



a.a. 2004-5

Significato generale

E' importante abituarsi a leggere i rapporti statistici (ed i loro reciproci)

$$\frac{\text{Produzione di uva}}{\text{Superficie vitata}} = 50$$

Ogni ettaro di superficie vitata produce "mediamente" 50 q.li di uva



$$\frac{\text{Superficie vitata}}{\text{Produzione di uva}} = 0.02$$

Per produrre un q.le di uva è necessario destinare mediamente a vite 0.02 ettari di superficie agraria

a.a. 2004-5

Efficacia dei rapporti

Perché il rapporto sia costruttivo, tra le due variabili deve esistere un legame del tipo:



ESEMPI
 Disoccupati/Residenti (sbagliato)
 Disoccupati/Residenti in età lavorativa (giusto)

In mancanza di legami logici e funzionali si rischia di proporre rapporti semplicistici e/o fuorvianti

a.a. 2004-5

Esempi (false premesse)

a) Durante l'inverno una superstrada di montagna è spesso coperta dalla neve creando disagi agli automobilisti. In questo periodo il numero di incidenti gravi oscilla tra 28 e 51); nel periodo estivo gli incidenti gravi variano tra 43 e 124.

Ne consegue che temperature rigide e neve evitano un gran numero di incidenti.

b) Il mezzo di trasporto più sicuro sono le navicelle spaziali visto lo scarso numero di incidenti.

c) Tra i condannati all'ergastolo solo il 10% erano pregiudicati; invece, tra chi ha ricevuto condanne per sei mesi o meno, ben l'80% ha reiterato il reato.

Quindi, le brevi pene detentive sono un deterrente più efficace contro i reati gravi

a.a. 2004-5

Applicazione/1

Confronto del numero di sinistri automobilistici in due province:

Provincia	Sinistri al 1981	Veicolo circolanti	Rap.	Rap. %	Rap.
Napoli	36'828	1'021'736	0.036	3.6%	26
Catanzaro	7'375	44'549	0.167	16.7%	167

Ragguagliando i sinistri al numero di veicoli circolanti si elimina l'effetto "dimensione" ed il confronto può quindi essere correttamente realizzato



I rapporti statistici sono variabili autonome anche se si formano da due altre variabili.

Sono da considerarsi un modo per definire le variabili nelle indagini cui mancano o non bastano quelle suggerite dal problema.

a.a. 2004-5

Applicazione/2

Il rapporto è una variabile singola anche se si ottiene fondendo informazioni relative a due o più variabili diverse.

E' usato come variabile autonoma rispetto a quelle costituenti, ma nel senso di separata e non nel senso di indipendente. %

Non è corretto utilizzare insieme la variabile rapporto e le variabili costituenti in contesti in cui è presupposta l'assenza di legami tra tutte le variabili coinvolte.

ESEMPIO:

Confronto di alcuni indicatori rilevanti tra Italia e UE

Indicatori	> media	media	< media
Addetti per impresa	1	1	17
Fatturato per impresa	3	1	15
Fatturato per addetto	17	2	0
Costo del lavoro per addetto	9	9	1
Valore Aggiunto/fatturato	3	2	5
Marg. Oper. Lordo	11	3	7
Fatt. Serv. Ind./Fatturato	10	2	7
Costo Serv. Industr./Fatt.	19	0	0
Costo Altri Serv./Fatt.	13	4	2
Investimenti/Fatturato	9	2	8

Il costo del lavoro per addetto in Italia è quasi sempre maggiore o uguale della media UE ed è inferiore il fatturato per impresa.

In entrambi i casi la connotazione è negativa.

a.a. 2004-5

La standardizzazione

I rapporti statistici sono essenziali per descrivere analogie e differenze fra rilevazioni diverse.

ESEMPIO:
il rapporto "item prodotti/ore lavorate" è utilizzabile per la comparazione della produttività purché il posto di lavoro sia più o meno lo stesso, le imprese siano simili, etc.

Se si ampliano i fattori di cui considerare le variazioni i rapporti risultano poco significativi o, addirittura, irrazionali.

In effetti il rapporto statistico è richiamato nei commenti e nelle valutazioni in base a due presupposti:



a) Rimane costante nel contesto considerato;



b) E' generalizzabile per proporzionalità;

a.a. 2004-5

La standardizzazione/2

Il primo punto riguarda il concetto di media.

Se in un'impresa che ha 10 stabilimenti si è lavorato per 1'024'000 ottenendo 5'100 item allora ogni item avrà richiesto -in media- $1'024'000/5'100 = 200$ ore.

Non è però detto che nei 10 stabilimenti si sia sempre avuta questa produttività.

Poiché il rapporto è un dato fittizio, il livello 200 potrebbe non essersi verificato in nessuno di essi.



a.a. 2004-5



La standardizzazione/3

Il secondo punto è riferito alla conversione tra una base numerica ed un'altra.

Se si sono verificati 4 casi di enfisema polmonare su un totale di 250 operaie fumatrici, l'incidenza sarà:

$$\frac{4}{250} = \frac{0.016}{1} = \frac{16}{1'000}$$



cioè 16 ammalate ogni mille operaie fumatrici.

Il presupposto è che il tasso malattia sia lo stesso fra 250 e 1000 operaie e questo non è certo: gli stabilimenti più grandi hanno forse maggiori controlli.

D'altra parte non è neanche detto che esista uno stabilimento che abbia 1000 operaie fumatrici (e meno male!).

a.a. 2004-5

Caratteristiche dei rapporti statistici

Le proprietà dei rapporti sono evidenti, ma vale la pena ricordarle:

$$\left\{ \begin{array}{ll} 1) R_i = 1 \text{ se e solo se } Y_i = X_i & 3) R_i > 1 \text{ se e solo se } Y_i > X_i \\ 2) R_i < 1 \text{ se e solo se } Y_i < X_i & 4) R_i = \frac{aY_i}{aX_i} \text{ per ogni } a \neq 0 \end{array} \right.$$

Particolare rilevanza ha l'ultima in quanto consente di non preoccuparsi troppo dell'ordine di grandezza delle variabili componenti.

Disoccupazione per sesso e per ripartizione geografica.

E' subito evidente quale sia la combinazione più diffusa: 27.66% cioè donna e meridionale (e disoccupata).

Ripartizioni	Maschi		Femmine		Totale	
	Unità	%	Unità	%	Unità	%
Nord	324	4.91	433	9.94	756	6.90
Centro	180	6.62	235	13.94	415	9.42
Sud	793	16.46	647	27.66	1439	20.10
Italia	1297	9.17	1314	15.68	2611	11.59

a.a. 2004-5

Utilità dei rapporti

L'utilità dei rapporti sta nell'essere indipendenti dall'unità di misura

Le informazioni date dai rapporti statistici sono grezze ed il loro uso è giustificato solo in occasioni particolari o in mancanza di informazioni dirette.

Spesso si impiega una "batteria" di rapporti per spiegare certi fenomeni.



- ◆ Analisi di Bilancio
- ◆ Rischio-Paese
- ◆ Impatto ambientale
- ◆ Indicatori sociali

La semplicità non deve però ingannare: con essi si possono saggiare, magari superficialmente, fenomeni complessi e non abordabili per altre vie.

a.a. 2004-5

Ragioni per usare i R.S.



La grande diffusione dei rapporti statistici dipende da varie ragioni:

- 1) Il dato su di un rapporto è spesso più accessibile come tale che non attraverso i dati che lo compongono:

Nelle analisi cliniche è difficile stabilire quando costa l'errore di classificare un A come B: $E(A|B)$ oppure un B come un A: $E(B|A)$. E' più semplice stabilire il loro rapporto: $E(A|B)/E(B|A)$: ad esempio 1:5 senza parlare di lire.

- 2) Si tratta di numeri adimensionali ovvero espressi in unità comparabili;

- 3) In certi studi economici il rapporto fra due dati è adoperato come stima o di valori marginali o non direttamente misurabili.

ESEMPIO:
$$\text{Pr od. Media} = \frac{I_t}{P_t - P_{t-1}} \Rightarrow \frac{\Delta K_t}{\Delta P_t}$$

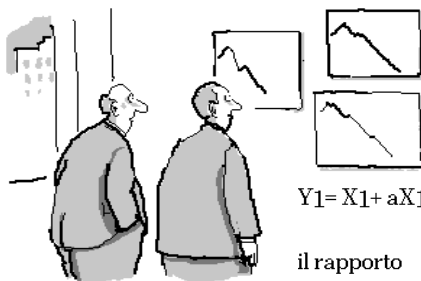
a.a. 2004-5

Ragioni per usare i R.S./2

- 4) Se il numeratore ed il denominatore sono viziati da uno stesso errore proporzionale, il loro rapporto non ne risente.

ESEMPIO

Siano X_1 ed X_2 i dati veri che si intendeva rilevare e siano invece Y_1 ed Y_2 quelli rilevati con un errore proporzionale comune ad entrambi i dati.



$$Y_1 = X_1 + aX_1 = (1+a)X_1 ; \quad Y_2 = X_2 + aX_2 = (1+a)X_2$$

il rapporto $\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{(1+a)X_1}{(1+a)X_2}$ è uguale al rapporto $\frac{X_1}{X_2}$

Il vero problema sono questi dannati grafici!

a.a. 2004-5

Limiti: paradosso di Simpson

L'istituto federale di statistica degli Stati Uniti riportava un persistente aumento del tasso di criminalità. Studi più attenti dimostrano il contrario.

Il tasso di criminalità è diminuito sia nelle zone rurali che in quelle urbane, ma nel complesso è aumentato.



Anno_1				Anno_2			
	Residenti	Delitti	Del./Res.		Residenti	Delitti	Del./Res.
Zone rurali	800000	32000	40	Zone rurali	100000	3000	30
Zone urbane	200000	24000	120	Zone urbane	900000	63000	70
Totale	1000000	56000	56	Totale	1000000	66000	66

Il fenomeno di inurbamento ha portato a calcolare su di un numero più elevato il tasso maggiore.

Il Paradosso di Simpson si verifica se una popolazione risulta dalla aggregazione di due sottopopolazioni molto sbilanciate rispetto al fattore da analizzare.

a.a. 2004-5

Prudenza nell'uso

Il contenuto pragmatico è talvolta fondato su esperienze acritiche e su esigenze di standardizzazione che danno una connotazione di serietà che bisogna contestare prima di fidarsene del tutto.

“Le spese per l’abitazione non devono superare un terzo delle entrate mensili”

Quante volte il livello “ottimo” del rapporto è corrisposto ad una situazione realmente soddisfacente?

Quante volte è stato smentito?

In che modo un errore commesso nel rapporto incide sulla soluzione di un problema?

In fondo i rapporti indicano non implicano, sono una definizione operativa del fenomeno, non la sua spiegazione.



a.a. 2004-5

Classificazione dei rapporti statistici

Rapporti che si semplificano

danno luogo ad un concetto analogo a quello espresso da uno dei termini

Rapporti di composizione
Rapporti di densità
Rapporti di coesistenza
Rapporti di causa-effetto

Rapporti che si risolvono

danno luogo ad un concetto nuovo rispetto a quello espresso dai termini componenti

Rapporti di durata
Rapporti di rotazione

Variazioni relative

Capitalizzazione semplice
Capitalizzazione composta
Capitalizzazione istantanea

NUMERI INDICE

a.a. 2004-5

Rapporti di composizione

Con questi rapporti si confronta una parte al tutto al fine di misurare la importanza relativa di una componente rispetto alla totalità del fenomeno.

ESEMPLI:

Frequenze o intensità relative;

Titoli obblig. e Azionari
Attività correnti

rapporto di mascolinità: $\frac{M}{M+F}$

Indici antropometrici. Ad es. : $\frac{\text{lunghezza avambraccio}}{\text{lunghezza braccio}}$



In pratica, i termini di una serie (frequenze o intensità) sono divisi per il loro totale producendo valori più facili da interpretare ed investigare.

a.a. 2004-5

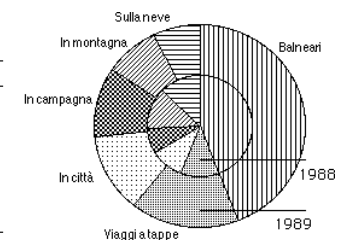
ESEMPIO

I rapporti di composizione corrispondono alla ripartizione di un cerchio in cui i settori siano proporzionali alle intensità associate alle varie unità.

Esempio.

Vacanze e soggiorni all'estero per il biennio 88-89. Milioni di viaggi.

Destinazioni	1988	1989
Balneari	43	48
Viaggi a tappe	11	18
In città	10	14
In campagna	8	12
In montagna	13	9
Sulla Neve	12	8
Totale	97	109



Le balneari aumentano in assoluto (+5), ma diminuiscono in percentuale: dal 44.3% al 44.0%

a.a. 2004-5

Grafico ternario

Se i dati di ogni unità sono tre frazioni sommandi ad uno è possibile utilizzare un grafico molto interessante

In un triangolo equilatero la somma delle distanze dai lati di un punto "P" interno al triangolo è costante ed è pari all'altezza del triangolo stesso

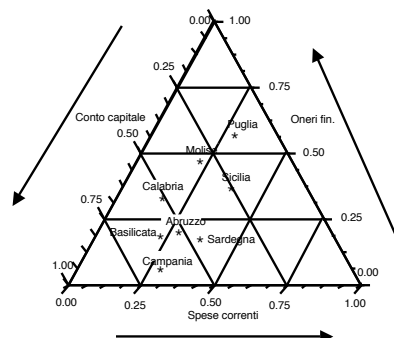
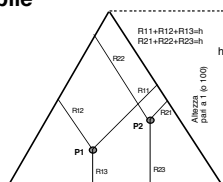
Esempio:

Distribuzione delle spese previste dalle Regioni del Mezzogiorno per voci economiche (1993).

Regione	Spese correnti	In conto capitale	Oneri finanziari
Abruzzo	30.2	51.9	17.9
Molise	24	31.2	44.8
Campania	31	64.9	4.1
Puglia	30.8	14.6	54.6
Basilicata	25.1	58.5	16.4
Calabria	18.5	50.8	30.7
Sicilia	40.1	25.4	34.5
Sardegna	39.3	45.9	14.8

Il grafico evidenzia la posizione della Campania e della Puglia che presentano una composizione molto sbilanciata.

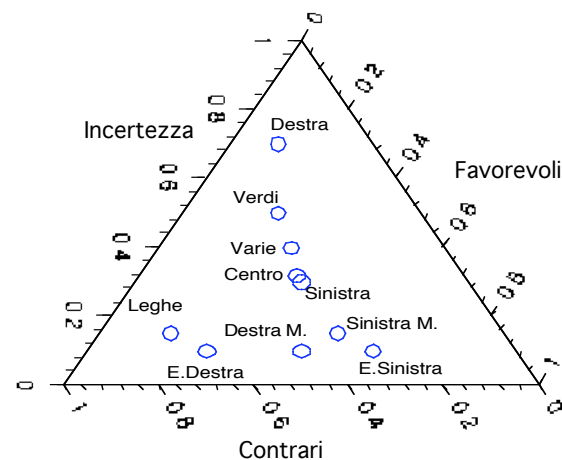
a.a. 2004-5



Esempio

I voti in parlamento delle varie coalizioni è stato classificato in tre categorie mutualmente esclusive

Coalizioni	Fav.	Cont.	Inc.
E.Destra	25	65	10
Destra	10	20	70
Destra M.	35	35	30
Centro	28	32	40
Sinistra M.	45	45	10
Sinistra	50	35	15
E.Sinistra	60	30	10
Verdi	20	30	50
Leghe	15	70	15
Varie	33	35	32



La collocazione dei vari partiti rispetto agli altri è ben chiarita dal grafico ternario

a.a. 2004-5

Rapporti di densità

Con questi rapporti si ragguagliano le ripetizioni di un certo fenomeno con l'ordine di grandezza con cui il fenomeno stesso si manifesta.

grado di affollamento: $\frac{\text{popolazione residente}}{\text{vani occupati}}$

ESEMPI:

Frazionamento: $\frac{\text{Entità Dep. a Risp.} + C/C}{\text{Numero di Dep. a Risp.} + C/C}$

Il significato è :

se tutte le unità al denominatore avessero lo stesso valore rispetto al numeratore, il rapporto di densità è quello che toccherebbe a ciascuna di esse.

a.a. 2004-5



Uso dei rapporti di densità

1) I rapporti di densità si adoperano se mancano informazioni esplicite oppure non si ha disponibilità completa di dati sul (specialmente per dati aggregati)

ESEMPI

Produttività del lavoro;

Intensità del capitale;



2) I rapporti di densità permettono anche di creare grandezze fittizie da utilizzare per il confronto di caratteristiche altrimenti non comparabili.

ESEMPI

Superficie al pubblico/addetti

Km di rete stradale/km² di Superf.



a.a. 2004-5

Indicatori

I rapporti di densità sono alla base di molti indicatori sociali e benessere

Nacquero per misurare *HARD* la "qualità della vita" (*SOFT*)

ESEMPI

- Numero medio di componenti per famiglia
- Medici ogni 1000 abitanti
- Posti letto negli istituti di cura ogni 100 mila abita



Per ognuno dovrebbe essere stabilita una soglia critica minima e massima al di là delle quali intervenire

Hanno da sempre vita difficile per la necessaria e pericolosa vicinanza alle decisioni politiche

a.a. 2004-5

Rapporti causa-effetto (o derivazione)

Mettono in relazione il valore di una variabile con quello di un'altra che è una premessa della prima.

$$\frac{\text{Valore produzione}}{\text{Ricavi netti}}$$

è adoperato per valutare la capacità di un'azienda di mantenere un rapporto equilibrato e profittevole tra costi e ricavi.

Di norma, il valore dell'indice è superiore all'unità dato che non tutta la produzione viene venduta (una parte finisce nelle scorte) ed una parte della produzione non è destinata alla vendita.

Tuttavia, un valore costantemente sopra l'unità è un segnale di inefficienza.

ALTRI ESEMPI

Turn over: $\frac{\text{Ricavi netti di esercizio}}{\text{Attivo netto}}$;

Sofferenza: $\frac{\text{Fidi non rientrati}}{\text{Fidi concessi}}$;

a.a. 2004-5

Quozienti generici e specifici

Uno stesso carattere può fare da premessa a più fenomeni.

Se ciò che è posto al numeratore è solo genericamente riferibile al denominatore si parla di quozienti **GENERICI**, se invece c'è un legame esplicito si hanno i quozienti **SPECIFICI**.

Esempio:



Produttività ateneo: $\frac{\text{Laureati al tempo "t"}}{\text{Immatricolati al tempo "t-5"}}$ specifico

Produttività ateneo: $\frac{\text{Laureati al tempo "t"}}{\text{Iscritti totali al tempo "t"}}$ generico

Il primo indice è **SPECIFICO** in quanto il vero presupposto dei laureati non è la iscrizione (quoziente **GENERICO** o **GREZZO**) che include anche coloro che alla laurea non arrivano.

Il confronto corretto si realizza con gli immatricolati nell'anno di inizio dei corsi di laurea (quadriennali + 1 anno di F.C.)

a.a. 2004-5

Esempio

Numero di interrogazioni e di risposte presentate complessivamente nella decima legislatura

Sede	Interrogazioni	Risposte
Camera-Risposta scritta-Aula	31750	14710
Camera-Risposta scritta-Comm.	3517	1203
Senato-Risposta scritta-Aula	7806	3816
Senato-Risposta scritta-Comm.	1275	182
Camera-Risposta orale-Aula	3547	1194
Senato-Risposta orale-Aula	511	383
TOTALE	48406	21488

- a) Calcolare il rapporto di Causa/Effetto Risposte/Interrogazioni;
- b) Individuare la situazione di maggiore sensibilità del governo.

Sede	Interrog.	Risposte	Risposte/Interr.
Camera-Risposta scritta-Aula	31750	14710	46.33%
Camera-Risposta scritta-Comm.	3517	1203	34.21%
Senato-Risposta scritta-Aula	7806	3816	48.89%
Senato-Risposta scritta-Comm.	1275	182	14.27%
Camera-Risposta orale-Aula	3547	1194	33.66%
Senato-Risposta orale-Aula	511	383	74.95%
TOTALE	48406	21488	44.39%

← Maggiore disponibilità

← Minore disponibilità

Le risposte scritte sono più richieste di quelle orali. Perché?

a.a. 2004-5

Rapporti di coesistenza

Si ottengono ponendo a confronto le intensità o le frequenze di uno stesso fenomeno in occasioni diverse e fra loro antitetiche

Esempi:

$$\text{Copertura estero} = \frac{\text{Importazioni}}{\text{Esportazioni}}$$

$$\text{Copertura di bilancio} = \frac{\text{Entrate}}{\text{Uscite}}$$

$$\text{Liquidità corrente} = \frac{\text{Attività correnti}}{\text{Passività correnti}}$$

$$\text{Destinazione del reddito} = \frac{\text{Consumo}}{\text{Risparmio}}$$

L'idea di questi rapporti è quella di evidenziare uno squilibrio o uno sbilanciamento in uno dei fenomeni coesistenti.

Se il rapporto è maggiore di uno (o di altro valore di equilibrio) si configura uno scompenso a favore del numeratore.

L'uso dei rapporti di coesistenza è particolarmente significativo quanto i fenomeni a rapporto sono fra di loro complementari.

a.a. 2004-5

Rappresentazione grafica

Nella tabella sono riportati alcuni dati del bilancio consolidato 1991 delle aziende del gruppo IRI. Rappresentiamo graficamente il rapporto Deb.Fin.Netti/Mezzi Propri.

Gruppi principali	Debiti finanzia. netti	Mezzi Propri	X ₂	X ₁
Stet	19506	19470	0.50	0.50
Iva	6336	2973	0.68	0.32
Finmeccanica	4862	2864	0.67	0.33
Intecna	8819	4557	0.66	0.34
Alitalia	1167	1386	0.46	0.54
Sme	166	1363	0.11	0.89
Rai	1648	363	0.82	0.18
Fincantieri	764	703	0.52	0.48
Finmare	1818	405	0.82	0.18
Finisiel	99	251	0.28	0.72
Totale IRI	63330	22248	0.74	0.26

$$X_1 = \frac{\text{Dato del numeratore}}{\text{Totale del due dati}}; X_2 = \frac{\text{Dato del denominatore}}{\text{Totale del due dati}}; \rightarrow X_1 + X_2 = 1$$

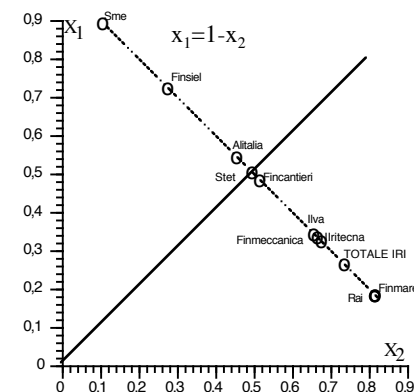
"X₁" = Mezzi propri/Totale

"X₂" = Debiti finanziari netti/Totale

La bisettrice rappresenta i valori di equilibrio (se tale è l'unità per il caso in esame)

I valori al di sopra sono i casi di sbilanciamento a favore del numeratore e quelli sotto di sbilanciamenti a favore del denominatore.

La SME è quella in migliore condizione. La più Incagliata risulta la FINMARE



a.a. 2004-5

Rapporti flusso/stock

Molte variabili utili ed interessanti si ottengono dai rapporti

$$\text{Durata} = \frac{\text{Variabile stock}}{\text{Variabile flusso}}; \quad \text{Rotazione} = \frac{\text{Variabile flusso}}{\text{Variabile stock}}$$

dove, in una data unità di tempo (ora, giorno, mese, etc.):

VARIABILE STOCK= consistenza, in numero o in quantità, di un fenomeno in un dato istante;

VARIABILE FLUSSO= ammontare o numero di quella parte del fenomeno che è interessata da movimenti in entrata o in uscita

Alla base di questi rapporti c'è il presupposto che il fenomeno su cui si rilevano sia **STAZIONARIO** cioè, in un fissato arco di tempo, il numero delle unità uscite è bilanciato da altrettante entrate.

a.a. 2004-5

Ancora sui rapporti flusso/stock

Un fenomeno stazionario è simile ad una sala con un numero fisso di posti. Co una volta che tutti i posti siano occupati e perché si segga qualcuno è necessario che qualcunaltro si alzi.

Supponiamo che in un dato periodo si abbiano $E = \text{entrate}; U = \text{uscite}$

La stazionarietà implica che $U = E = Nu = \text{unità rinnovate}$

Ecco due classi di rapporti molto interessanti:

$$R = \frac{Nu}{Co}$$

Rotazione:

la frequenza o la rotazione con cui il posto è stato occupato

$$D = \frac{1}{R} = \frac{Co}{Nu}$$

Durata

Intervallo di tempo medio fra due successive sostituzioni di unità sul medesimo posto ovvero il tempo medio di permanenza su ciascun posto



a.a. 2004-5

I rapporti di durata

il rapporto di durata coinvolge la parte RINNOVO (flusso) e la parte CONSISTENZA MEDIA (stock)

La parte che si rinnova "Nu" è stimata dalla semisomma tra entrate e uscite

$$\text{Stima del rinnovo: } Nu = \frac{E + U}{2}$$

La consistenza media "Co" è stimata dalla semisomma tra la iniziale e quella finale

$$Co = \frac{C_i + C_f}{2}$$

Stima della consistenza media:

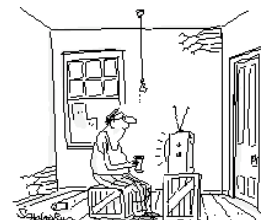
$$\text{RAPPORTO DI DURATA: } D = \frac{Co}{Nu} = \frac{\frac{C_i + C_f}{2}}{\frac{E + U}{2}} = \frac{C_i + C_f}{E + U}$$

Questa classe di rapporti serve a misurare il tempo di permanenza media di una singola unità nonché il tempo di esaurimento del fenomeno dall'interruzione delle entrate

a.a. 2004-5

I rapporti di durata/2

ESEMPI:



Se la banca vi ha rifiutato un credito forse è colpa dei rapporti statistici

$$\text{durata media della vita} = \frac{2 \cdot \text{Popolazione media}}{(\text{Nascite} + \text{Morti})}$$

$$\text{degenza media} = \frac{(\text{Pazienti 1/1} + \text{Pazienti 31/12})}{(\text{Dimessi} + \text{Accettati})}$$

$$\text{giacenza media} = \frac{(\text{Riman. iniz.} + \text{Riman. fin.})}{(2 \cdot \text{Vendita media})}$$

Può anche succedere che per "Nu" e/o per "Co" si abbiano misurazioni più accurate. In questi casi i valori più esatti si sostituiscono senz'altro nelle formule

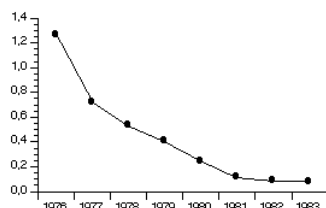
N.B. Anche i fenomeni più semplici sono alimentati da una molteplicità di cause. La semplicità dei rapporti spinge a limitare l'attenzione a quelle ritenute (si spera a ragione) più rilevanti

a.a. 2004-5

Esempio

Considerate le seguenti informazioni sulle giacenze di magazzino e sulle vendite della General Cosmetics e calcolate la durata della giacenza media per i vari anni.

Anno	Rim. Iniziali	Rim. Finali	Totale vendite	Vendita media	Giac. media - mesi
1976	21688	12628	162500	13542	1.2670
1977	12628	11314	198700	16558	0.7230
1978	11314	10210	241800	20150	0.5341
1979	10210	9736	292900	24408	0.4086
1980	9736	5277	363600	30300	0.2477
1981	5277	3828	471900	39325	0.1158
1982	3828	3734	530100	44175	0.0856
1983	3734	4155	570100	47508	0.0830



Si nota un costante aumento delle vendite cui A fa riscontro una progressiva riduzione della giacenza media in magazzino che nell'ultimo anno arriva agli 8.3% di un mese, cioè 2,5 giorni

$$C = \frac{C_i + C_f}{2}; R = \text{Vendite medie} \quad GM = \frac{C}{R}$$

a.a. 2004-5

I rapporti di rotazione

Misurano il numero medio di volte che uno stesso fenomeno torna a verificarsi in una data unità di tempo.

La costruzione dei rapporti di rotazione utilizza pure rinnovo e consistenza media, ma in ruoli opposti a quelli dei rapporti di durata.

$$\text{Rapporto di rotazione } R = \frac{Nu}{Co} = \frac{\frac{E + U}{2}}{\frac{C_i + C_f}{2}} = \frac{E + U}{C_i + C_f}$$

Per ogni rapporto di durata si può pensare ad un corrispondente rapporto di rotazione e viceversa.

Tuttavia, i due rapporti hanno significato autonomo e possono essere usati indipendentemente l'uno dall'altro.

a.a. 2004-5

I rapporti di rotazione/2

ESEMPI

$$\text{Efficienza bancaria} = \frac{(\text{Depositi} + \text{Impieghi})}{\text{Consistenza media dei depositi}}$$

$$\text{Quoziente generico di mortalità} = \frac{\text{Morti}}{\text{Popolazione Residente}}$$



Prende molto sul serio il suo lavoro di analista di computer!

$$\text{Disponibilità di posti letto: } \frac{1}{\text{Degenza media}}$$

I rapporti di rotazione servono a colmare lacune nei dati oppure a dare delle prime impressioni a costi di elaborazioni molto bassi.

a.a. 2004-5

Esempio

Un indice molto importante per misurare l'efficienza di un'azienda è l'indice di rotazione del magazzino.

E' determinata rapportando il costo del venduto alla consistenza media del magazzino costituita dalla semisomma delle esistenze iniziali e delle rimanenze finali

$$\text{Rot. Mag.} = \frac{\text{Costo del venduto}}{\frac{\text{Giacenze 1/1} + \text{Rimanenze 31/12}}{2}}$$

$$\text{Rot. Mag.} = \frac{190}{125} = 1.52$$

Giacenze 1/1	120 milioni (a)
Acquisti '90	200 milioni (b)
Totale carico	320 milioni (c)
Rimanenze 31/12	130 milioni (d)
Costo del venduto	190 milioni (e)

$$E = C - D$$

*Vendite = Riacquisti
per l'ipotesi di fenomeno
stazionario*

a.a. 2004-5

Rapporti di 2° livello

E' possibile costruire variabili a partire da un rapporto di rapporti

$$R_i = \frac{\frac{Y_i}{X_i}}{\frac{Z_i}{W_i}} = \frac{\frac{W_i}{X_i} * \frac{Y_i}{Z_i}}{\frac{Y_i}{X_i} * \frac{W_i}{Z_i}}$$



Esempi:

- Rapporto tra serie storiche deflazionate (cioè dei rapporti)
- Rapporto tra serie storiche destagionalizzate
- Confronto tra indicatori di efficienza e di produttività

L'interpretazione è più complessa, ma le possibilità operative sono molto interessanti

a.a. 2004-5

Esempio

L'indice di Fuchs serve per valutare i ritmi di sviluppo di una regione rispetto a quello nazionale. Per l'occupazione "L" il relativo indice è dato da

$$F(L) = \frac{fL_j - iL_j * s}{fL_j}; \quad \text{con} \quad \begin{cases} fL_j : \text{occupazione nella regione-}j\text{-esima a fine periodo} \\ iL_j : \text{occupazione nella regione-}j\text{-esima ad inizio periodo} \\ s : \text{saggio di variazione nazionale dell'occupazione nel periodo} \end{cases}$$

L'indice esprime il guadagno o la perdita dell'occupazione reale di una regione rispetto all'occupazione teorica che avrebbe avuto se il saggio di crescita della sua occupazione fosse stato pari a quello nazionale.

L'analisi Shift/share è basata su questo concetto.

a.a. 2004-5

Variazioni relative

Una popolazione è stata scrutinata rispetto ad una variabile in una data occasione. La stessa operazione viene ripetuta in un'altra e ci si chiede quale sia la variabile che possa esprimere le variazioni.

ESEMPIO:

Avvisi di gare pubblicati sulla G.U.

La differenza assoluta (3ª colonna) non è indicativa: può essere poco o molto in relazione al valore iniziale.

Se da 100 si passa a 200 c'è una variazione del 100%; se da 1000 si passa a 1100 la variazione è solo del 10%.

	1°	2°	3°	4°	5°
Regione	1991	1992	$\frac{(2)-(1)}{(1)} \cdot 100$	$\frac{(2)-(1)}{(1)} \cdot 100$	$\frac{(1)-(2)}{(2)} \cdot 100$
Piemonte	481.6	1866.0	1374.4	385.38	25.95
Lombardia	782.6	818.1	35.5	104.54	95.66
Veneto	539.2	466.4	-72.8	86.50	115.61
Emilia Romagna	341.2	765.8	424.6	224.44	44.55
Lazio	1024.0	498.9	-525.1	48.72	205.25
Campania	860.7	804.3	-66.4	93.45	107.01
Calabria	261.5	567.4	305.9	216.98	46.09

I rapporti di coesistenza della 4ª e 5ª colonna danno indicazioni indirette: nel '92 il Piemonte ha appaltato il 385% del '91 ovvero nel '91 si è appaltato per un importo pari al 26% rispetto al '92.

a.a. 2004-5

Variazioni relative/2

Occorre abbinare le informazioni dei rapporti di coesistenza e delle differenze in nuove variabili dette **VARIAZIONI RELATIVE**

La variabile $H(Y_i, X_i)$ misura la variazione relativa (espressa in %) se

$$\begin{cases} H(Y_i, X_i) = 0 & \text{se e solo se } Y_i = X_i \\ H(Y_i, X_i) < 0 & \text{se } Y_i < X_i \text{ e } H(Y_i, X_i) > 0 & \text{se } Y_i > X_i \\ H(.) & \text{è una funzione crescente del rapporto } \frac{Y_i}{X_i} \\ H(aY_i, aX_i) = H(Y_i, X_i) & \text{per } a \neq 0 \end{cases}$$

La funzione "H" è detta **EMISIMMETRICA** se $H(Y_i, X_i) = -H(X_i, Y_i)$ cioè se si scambiano di ruolo le variabili cambierà il segno, non il valore della funzione.

a.a. 2004-5

Variazioni relative/3

$$H_1 = \left(\frac{Y_i}{X_i} \right)^a - 1; \quad H_2 = \left(\frac{X_i}{Y_i} \right)^a - 1; \quad H_3 = \frac{Y_i - X_i}{\left[\frac{(Y_i^a + X_i^a)}{2} \right]^{\frac{1}{a}}}; \quad H_4 = a \ln \left(\frac{Y_i}{X_i} \right)$$

La "3" e la "4" sono emisimmetriche; non lo sono la "1" e la "2". Questo provoca incongruenze.

ESEMPIO

Prima di una svalutazione, il cambio Euro/Dollaro era 900:1000 cioè erano necessarie 900 euri per acquistare 1000 dollari. Dopo la svalutazione il cambio è 1125:1000. L'euro si è svalutato del 20%, ma il dollaro si è rivalutato del 25%. Come è possibile?

$$H_1 = \left[\left(\frac{1125}{900} \right) - 1 \right] * 100 = 25\%; \quad H_2 = \left[\left(\frac{900}{1125} \right) - 1 \right] * 100 = -20\%$$

$$H_3 = \left[\left(\frac{\frac{1125 - 900}{2}}{\frac{1125 + 900}{2}} \right) - 1 \right] * 100 = +22.22\%; \quad H_4 = \left[\left(\frac{900 - 1125}{\frac{1125 + 900}{2}} \right) - 1 \right] * 100 = -22.22\%;$$

a.a. 2004-5

Tassi di variazione

Se tra le due variabili vige un legame antecedente/consequente le variazioni relative sono casi speciali dei rapporti causa-effetto

Esse danno l'idea del trend di crescita o di diminuzione secondo varie ipotesi sulla evoluzione della variabile nell'unità di tempo considerata.

Esistono diversi metodi per calcolare le variazioni relative:

- ☒ Capitalizzazione semplice
- ☐ Capitalizzazione composta
- ☐ Capitalizzazione continua



a.a. 2004-5

Variazione relativa semplice/1

La differenza relativa tra due variabili si può misurare rapportando la loro differenza assoluta ad un indicatore dell'ordine di grandezza del confronto.

Ciascuna delle seguenti tre formule potrebbe essere utilizzata

$$R_i^1 = \frac{Y_i - X_i}{X_i}; \quad R_i^2 = \frac{X_i - Y_i}{Y_i}; \quad R_i^3 = \frac{2(Y_i - X_i)}{(Y_i + X_i)};$$

Tutti i rapporti possono essere moltiplicati per 100.

Di solito si utilizza la prima

Tasso di variazione nelle sue occasioni nell'ipotesi che il cambiamento sia stato uniforme e non cumulativo nel periodo intermedio

a.a. 2004-5

Variazione relativa semplice/2

Nella formula "1" si ipotizza che incrementi o decrementi non concorrano alla determinazione dell'ammontare del fenomeno nel periodo successivo

Così accade ad un capitale impiegato al tasso di interesse semplice.

$$\frac{Y_i - Y_{i-1}}{Y_{i-1}} * 100$$

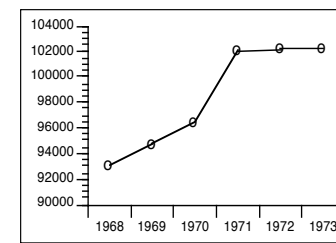
ESEMPIO

A partire dai dati sulla popolazione residente nella città di Cosenza al 31/12 si formi una nuova variabile che misuri le variazioni percentuali tra anni successivi

Anni	Pop.Res.	Var.Perc.
1968	93077	
1969	94800	1.85
1970	96515	1.81
1971	102086	5.77
1972	102287	0.20
1973	102153	-0.13

$$1.85 = \frac{94800 - 93077}{93077} * 100$$

$$1.81 = \frac{96515 - 94800}{94800} * 100$$



a.a. 2004-5

Variazione relativa media

Se l'arco di tempo che intercorre tra le due occasioni "i" e "k" è frazionabile in sottoperiodi si può calcolare la variazione media per sottoperiodo.

Basta dividere la variazione relativa e per il numero dei sottoperiodi

$$V_{i,k} = \left(\frac{1}{i-k} \right) * \left(\frac{Y_i - Y_k}{Y_k} \right) \quad \text{Quanta parte della variazione compete al singolo sottoperiodo se a tutti questi spettasse lo stesso ammontare}$$

ESEMPIO:

Occorre stabilire se in effetti i contratti per la compravendita di immobili in Italia sono in crescita oppure no rispetto al periodo iniziale.

Anno	Contratti	Var.Perc.Media
1985	428864	0.00%
1986	462656	7.88%
1987	462648	3.94%
1988	492816	4.97%
1989	474570	2.66%
1990	517025	4.11%
1991	540383	4.33%

$$7.88 = \left(\frac{462656 - 428864}{428864} \right) * 100; \quad 3.94 = \left(\frac{462648 - 428864}{2 * 428864} \right) * 100;$$

$$4.97 = \left(\frac{492816 - 428864}{3 * 428864} \right) * 100;$$

a.a. 2004-5

Variazione relativa media/2

Se si dispone dei dati relativi ai sottoperiodi è opportuno coinvolgerli nel calcolo.

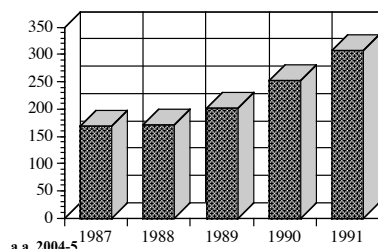
Una misura di variazione media più accurata è

$$V_{i,k} = \left(\frac{1}{i-k} \right) * \sum_{j=k+1}^i \left(\frac{Y_j - Y_{j-1}}{Y_{j-1}} \right)$$

Media delle variazioni relative tra due sottoperiodi inclusi nella serie che parte dal periodo "k" e termina al periodo "i"

Esempio:

Export di lampade Italia-germania



a.a. 2004-5

Anno	Miliardi	Variazione
1987	168.0	
1988	171.0	1.79%
1989	201.4	17.78%
1990	251.6	24.93%
1991	308.5	22.62%
	V.R.M.	16.78%

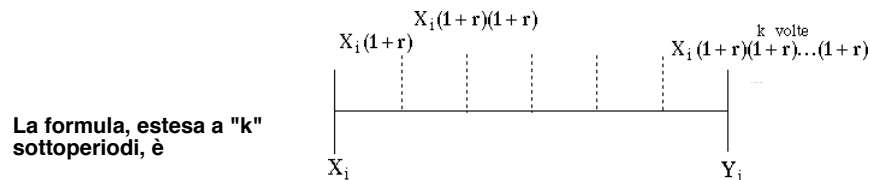
Altro metodo: 20.91%

Tassi di variazione: cap. composta

Nelle serie storiche c'è quasi sempre un effetto di accumulazione, una memoria nel valore attuale, dei valori passati.

Per misurare la variazione percentuale occorre tener conto di quanto succede nei sottoperiodi intermedi.

IPOTESI: ritmo di crescita costante cioè in ogni sottoperiodo il fenomeno cresce della stessa percentuale "r" del livello che ha raggiunto nel sottoperiodo precedente (capitalizzazione composta)



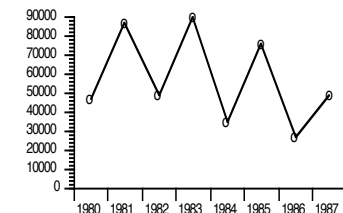
$$R_i = \left[\left(\frac{Y_i}{X_i} \right)^{\frac{1}{k}} - 1 \right] * 100 \quad \text{ovvero} \quad R_i = \left[e^{\left[\frac{1}{k} \right] * \ln \left(\frac{Y_i}{X_i} \right)} - 1 \right] * 100$$

a.a. 2004-5

Esempio

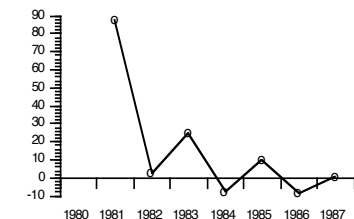
SUPERFICI FORESTATE DISTRUTTE DA INCENDI

Anno	Incendi (ha)	Var.Perc./CC
1980	46221	
1981	86655	87.48
1982	48615	2.56
1983	89988	24.87
1984	34131	-7.30
1985	75806	10.40
1986	26694	-8.74
1987	48484	0.69



La serie storica ha tendenze abbastanza nette. E' subito evidente l'andamento oscillatorio: negli anni dispari cresce e decresce negli anni pari

Le oscillazioni si smorzano con il passare degli anni. Questo è evidente nel grafico con i tassi di variazione: e onde hanno bande sempre più strette.



a.a. 2004-5

Applicazione: proiezione di serie storica

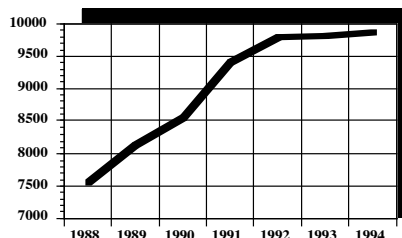
Si ipotizza -in modo spiccio e destrutturato- che ci sia un ritmo di variazione costante "r", per cui il valore tra "i" periodi dopo l'n-esimo è

Anno	Miliardi
1989	8132
1990	8572
1991	9402
1992	9797
1993	9816
1994	9879

$$Y_{n+i} = Y_0(1+r)^{n+i} \quad \text{dove} \quad r = \left[\left(\frac{Y_n}{Y_0} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right]$$

$$r = \left[\left(\frac{9879}{8132} \right)^{\frac{1}{5}} - 1 \right] = 0.0397 = 3.97\%$$

$$Y_{1998} = 8132 * (1 + 0.0397)^{5+4} = 11544.36$$



a.a. 2004-5

Applicazione/2

il tasso di redditività (TR) dei CTz (Certificati di credito del tesoro zero-coupon) è calcolato sulla differenza tra

Prezzo di acquisto (PA)

Giorni mancanti alla scadenza D (anno di 365 giorni)

Prezzo di rimborso (PR)

Esempio: PA=90.75, PR=96.84
D=90

$$TR = \left[\left(\frac{PR}{PA} \right)^{\frac{365-D}{365}} - 1 \right] * 100$$

TR=9%

La ritenuta fiscale del 12.5% è posticipata e viene operata in un'unica soluzione alla scadenza (capitalizzazione semplice)

$$RF = (PR - PA) \frac{0.125}{365} * (365 - D) \quad RF=0.5735$$

a.a. 2004-5

Tassi di variazione: cap. continua

In alcune occasioni ha senso presupporre che l'accumulo sia molto frequente ovvero che il periodo intercorrente tra una capitalizzazione e l'altra sia molto breve.

Se l'accumulo avviene "h" volte in una fissata unità di tempo, dopo "k" periodi si ha

$$Y_i = X_i * \left(1 + \frac{r}{h}\right)^{h*k} \quad \text{dove "r" è il tasso di accumulazione}$$

Che succede se "h" aumenta senza limite?

$$Y_i = \lim_{h \rightarrow \infty} \left\{ X_i * \left(1 + \frac{r}{h}\right)^{h*k} \right\} = X_i \lim_{h \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{r}{h}\right)^{\frac{h}{r}} \right\}^{r*k} = X_i e^{r*k}$$

Il tasso di variazione si ottiene infine dalla relazione inversa

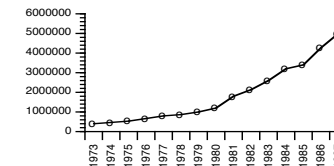
$$R_i = \frac{100}{k} * \ln\left(\frac{Y_i}{X_i}\right)$$

a.a. 2004-5

Esempio

SPESA PER LA RICERCA NELLE AMMINISTRAZIONI PUBBLICHE

Anno	Spese	Tassi (C.ICon.)
1973	373013	
1974	409685	9.38
1975	517395	16.36
1976	612267	16.52
1977	781809	18.50
1978	843834	16.33
1979	952898	15.63
1980	1186777	16.53
1981	1769214	19.46
1982	2125382	19.33
1983	2586011	19.36
1984	3194698	19.52
1985	3392014	18.40
1986	4243482	18.70
1987	5006146	18.55



$$9.38 = \frac{100}{1} * \ln\left(\frac{409685}{373013}\right); \quad 16.36 = \frac{100}{2} * \ln\left(\frac{517395}{373013}\right);$$

La serie mostra una chiara evoluzione esponenziale e ciò è confermato dai tassi di variazione a capitalizzazione continua che, dopo il salto iniziale, si stabilizzano per indicare una crescita regolare.

a.a. 2004-5