

## Esercitazioni Microeconomia Applicata – Prof. V. Scoppa – a.a. 2007-08

- 1) Data la funzione di utilità  $U = x^\alpha y^{1-\alpha}$  e il vincolo di bilancio  $p_x x + p_y y = m$ , determinate, usando il metodo del lagrangiano,
- le funzioni di domanda *marshalliana* (con reddito monetario costante) di  $x$  e  $y$
  - le funzioni di domanda *hicksiane* (con utilità costante) di  $x$  e  $y$
- Usando le funzioni ottenute, mostrate che
- l'effetto di sostituzione diretto è negativo;
  - La domanda marshalliana è omogenea di grado 0 nei prezzi e nel reddito.

- 2) La funzione di utilità di un individuo è:  $U = C^{0.7} L^{0.3}$  dove  $L$  rappresenta il “tempo libero”, cioè la differenza tra tempo totale a disposizione ( $T$ ) e ore di lavoro ( $H$ ):  $L = T - H$ . Il vincolo di bilancio è:  $pC + wL = wT$  oppure  $pC = w(T - L)$ . Calcolate la domanda di beni e la domanda di tempo libero.

### Soluzione

$$\Phi = C^{0.7} L^{0.3} + \lambda [pC - w(T - L)]$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial C} = 0.7C^{-0.3} L^{0.3} + \lambda p = 0 \quad \rightarrow \quad 0.7C^{-0.3} L^{0.3} = -\lambda p$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial L} = 0.3C^{0.7} L^{-0.7} + \lambda w = 0 \quad \rightarrow \quad 0.3C^{0.7} L^{-0.7} = -\lambda w$$

$$L = \frac{p}{w} \frac{3}{7} C$$

$$L = \frac{3}{10} T$$

$$C = \left( \frac{7}{10} \right) \frac{w}{p} T$$

- 3) Data la seguente funzione di utilità  $u = [x^{0.5} + y^{0.5}]^2$ , con vincolo pari a  $p_x x + p_y y = m$  determinate per il bene  $x$  la funzione di domanda marshalliana e la funzione di domanda hicksiana. Commentate.
- 4) Con i dati dell'esercizio precedente, supponete che  $p_x = 5$ ;  $p_y = 2$ ;  $R = 100$ . Calcolate la quantità domandata dal consumatore del bene  $x$  e del bene  $y$ .
- 5) Nel mercato del gas,  $Q^S = a + bP + cP_{pet}$  e  $Q^D = d + eP_{pet} - fP$ , dove  $P_{pet}$  rappresenta il prezzo di petrolio, che è esogeno pari a 8. Il prezzo del gas è  $P=2$ , la quantità scambiata  $Q=20$ ; l'elasticità della domanda rispetto al prezzo è pari a  $\varepsilon_D = -0.5$ ; l'elasticità della domanda rispetto al prezzo del petrolio è pari a  $\varepsilon_{D,P_{pet}} = +1.5$ ; l'elasticità dell'offerta rispetto al prezzo è  $\varepsilon_s = +0.2$ ; l'elasticità dell'offerta rispetto al prezzo del petrolio è pari a  $\varepsilon_{s,P_{pet}} = +0.1$ . Determinate le funzioni (lineari) di domanda e di offerta.
- 6) Data la seguente funzione di produzione:  $Y = K^\alpha L^\beta$ ,
- determinate il prodotto marginale del lavoro e il prodotto marginale del capitale
  - come varia il prodotto marginale del lavoro MPL in relazione a  $L$  (crescente, costante, decrescente)? Da quale parametro dipende?

- c. Calcolate il SMST? Qual è il suo andamento?
- 7) Data la seguente funzione di produzione:  $Y = K^{0.4}L^{0.7}$ , indicando con  $w$  (*salario*) il costo per ogni unità di lavoro impiegata; con  $r$  il costo per ogni unità di *capitale*
- dimostrate usando le proprietà delle funzioni omogenee la natura dei rendimenti di scala
  - mostrate che il prodotto marginale del lavoro è una funzione decrescente di  $L$
  - calcolate la funzione di domanda di lavoro dell'impresa (nel lungo periodo)
- 8) Data la seguente funzione di produzione:  $Y = 10K^{0.3}L^{0.7}$ , indicando con  $w$  (*salario*) il costo per ogni unità di lavoro impiegata; con  $r$  il costo per ogni unità di *capitale*,  $c$
- calcolate la funzione di costo minimizzato  $CT^* = wL^* + rK^*$
  - calcolate il costo medio di lungo periodo. Quale forma assume? Perché?
- 9) Data la funzione di produzione:  $Q = 2K^{0.6}L^{0.5}$ , supponendo che il  $w=10$  e  $r=20$  e che  $\bar{K}^{0.6} = 4$ , determinate, evidenziandone l'andamento e i fattori da cui dipende:
- la funzione dei costi di breve periodo
  - il costo marginale
  - il costo medio

Commentate.

- 10) Calcolate il valore attuale di una obbligazione che rende 500 come interessi ogni anno, per 30 anni, il tasso di interesse è pari al 4%. Calcolate il valore dell'obbligazione se al trentesimo anno viene rimborsato in aggiunta un capitale di 8000. Quale sarebbe invece il valore dell'obbligazione se il pagamento degli interessi fosse perpetuo?
- 11) Partendo dall'equazione  $p_2c_2 = (1+i)p_1c_1$ , dimostrate la relazione esistente tra tasso di interesse reale, tasso nominale e tasso di inflazione.

- 12) Data la seguente funzione di produzione:  $Q = AK^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}$  dove  $K = 100$ , calcolare i costi totali di breve periodo e la funzione di offerta della generica impresa  $i$ . Supponete che sul mercato esistano 50 imprese. Calcolate la curva di offerta del mercato.
- 13) Sia  $u = 5c_t^\beta$  la funzione di utilità “istantanea” derivante dal consumo al tempo  $t$  ( $t=1$  o  $t=2$ ), dove  $\beta = 0.6$ . Definite con  $y_1$  e  $y_2$  il reddito disponibile al tempo 1 e 2,  $r$  è il tasso di interesse,  $\rho$  il tasso di sconto intertemporale. Calcolate le condizioni di scelta ottima del consumatore, dato che  $r=0.03$ ;  $y_1 = 400$ ;  $y_2 = 600$ ;  $\rho = 0.05$ .
- 14) Supponete che un monopolista si confronti con la seguente funzione di domanda inversa:  $P = 100 - 2Q$  e i suoi costi totali siano dati da:  $CT = 10 + 0.25Q^2$ . Calcolate la quantità che massimizza i profitti del monopolista, il prezzo, i profitti, il surplus dei consumatori e la perdita secca provocata dal monopolio.
- 15) In un mercato la funzione di domanda è  $P = 31 - Q$ ; la funzione di offerta è  $P = 1 + 2Q$ . Calcolate prezzo e quantità di equilibrio e il surplus totale. Supponete che lo Stato imponga su questo mercato una imposta fissa pari a  $t=3$ . Calcolate il nuovo equilibrio e determinate le entrate fiscali, il nuovo surplus del consumatore e del produttore, e la perdita secca generata dall'imposizione.