

Esempi di esercizi e domande per l'esame

di Economia dei contratti

Prof. V. Scoppa - a.a. 2006-2007

Capitolo 2 – L'azzardo morale e il modello principale-agente

Decisioni in condizioni di incertezza, utilità attesa, equivalente certo, premio per il rischio

1. Supponete che la funzione di utilità di un agente sia $u = x^{\frac{1}{4}}$. La remunerazione è rappresentata da un prospetto incerto, che prevede un reddito di 1800 nel 25% dei casi e di 1200 nel 75%. Calcolate il valore atteso di questa remunerazione, l'equivalente certo e il premio per il rischio. Date una definizione dei vari concetti.

Soluzione

Valore atteso: $E(X) = 0.25 * 1800 + 0.75 * 1200 = 1350$

Utilità attesa: $UA(X) = 0.25 * 1800^{\frac{1}{4}} + 0.75 * 1200^{\frac{1}{4}} = 6.04$

Equivalente certo $u(C) = 6.04 \quad C^{\frac{1}{4}} = 6.04 \quad C = 6.04^4 = 1333.2$

Premio per il rischio: $PR = 1350 - 1333.2 = 16.77$

2. Un agente presenta una funzione di utilità pari a: $u = x^{\frac{1}{2}}$. La remunerazione è rappresentata da un prospetto incerto, che prevede un reddito di 2000 nel 50% dei casi e di 3000 nel 50%. Calcolate il valore atteso di questa remunerazione, l'equivalente certo e il premio per il rischio. Date una definizione dei vari concetti e rappresentate graficamente i valori ottenuti.

Soluzione

Valore atteso: $E(X) = 0.5 * 2000 + 0.5 * 3000 = 2500$

Utilità attesa: $UA(X) = 0.5 * \sqrt{2000} + 0.5 * \sqrt{3000} = 49.75$

Equivalente certo $u(C) = 49.75 \rightarrow C^{\frac{1}{2}} = 49.75 \rightarrow C = 49.75^2 = 2474.75$

Premio per il rischio: $PR = 2500 - 2474.75 = 25.25$

3. Al noto programma di RAI uno "Affari tuoi", un concorrente aveva di fronte la possibilità di vincere 500 mila euro oppure 10 mila euro (in assenza di altre informazioni si può supporre che la

probabilità di ciascun esito sia pari a 0.5). In alternativa alla continuazione del gioco, al concorrente è stata offerta una somma di 100 mila euro (con certezza). Calcolate:

- il valore atteso di continuare a giocare
- la scelta che farebbe un giocatore neutrale al rischio (spiegando il perché)
- la scelta che farebbe un giocatore con una funzione di utilità $u = \sqrt{x}$
- Il valore minimo che quest'ultimo giocatore sarebbe disposto ad accettare invece di continuare a giocare.

Soluzione

Valore atteso di continuare a giocare: $E(X) = 0.5 * 500000 + 0.5 * 10000 = 255000$

Un individuo neutrale al rischio sceglierebbe di continuare a giocare poiché il relativo valore atteso è maggiore della somma offerta per fermarsi.

L'utilità attesa per un giocatore con utilità $u = \sqrt{x}$ è:

$$UA(X) = 0.5\sqrt{500000} + 0.5 * \sqrt{10000} = 403.553$$

L'utilità di accettare 100.000 è invece:

$$UA(X) = \sqrt{100000} = 316.228$$

Nonostante l'avversione al rischio, il giocatore preferisce continuare a giocare, poiché l'offerta è molto inferiore al valore atteso.

Il valore minimo che il giocatore è disposto ad accettare è quello che gli garantisce la stessa utilità di continuare a giocare (corrisponde all'equivalente certo):

$$\sqrt{C} = 403.553$$

cioè: $C = 162855.3$

Il giocatore è indifferente tra una offerta di 162.855 euro e continuare a giocare. Una offerta appena maggiore di tale cifra, diciamo di un euro, lo induce ad accettare.

4. Nella regione di residenza BETA, un'auto di 20.000 euro ha una probabilità di essere rubata pari al 2%.
- Calcolate il valore atteso per il proprietario in questa situazione se egli non stipula alcuna assicurazione;
 - Se l'assicurazione fa pagare un premio di 500 euro (e rimborsa interamente il valore dell'auto in caso di furto), è conveniente assicurarsi contro il furto se l'individuo è neutrale al rischio?
 - Supponete ora che l'individuo abbia una funzione di utilità $u = \sqrt{x}$. E' conveniente assicurarsi?
 - Calcolate il premio assicurativo massimo che i due tipi di individuo sono disposti a pagare nei due casi.

Soluzione

Valore atteso senza assicurazione: $E(X) = 0.98(20000) + 0.02(0) = 19600$

Un individuo neutrale al rischio decide di assicurarsi se il valore atteso che si ottiene assicurandosi è maggiore del valore atteso senza assicurazione. Il valore atteso se si assicura è:

$$E(\text{assicurazione}) = 0.98(20000 - 500) + 0.02(20000 - 500) = 19500$$

cioè in ogni stato avrà il valore dell'auto ma dovrà pagare 500 come premio assicurativo.
 Non conviene stipulare l'assicurazione poiché il valore atteso senza assicurazione (19600) è maggiore del valore atteso in caso di assicurazione (19500).

Per l'individuo con funzione di utilità $u = \sqrt{x}$, l'utilità attesa in caso di non assicurazione è pari a:

$$UA = 0.98\sqrt{20000} + 0.02\sqrt{0} = 138.59$$

mentre se si assicura la sua utilità:

$$UA = \sqrt{19500} = 138.64$$

e quindi preferisce assicurarsi.

Il premio assicurativo massimo che gli individui sono disposti a pagare è uguale a quello che li lascia indifferenti tra assicurarsi e non assicurarsi:

Individuo neutrale. Premio massimo: $p=400$

Individuo avverso al rischio. Il premio massimo è il valore di p che risolve la seguente equazione:

$$0.98\sqrt{20000} + 0.02\sqrt{0} = 138.59 = \sqrt{20000 - p}$$

$$p = 792$$

5. Con i dati dell'esercizio precedente immaginate che la funzione di utilità del proprietario sia $u = \ln(1+x)$. Calcolate l'utilità attesa, se conviene assicurarsi, l'equivalente certo e il premio assicurativo massimo.

Soluzione

$$u = \ln(1+x) \text{ (logaritmo naturale)}$$

$$UA = 0.98\ln(1+20000) + 0.02\ln(1) = 9.70$$

Equivalente certo

$$\ln(1+C) = 9.70 \quad \rightarrow \quad 1+C = e^{9.70} \quad \rightarrow \quad C = 16406$$

Premio assicurativo massimo (un po' diverso dal premio per il rischio): $C = 20000 - 16406 = 3594$

Premio per il rischio: $PR = E(x) - C = 19600 - 16406 = 3194$

6. Un individuo è caratterizzato da una funzione di utilità pari a: $u = x^{\frac{1}{2}}$. La remunerazione è rappresentata da un prospetto incerto, che prevede un reddito di 2000 nel 50% dei casi e di 3000 nel 50%. Calcolate il valore atteso di questa remunerazione, l'equivalente certo e il premio per il rischio. Date una definizione dei vari concetti e rappresentate graficamente i valori ottenuti.

Soluzione

Valore atteso: $E(X) = 0.5 * 2000 + 0.5 * 3000 = 2500$

Utilità attesa: $UA(X) = 0.5 * \sqrt{2000} + 0.5 * \sqrt{3000} = 49.75$

Equivalente certo $u(C) = 49.75 \quad \rightarrow \quad C^{\frac{1}{2}} = 49.75 \quad \rightarrow \quad C = 49.75^2 = 2474.75$

$$\text{Premio per il rischio: } PR = 2500 - 2474.75 = 25.25$$

7. A un lavoratore sono offerti questi due tipi di contratti:

- un contratto A di questo tipo: un salario $w_1 = 500$ con probabilità 0.3 e un salario $w_2 = 1000$ con probabilità 0.7.
- un contratto B che prevede: un salario $w_1 = 200$ con probabilità 0.4 e un salario $w_2 = 1500$ con probabilità 0.6

Quale di essi sceglie se è neutrale al rischio? Quale sceglie se egli è avverso al rischio (con funzione di utilità $u = \sqrt{x}$)?

Soluzione

Valore atteso contratto A: $E(X) = 0.3 * 500 + 0.7 * 1000 = 850$

Valore atteso contratto B: $E(X) = 0.4 * 200 + 0.6 * 1500 = 980$

Utilità attesa A: $UA(\text{contrattoA}) = 0.3 * \sqrt{500} + 0.7 * \sqrt{1000} = 28.844$

Utilità attesa B: $UA(\text{contrattoB}) = 0.4 * \sqrt{200} + 0.6 * \sqrt{1500} = 28.895$

8. Un lavoratore impegnato nella produzione di un bene ha la seguente funzione di produzione: $y = 60e$ dove e rappresenta lo sforzo e y il valore della produzione. Il costo dello sforzo è dato da $c(e) = \frac{3}{2}e^2$. Calcolate il livello dello sforzo pienamente efficiente (cioè di *first best*). Supponete che la remunerazione dell'agente sia legata alla produzione realizzata secondo la seguente funzione: $w = 10 + 0.8y$. Quale è il livello di sforzo che sceglie l'agente in questa situazione? Spiegate perché. Calcolate la generica funzione di reazione dell'agente (lo sforzo in funzione di b).

Soluzione

L'azione pienamente efficiente (*first best*) è il livello di sforzo che massimizza il surplus congiunto della relazione:

$$S = y - c(e) = 60e - \frac{3}{2}e^2$$

$$\frac{\partial S}{\partial e} = 60 - 3e = 0 \quad \text{da cui } e_{FB} = 20$$

L'utilità dell'agente sotto lo schema di incentivi offerto dal principale è pari a:

$$u_c = E(w) - c(e) - \left[\frac{1}{2} r b^2 \sigma^2 \right] = 10 + 0.8y - \frac{3}{2}e^2 - \left[\frac{1}{2} r 0.8^2 \sigma^2 \right]$$

$$u_c = 10 + 0.8(60e) - \frac{3}{2}e^2 - \left[\frac{1}{2} r 0.8^2 \sigma^2 \right]$$

La decisione ottimale dell'agente è il livello che massimizza la sua utilità:

$$\frac{\partial u_c}{\partial e} = 48 - 3e = 0 \quad e = 16$$

Lo sforzo dell'agente è inferiore al livello di *first best*, poiché l'intensità degli incentivi ($b=0.8$) è inferiore all'unità.

La funzione di reazione dell'agente in funzione di b (cioè senza esplicitare $b=0.8$):

$$u_c = 10 + b(60e) - \frac{3}{2}e^2 - \left[\frac{1}{2} r 0.8^2 \sigma^2 \right]$$

$$\frac{\partial u_c}{\partial e} = b60 - 3e = 0 \quad e = 20b \quad : \text{ lo sforzo risulta una funzione crescente dell'intensità degli incentivi } b$$

9. La funzione di produzione di un agente impegnato nella raccolta di frutta è: $y = 180e - 5e^2$. Il costo dello sforzo è dato da $c(e) = 8e$. Calcolate l'azione pienamente efficiente (*first best*). Supponete che la remunerazione dell'agente sia determinata sulla base della produzione realizzata secondo la seguente funzione: $w = 50 + 0.75y$. Quale sarà la decisione ottimale dell'agente? Commentate. Disegnate poi il beneficio marginale, il costo marginale e mostrate graficamente la scelta ottimale.

Soluzione

L'azione pienamente efficiente (*first best*) è il livello di sforzo che massimizza il surplus congiunto della relazione:

$$S = y - c(e) = 180e - 5e^2 - 8e$$

$$\frac{\partial S}{\partial e} = 180 - 10e - 8 = 0 \quad \text{da cui} \quad e_{FB} = 17.2$$

L'utilità dell'agente con lo schema di incentivi lineare è pari a:

$$u_c = E(w) - c(e) - \left[\frac{1}{2} r b^2 \sigma^2 \right] = 50 + 0.75y - 8e - \left[\frac{1}{2} r 0.75^2 \sigma^2 \right]$$

$$u_c = 50 + 0.75(180e - 5e^2) - 8e - \left[\frac{1}{2} r 0.75^2 \sigma^2 \right]$$

La decisione ottimale dell'agente è lo sforzo che massimizza la sua utilità:

$$\frac{\partial u_c}{\partial e} = 0.75(180 - 10e) - 8 = 0 \quad e = 16.933$$

10. Una attività di vendita svolta da un lavoratore ha la seguente funzione di produzione: $y = 20e + \varepsilon$, dove ε rappresenta uno shock casuale con media zero e varianza $\sigma^2 = 25$. Il costo dello sforzo è dato da $c(e) = (1/2)e^2$. Il grado di avversione al rischio dell'agente è $r=4$. Calcolate l'azione pienamente efficiente (*first best*). Supponete che la remunerazione dell'agente sia determinata sulla base della produzione realizzata secondo la seguente funzione: $w = 10 + by$. Sulla base dei dati, calcolate il valore ottimale di b . Quale sarà lo sforzo ottimale dell'agente? Spiegate perché.

Soluzione

L'azione pienamente efficiente (*first best*) è il livello di sforzo che massimizza il surplus congiunto della relazione:

$$S = y - c(e) = 20e - \frac{e^2}{2}$$

$$\frac{\partial S}{\partial e} = 20 - e = 0 \quad \text{da cui} \quad e_{FB} = 20$$

$$\text{Determinazione di } b: b = \frac{1}{1 + \frac{r\gamma\sigma^2}{\pi^2}} = \frac{1}{1 + \frac{4 \cdot 1 \cdot 25}{20^2}} = 0.8$$

L'utilità dell'agente con lo schema di incentivi lineare è pari a:

$$u_c = E(w) - c(e) - \left[\frac{1}{2} r b^2 \sigma^2 \right] = 10 + 0.8y - \frac{e^2}{2} - \left[\frac{1}{2} r 0.8^2 \sigma^2 \right]$$

$$u_c = 10 + 0.8(20e) - \frac{e^2}{2} - \left[\frac{1}{2} r 0.8^2 \sigma^2 \right]$$

La decisione ottimale dell'agente è lo sforzo che massimizza la sua utilità:

$$\frac{\partial u_c}{\partial e} = 16 - e = 0 \quad e = 16$$

11. Supponete che la varianza di y sia uguale a 2; il prodotto marginale $\pi = 1$; il costo marginale dello sforzo è pari a 1; il grado di avversione al rischio è pari a 2; il salario base s è uguale a 200. Calcolate l'intensità ottimale degli incentivi b^* . Supponete poi che la varianza tenda a infinito. Determinate nuovamente il b ottimale e spiegate perché assume tale valore [3 p.]
12. Supponete che l'agente sia avverso al rischio. Quali implicazioni avrà su incentivi e allocazione del rischio un contratto "lineare" del tipo: $w = 500 + \frac{y}{2}$? E se il contratto è del tipo: $w = -100 + y$? Commentate i vari passaggi.

Suggerimento: considerate il coefficiente di y , cioè il parametro b , che negli schemi lineari rappresenta l'intensità degli incentivi. Nel primo caso è $b = 0.5$ (come nel contratto di mezzadria); nel secondo caso $b = 1$ (residual claimant)

13. La seguente funzione di utilità: $u = 5\sqrt{w} - 2e$ denota avversione al rischio, propensione o neutralità? E la funzione di utilità: $u = w - \frac{e^2}{2}$ [3 p.]

Suggerimento: considerate il tipo di funzione che lega u al salario w . Si ricordi che se la funzione è concava, allora il soggetto denota avversione al rischio, mentre se la funzione è lineare allora si ha neutralità al rischio.

14. In un relazione principale-agente, supponete che un agente sia caratterizzato dalla funzione di utilità: $u = \sqrt{w} - e$, e che la sua utilità di riserva sia $\bar{u} = 4$. Per svolgere una certa attività sono possibili due livelli di sforzo: basso, $e_L = 1$, e alto, $e_H = 5$. I possibili risultati in relazione allo sforzo prestato sono riportati nella Tabella 1:

Tabella 1. Probabilità dei risultati in relazione allo sforzo prestato

Risultato	
$y_B = 10$	$y_A = 300$

Sforzo	$e_L = 1$	$p = 0.9$	$p = 0.1$
	$e_H = 5$	$p = 0.4$	$p = 0.6$

- ❑ Quale è l'azione socialmente ottimale in presenza di informazione perfetta?
- ❑ Quale salario deve pagare il principale per indurre l'agente a impegnarsi in questa situazione?
- ❑ Supponete ora che lo sforzo non sia osservabile. In che modo deve essere formulato il contratto per incentivare l'agente?
- ❑ Scrivete il vincolo di partecipazione e il vincolo di compatibilità degli incentivi per $e_H = 5$. Determinate i livelli salariali incentivanti. Commentate

Per lo svolgimento si veda l'esempio analogo svolto nel par. 2.5

15. **Contratto di assicurazione e precauzioni ottimali.** Supponete che il valore di un'attività sia 50.000 euro e che un evento negativo può creare una perdita di 40.000 euro, riducendo a 10.000 il valore. Sia p la probabilità dell'evento negativo, che è influenzato dalle precauzioni c che vengono prese dall'Agente secondo la seguente funzione: $p = 0.3 - \frac{c}{200}$

Il costo relativo alle precauzioni è pari a: $4c^2$. Determinate:

- a) il livello ottimale della spesa in precauzioni (senza assicurazione);
- b) le precauzioni ottimali in caso di assicurazione completa (rimborso completo delle perdite)
- c) le precauzioni prese se l'assicurazione garantisce un rimborso di 25.000 euro in caso di sinistro;
- d) dato un generico rimborso R , mostrate come le precauzioni dipendono da R .

a) Livello ottimale delle precauzioni senza assicurazione

$$U = 50000(1 - p) + 10000(p) - 4c^2$$

$$U = 50000 - 40000\left(0.3 - \frac{c}{200}\right) - 4c^2$$

Il livello ottimale di precauzioni.

$$\frac{\partial U}{\partial c} = 200 - 8c = 0 \quad \rightarrow \quad c^* = 25$$

b) Precauzioni con assicurazione completa

Supponiamo una polizza assicurativa assicura un rimborso totale della perdita con un costo pari a x .

$$U = (50000 - x)(1 - p) + (10000 + 40000 - x)p - 4c^2$$

$$U = (50000 - x) - 4c^2$$

La funzione di utilità non dipende più da p : l'A riceve sempre lo stesso ammontare. Pertanto la spesa in precauzioni non presenta più nessun beneficio, ma solo costi. Infatti:

$$\frac{\partial U}{\partial c} = -8c < 0$$

La massimizzazione mostra che l'utilità è sempre decrescente all'aumentare di c . Ne consegue che è conveniente per l'A fissare c pari a zero.

c) Precauzioni con rimborso di 25.000

Assicurazione

Supponiamo una polizza assicurativa assicura un rimborso di 25000 della perdita con un costo pari a x .

$$U = (50000 - x)(1 - p) + (10000 + 25000 - x)p - 4c^2$$

$$U = (50000 - x) - p(15000) - 4c^2$$

$$U = (50000 - x) - (15000) \left(0.3 - \frac{c}{200} \right) - 4c^2$$

$$\frac{\partial U}{\partial c} = 75 - 8c = 0 \quad \rightarrow \quad c = 9.375$$

d) Livello ottimale delle precauzioni come funzione del rimborso R

$$U = (50000 - x)(1 - p) + (10000 + R - x)p - 4c^2$$

$$U = 50000 - x - p(40000 - R) - 4c^2$$

$$U = 50000 - x - \left(0.3 - \frac{c}{200} \right) (40000 - R) - 4c^2$$

$$\frac{\partial U}{\partial c} = \left(\frac{1}{200} \right) (40000 - R) - 8c = 0$$

$$c = 25 - \frac{R}{1600}$$

E' evidente che il livello ottimale di precauzioni è una funzione inversa del rimborso R

16. Il contratto di first best quando l'azione dell'agente può essere inferita dal Principale. L'agente può scegliere solo due livelli di sforzo elevato ($e=10$) oppure basso ($e=0$). Se lo sforzo è elevato, il profitto può essere 100 o 200 (con probabilità 0.5). Se lo sforzo è basso, il profitto può essere 0 con probabilità 0.1; 100 (con probabilità 0.4) o 200 (con probabilità 0.5). Sia la funzione di utilità $u = w - e$ e l'utilità di riserva: $\bar{u} = 4$. Determinate le caratteristiche di un contratto di FB.

Possibile contratto di first best:

Salario fisso (che rispetta il vincolo di partecipazione) se profitti pari a 100 o 200.

$$w - e \geq \bar{u}$$

$$w - 10 \geq 4$$

$$w \geq 14$$

Il contratto deve prevedere una multa M se si verifica profitto=0 (che dimostra che lo sforzo è stato nullo). Determinazione multa:

L'utilità dell'A se lo sforzo è basso: $0.9(14) - 0.1(M) < \bar{u}$

$$M > \frac{0.9(14) - 4}{0.1} = 86$$

Domande teoriche

17. Quali sono le caratteristiche del problema dell'azzardo morale con informazione nascosta [3 p.]
18. Illustrate in che modo la varianza nella produzione, il costo dello sforzo e il grado di avversione al rischio incidono sull'intensità ottimale degli incentivi negli schemi lineari. [4 p.]
19. Cosa mostra l'evidenza empirica a proposito dei contratti nel settore agricolo? Spiegate in quali circostanze tendono ad essere applicati le tre tipiche formulazioni [3 p.]
20. Cosa rappresenta il vincolo di compatibilità degli incentivi? [2 p.]
21. Cosa significa che in un contratto l'agente è titolare del reddito residuale (*residual claimant*)? In quali casi una tale soluzione è ottimale? [3 p.]
22. Cosa stabilisce il principio di informatività? Fate anche un esempio [3 p.]
23. Spiegate sotto quali condizioni è possibile, in caso di informazione asimmetrica, realizzare dei contratti di first best.
24. Da quali variabili dipende l'intensità ottimale degli incentivi? Spiegate il perché [4 p.]
25. Il problema del trade-off tra incentivi e allocazione del rischio nel modello principale-agente [4 p.]
26. Illustrate quali sono i problemi di azzardo morale nei mercati assicurativi e i possibili rimedi contrattuali [4 p.]
27. Mostrate formalmente (mediante le equazioni) il problema di determinazione dell'intensità ottimale degli incentivi con schemi di remunerazione lineari [5 p.]
28. Quali particolari meccanismi derivanti dalla "disciplina dei mercati" possono prevenire o attenuare l'opportunismo dei manager quando c'è separazione tra proprietà e controllo?
29. Quali sono i limiti del modello principale-agente standard? Quali ipotesi sono restrittive e poco realistiche? [4 p.]
30. Spiegate cos'è un contratto di second-best e quali fattori lo rendono differente da un contratto di first-best? [4 p.]
31. Spiegate perché l'incertezza è un fattore così importante nel modello di agenzia. In assenza di incertezza, che caratteristiche avrebbe un contratto di agenzia? [4 p.]
32. Supponete che in un contratto di lavoro la quota b che spetta al lavoratore sia aumentata da 0,5 a 0,7. Mostrate graficamente cosa avviene relativamente alla scelta dell'azione ottimale. Discutete gli effetti sia sugli incentivi che sull'allocazione del rischio.
33. Supponete che y (il risultato finale) sia solo osservabile dal principale, ma non sia verificabile da un'autorità esterna. Discutete il tipo di problemi possono sorgere se le parti usano un contratto di agenzia standard in cui il salario dipende positivamente da y ($w = w(y)$)? [3 p.]

Capitolo 3 – Tornei, Team, Multitasking

1. Supponete che in un torneo con due agenti e due livelli salariali, w_A (salario alto) e w_B (salario basso), la probabilità di vincere il torneo per l'agente i sia pari a: $P = \frac{(e_i - e_j)}{2}$. Il costo dello sforzo è dato da: $c(e) = \frac{5e^2}{2}$. Determinate lo spread salariale ($w_A - w_B$) che il principale deve pagare al fine di ottenere uno sforzo pari a $e=12$. Commentate i vari passaggi.

Soluzione

La funzione di utilità dell'agente i è: $u_i = w_B + P(w_A - w_B) - c(e_i) = w_B + \frac{(e_i - e_j)}{2}(w_A - w_B) - \frac{5e_i^2}{2}$

$$(w_A - w_B) \frac{1}{2} = 5e_i \quad \rightarrow \quad (w_A - w_B) = 10e_i$$

$$w_A - w_B = 10 * 12 = 120$$

Quindi se, ad esempio, $w_B = 50 \rightarrow w_A = 170$

[Esercizio par. 3.3: Team]

2. Supponete che il prodotto individuale di un agente sia $y_i = 5e_i$ e la produzione di squadra (*team*) è pari a: $Y = \sum_{i=1}^N (5e_i)$; il numero dei membri del team è $N = 8$; il costo dello sforzo individuale è $c(e_i) = \frac{0.25e_i^2}{2}$. Calcolate il livello di sforzo efficiente e^* (*first best*) e lo sforzo prescelto in caso di incentivi di gruppo del tipo: $w_i = Y/N$. Commentate i vari passaggi.

Soluzione:

Sforzo efficiente: Massimizza il surplus netto (cioè la produzione complessiva meno la somma del costo dello sforzo degli agenti):

$$S = Y - N[c(e_i)] = 5 \left[\sum_{i=1}^N e_i \right] - 8 \frac{0.25e_i^2}{2} = 40e - e^2$$

considerando che gli agenti sono omogenei e quindi $e_i = e$.

$$\frac{\partial S}{\partial e} = 40 - 2e = 0 \quad \rightarrow \quad e_{fb} = 20 \text{ [sforzo di first best]}$$

In alternativa, lo sforzo ottimale può essere ottenuto eguagliando il beneficio marginale dello sforzo

$\left(\frac{\partial y_i}{\partial e_i} = 5 \right)$ al suo costo marginale $\left(\frac{\partial c}{\partial e_i} = 0.25e_i \right)$, cioè: $5 = 0.25e_i$

Nella produzione di squadra, l'utilità dell'agente i risulta pari a:

$$u_i = w_i - c(e_i) = \frac{Y}{N} - c(e_i) = \frac{5(7e_{j \neq i}) + 5e_i}{8} - \frac{0.25e_i^2}{2} = \frac{35e_{j \neq i} + 5e_i}{8} - \frac{0.25e_i^2}{2}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial e_i} = \frac{5}{8} - 0.25e_i = 0 \quad \rightarrow \quad \hat{e}_i = 2.5 \quad [\text{sforzo dell'agente con free-riding}]$$

In alternativa, lo sforzo intrapreso dall'agente può essere ottenuto eguagliando il beneficio marginale dello sforzo $\left(\frac{\partial w_i}{\partial e_i} = \frac{5}{8}\right)$ al suo costo marginale $\left(\frac{\partial c}{\partial e_i} = 0.25e_i\right)$, cioè: $5 = 0.25e_i$

3. **Team e peer-pressure:** Con i dati dell'esercizio precedente, supponete che la funzione di utilità degli agenti comprende una sanzione sociale $\lambda = 2$ in caso lo sforzo risulta inferiore al livello di first best:

$u_i = w_i - \frac{\gamma e_i^2}{2} - \lambda(e^* - e_i)$. Determinate il livello di sforzo scelto dagli agenti in questo caso e confrontatelo con i livelli di FB e di team. Commentate.

Soluzione:

L'utilità dell'agente i risulta pari a:

$$u_i = w_i - \frac{\gamma e_i^2}{2} - \lambda(e^* - e_i) = \frac{5(7e_{j \neq i}) + 5e_i}{8} - \frac{0.25e_i^2}{2} - 2(e^* - e_i)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial e_i} = \frac{5}{8} - 0.25e_i + 2 = 0 \quad \rightarrow \quad \hat{e}_i = 10.5 \quad [\text{sforzo dell'agente in team con peer-pressure}]$$

Lo sforzo risulta maggiore del livello precedente senza peer-pressure

4. Supponete che a_1 e a_2 siano due mansioni (*task*) di un lavoratore. Sia y il vero contributo del lavoratore all'impresa, $y = 5a_1 + 7a_2$, e sia $p = 4a_1$ una misura della performance. E' opportuno usare un sistema incentivante del tipo: $w = 10 + bp$? Quali conseguenze vi aspettate? Quali alternative si potrebbero usare? [3 p.]

L'azione a_2 nonostante sia utile dal punto di vista dell'impresa (entra nella determinazione di y) sarà completamente trascurata dal lavoratore poiché non incide affatto sulla variabile p che determina il suo salario.

5. Supponete che a_1 e a_2 siano due mansioni (*task*) di un lavoratore. Sia y il vero contributo del lavoratore all'impresa, $y = 20a_1 + 2a_2$, e sia $p = 4a_1 + 16a_2$ una misura della performance. Il costo dello sforzo per l'agente nei due task risulta: $c(a_1, a_2) = \frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2}$. L'agente è neutrale al rischio.

Pertanto, la funzione di utilità dell'agente è $u = w - \frac{a_1^2}{2} - \frac{a_2^2}{2}$. Il sistema incentivante è del tipo: $w = 10 + 0.5p$? Calcolate le azioni ottimali scelte dall'agente. In quale task l'impegno dell'agente è più intenso? E' ottimale dal punto di vista dell'impresa? Quale è il livello di first best dei due task? [5 p.]

Soluzione

La funzione di utilità dell'agente è:

$$U = s + b(\gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2) - \frac{a_1^2}{2} - \frac{a_2^2}{2} = 10 + 0.5(4a_1 + 16a_2) - \frac{a_1^2}{2} - \frac{a_2^2}{2}$$

Le funzioni di reazioni dell'agente:

$$\frac{\partial}{\partial a_1} U = 0.5(4) - a_1 = 0 \quad a_1 = 2$$

$$\frac{\partial}{\partial a_2} U = 0.5(16) - a_2 = 0 \quad a_2 = 8$$

Le azioni First Best:

$$S = \lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 - \frac{a_1^2}{2} - \frac{a_2^2}{2} = 20a_1 + 2a_2 - \frac{a_1^2}{2} - \frac{a_2^2}{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial a_1} S = 20 - a_1 = 0 \quad a_1 = 20$$

$$\frac{\partial}{\partial a_2} S = 2 - a_2 = 0 \quad a_2 = 2$$

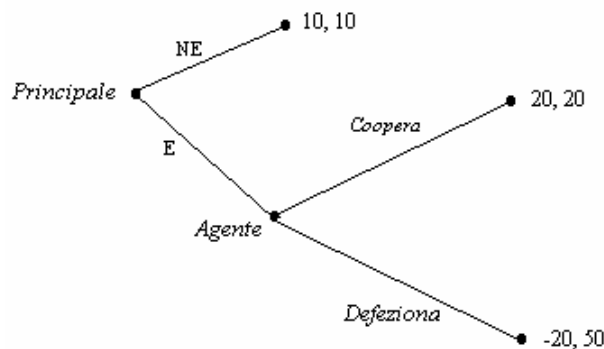
Domande teoriche

6. Mostrate formalmente il modello della produzione di squadra (team), evidenziando le differenze tra sforzo di first best e sforzo scelto dai membri del team. [5 p.]
7. Cosa è la peer pressure (pressione dei colleghi)? Quali sono i suoi effetti? [2 p.]
8. Il meccanismo di incentivazione basato sui “tornei” [4 p.]
9. Il problema del multitasking [4 p.]
10. In una relazione di agenzia se aumenta il grado di avversione al rischio dell’agente, occorre modificare l’intensità ottimale degli incentivi? In che modo? [2 p.]
11. Qual è il principale problema di un sistema di compensi basati sulla produzione in team? [2 p.]
12. Quali sono i vantaggi di un sistema incentivante come i tornei? [3 p.]
13. Spiegate il problema relativo all’effetto ratchet? [3 p.]
14. Spiegate l’effetto ratchet.
15. Supponete che nel modello di Baker, la correlazione tra π e μ sia molto bassa. Il principale dovrebbe pagare un salario legato a p con quale intensità degli incentivi (b)?

Capitolo 4 – Contratti impliciti, salari di efficienza e meccanismi reputazionali

[Esercizio par. 4.2]

1. Considerate il seguente gioco (il primo numero indica i payoff del principale, il secondo quelli dell'agente):



Mostrate l'equilibrio del gioco se esso dura un solo periodo (*one-shot*). Immaginate che sia ripetuto all'infinito. Mostrate i payoff relativi alla cooperazione e alla defezione nel caso il principale segua una "trigger strategy" (interruzione della cooperazione in caso di opportunismo) e determinate il tasso di interesse che permette il raggiungimento di un equilibrio cooperativo (*enforcement* del contratto). Commentate i vari passaggi.

Soluzione

Con il metodo di "induzione a ritroso" è possibile accertare che l'equilibrio del gioco statico è quello in cui il Principale sceglie NE, con pay-off (10,10).

Nel gioco ripetuto all'infinito:

Utilità "intertemporale" se l'agente sceglie di cooperare:

$$U_H = 20 + \frac{20}{1+r} + \frac{20}{(1+r)^2} + \dots = 20 \left[\frac{1+r}{r} \right]$$

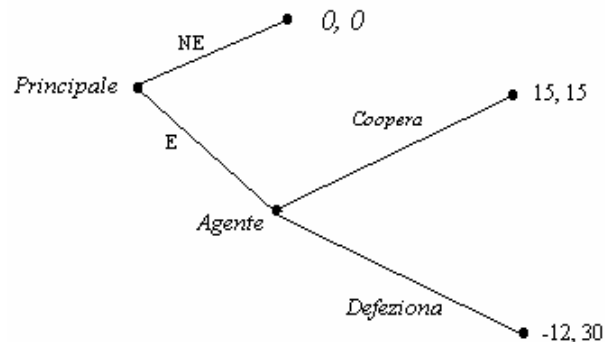
Utilità "intertemporale" se l'agente sceglie di comportarsi in modo opportunistico:

$$U_O = 50 + \frac{10}{1+r} + \frac{10}{(1+r)^2} + \dots = 50 + \frac{10}{r}$$

L'agente ha interesse a comportarsi lealmente se: $U_H \geq U_O$, cioè se:

$$20 \left[\frac{1+r}{r} \right] \geq 50 + \frac{10}{r} \quad \text{da cui: } r \leq 0.33$$

2. Considerate il seguente gioco (il primo numero indica i payoff del principale, il secondo quelli dell'agente) [4 p.]:



Mostrate l'equilibrio se il gioco dura un solo periodo. Immaginate che sia ripetuto all'infinito. Mostrate i payoff relativi alla cooperazione e alla defezione nel caso il principale segua una "trigger strategy" (interruzione della cooperazione in caso di opportunismo) e determinate il tasso di interesse che permette il raggiungimento di un equilibrio cooperativo (*enforcement* del contratto). Commentate i vari passaggi.

Soluzione

Con il metodo di "induzione a ritroso" è possibile accertare che l'equilibrio del gioco statico è quello in cui il Principale sceglie NE, con pay-off (0,0).

Nel gioco ripetuto all'infinito:

Utilità "intertemporale" se l'agente sceglie di cooperare:

$$U_H = 15 + \frac{15}{1+r} + \frac{15}{(1+r)^2} \dots = 15 \left[\frac{1+r}{r} \right]$$

Utilità "intertemporale" se l'agente sceglie di comportarsi in modo opportunistico:

$$U_O = 30 + 0$$

L'agente ha interesse a comportarsi lealmente se: $U_H \geq U_O$

Cioè se:

$$15 \left[\frac{1+r}{r} \right] \geq 30 \quad \text{da cui: } r \leq 1$$

3. Nel modello dei salari di efficienza, supponete che lo sforzo possa essere solo $e = 4$ oppure $e = 0$ (shirking). La funzione di utilità del lavoratore sia $u = w - e$. Sia $\underline{w} = 10$, $p = 0,2$ la probabilità di scoprire lo shirking, il tasso di interesse $r = 10\%$. Calcolate l'utilità dell'agente di fare lo scansafatiche, l'utilità di comportarsi lealmente e quindi determinate il salario di efficienza necessario ad evitare lo shirking del lavoratore. Calcolate anche il salario in presenza di informazione perfetta e la rendita che ottiene il lavoratore con il salario di efficienza. Commentate i vari passaggi.

Soluzione

L'utilità dell'agente di fare lo scansafatiche: $u_S = 0.8w^* + 0.2(10)$

L'utilità di comportarsi lealmente: $u_H = w^* - 4$

Salario di efficienza: Ponendo: $u_H \geq u_S$ e sostituendo le due espressioni precedenti si ha:

$$w^* = 30$$

Salario con informazione perfetta ($p=1$) (vincolo di partecipazione): $\hat{w} - 4 \geq 10 \rightarrow \hat{w} = 14$

Rendita per il lavoratore: $w^* - \hat{w} = 30 - 14 = 16$

4. Nel modello dei salari di efficienza, supponete che lo sforzo possa essere solo $e=4$ oppure $e=0$ (shirking). La funzione di utilità del lavoratore sia $u = w - e$. Sia $\underline{w} = 10$, $p = 0.2$ la probabilità di scoprire lo shirking. Determinate il salario di efficienza. Supponete che l'impresa possa installare un meccanismo di monitoraggio del lavoratore sostenendo un costo pari a 5 che permette di aumentare la probabilità di scoprire lo shirking a $p=0.5$. Calcolate se è conveniente per l'impresa. Commentate i vari passaggi.

L'utilità dell'agente di fare lo scansafatiche: $u_S = 0.8w^* + 0.2(10)$

L'utilità di comportarsi lealmente: $u_H = w^* - 4$

Salario di efficienza: Ponendo: $u_H \geq u_S$ e sostituendo le due espressioni precedenti si ha:

$$w^* = 30$$

Nuovo salario di efficienza con $p=0,5$ (attraverso lo stesso procedimento di prima): $w^{*'} = 18$

Installando il sistema di monitoraggio l'impresa sostiene un costo di 5 ma risparmia $30 - 18 = 12$ in termini di un minore salario di efficienza: all'impresa conviene usare il nuovo meccanismo di monitoraggio

5. Nel modello dei salari di efficienza, supponete che lo sforzo possa essere solo $e=500$ oppure $e=100$ (shirking). La funzione di utilità del lavoratore sia $u = w - e$. Sia $\underline{w} = 300$, $p = 0,25$ la probabilità di scoprire lo shirking. Calcolate l'utilità dell'agente di fare lo scansafatiche, l'utilità di comportarsi lealmente e quindi determinate il salario di efficienza necessario ad evitare lo shirking del lavoratore. Commentate i vari passaggi.

Soluzione

L'utilità dell'agente di fare lo scansafatiche: $u_S = 0.75w^* + 0.25(300) - 100$

L'utilità di comportarsi lealmente: $u_H = w^* - 500$

Salario di efficienza: Ponendo: $u_H \geq u_S$ e sostituendo le due espressioni precedenti si ha: $w^* = 1900$

Salario con informazione perfetta ($p=1$): $\hat{w} - 500 \geq 300 \rightarrow \hat{w} = 800$

Rendita per il lavoratore: $w^* - \hat{w} = 1900 - 800 = 1100$

Calcolo della cauzione (*bond*) necessario a scoraggiare lo shirking.

Utilità in caso di comportamento leale: $u_H = w - e$

Utilità in caso di shirking: $u_S = (1 - p)w + p(\underline{w} - B)$

dove B è il bond che rappresenta la perdita per il lavoratore se è scoperto a fare shirking

Quanto dovrà essere il bond da richiedere al lavoratore per evitare lo shirking?

$$w - e \geq (1 - p)w + p(\underline{w} - B)$$

$$B \geq \frac{e}{p} + \underline{w} - w$$

Se l'impresa deve pagare al lavoratore il suo salario di riserva per indurlo ad accettare il posto di lavoro:

$$w = \underline{w} + e,$$

$$B \geq \frac{e}{p} - e$$

[Esercizio par. 4.8]

6. Il costo di produzione di un "experience good" di buona qualità è $c_H = 50$, mentre il costo di produrre qualità scadente è $c_S = 10$. La quantità domandata è $Q=1000$ e il tasso di interesse $r=10\%$. Considerando il meccanismo reputazionale di Klein-Leffler-Shapiro, determinate i profitti "intertemporali" di un'impresa che produce buona qualità, i profitti di un'impresa opportunistica e il prezzo del prodotto che assicura buona qualità. Commentate i vari passaggi. [supponete che in caso di opportunismo dell'impresa tutti i consumatori siano informati della cattiva qualità $\lambda = 1$]

Soluzione

Profitti "intertemporali" di un'impresa che produce buona qualità:

$$\Pi_H = (p - c_H)Q \left[\frac{1+r}{r} \right] = (p - 50)1000 \left[\frac{1.1}{0.1} \right]$$

Profitti di un'impresa opportunistica:

$$\Pi_S = (p - c_S)Q = (p - 10)1000$$

Il prezzo del prodotto che assicura buona qualità: $\Pi_H \geq \Pi_S$

Sostituendo le due espressioni precedenti: $(p - 50)1000 \left[\frac{1.1}{0.1} \right] \geq (p - 10)1000$

Il prezzo del prodotto che assicura buona qualità: $p \geq 54$

[Esercizio par. 4.8]

7. Con gli stessi dati dell'esercizio precedente, supponete che solo il 20% dei consumatori penalizzi l'impresa in seguito a qualità scadente ($\lambda = 0.2$).

Soluzione

Profitti "intertemporali" di un'impresa che produce buona qualità:

$$\Pi_H = (p - c_H)Q \left[\frac{1+r}{r} \right] = (p - 50)1000 \left[\frac{1.1}{0.1} \right]$$

Profitti di un'impresa opportunistica:

$$\Pi_H = (p - c_s)Q\left[\frac{1+r}{\lambda+r}\right] = (p-10)1000\left[\frac{1.1}{0.3}\right]$$

Il prezzo del prodotto che assicura buona qualità: $\Pi_H \geq \Pi_S$

Sostituendo le due espressioni precedenti: $(p-50)1000\left[\frac{1.1}{0.1}\right] \geq (p-10)1000\left[\frac{1.1}{0.3}\right]$

Il prezzo del prodotto che assicura buona qualità: $p \geq 70$

Domande teoriche

8. I rischi di opportunismo nel sistema di valutazione soggettiva della performance e i possibili rimedi [4 p.].
9. Spiegate quali sono le condizioni affinché possono essere applicati dei contratti impliciti self-enforcing (Folk Theorem) [4 p.]
10. La distinzione tra osservabilità e verificabilità e le implicazioni per l'enforcement dei contratti? [3 p.]
11. Quale è il problema legato ai cosiddetti "yes men"?
12. Discutete dei meccanismi di diffusione delle informazioni e delle istituzioni ausiliarie alla reputazione.

Capitolo 5 – Selezione avversa, screening e segnalazione

[Esercizio par. 5.2].

1. In un certo mercato del lavoro il salario di riserva dei lavoratori ad alte abilità è pari a 2000 e la loro produttività sul lavoro è 2500, il salario di riserva dei lavoratori con scarse abilità è 1200 e la loro produttività è 1500. Se il 40% dei lavoratori sul mercato possiede elevate abilità, quale salario saranno disposte ad offrire le imprese se non sono in grado di accertare le abilità del lavoratore al momento dell'assunzione? Quali lavoratori saranno disposti a lavorare? Cosa succede sul mercato? Cosa succederebbe invece se il 70% dei lavoratori fosse ad elevate abilità?

Soluzione:

Con asimmetria informativa, le imprese offrono al massimo il salario:

$$\text{Con } p=0.4: \quad W = 2500 \cdot (0.4) + 1500 \cdot (0.6) = 1900$$

I lavoratori più abili non hanno convenienza a lavorare presso le imprese (potrebbero optare ad esempio per un lavoro autonomo). Scompare il mercato dei lavoratori più abili”.

Rimedi: salario di efficienza, segnalazione

$$\text{Con } p=0.7: \quad W = 2500 \cdot (0.7) + 1500 \cdot (0.3) = 2200$$

Il mercato dei lavoratori “abili” non scompare, sono occupati presso l’impresa sia i lavoratori abili che quelli meno abili

2. [Esercizio par. 5.2]. La disponibilità a pagare degli acquirenti di auto buone sia 5.000 euro; il prezzo minimo al quale i venditori delle stesse auto sono disposti a venderle sul mercato è invece pari a 4.000 euro. Per un “lemon”, gli acquirenti giudicano il loro valore pari a 2.000 euro, mentre i venditori sono pronti a cederle per un prezzo minimo di 1.800 euro. Supponete che sul mercato circoli l’80% di auto buone. Cosa succede all’equilibrio? Cosa accade invece se sul mercato la percentuale di auto buone diventa pari al 50%? Commentate. [3 p.]

Soluzione:

Con asimmetria informativa, gli acquirenti sono disposti a pagare al massimo il valore atteso delle auto:

$$\text{Con } p=0.8: \quad E(X) = 5000 \cdot (0.8) + 2000 \cdot (0.2) = 4400$$

I venditori venderanno sia auto buone che “lemon”. I mercati funzionano nonostante l’asimmetria informativa.

$$\text{Con } p=0.5: \quad E(X) = 5000 \cdot (0.5) + 2000 \cdot (0.5) = 3500$$

I venditori NON sono disposti a vendere auto buone poiché $3500 < 4000$. Sul mercato cominceranno ad essere scambiate solo auto di cattiva qualità, facendo ridurre a zero la probabilità di trovare queste auto.

Il mercato delle auto buone “scompare” e si scambiano solo bidoni.

3. Il salario di riserva dei lavoratori ad alte abilità è pari a 1.800, mentre quello dei lavoratori con scarse abilità è 1.000. **Se il salario di riserva riflette la produttività dei lavoratori e se il 30% dei lavoratori sul mercato possiede elevate abilità, quale salario saranno disposte ad offrire le imprese se**

non hanno nessuna informazione? Quali lavoratori saranno disposti a lavorare? Cosa succede sul mercato?

Soluzione:

Con asimmetria informativa, le imprese offrono al massimo il salario:

Con $p=0.3$: $W = 1800 \cdot (0.3) + 1000 \cdot (0.7) = 1240$

I lavoratori più abili non hanno convenienza a lavorare presso le imprese (optano per un lavoro autonomo).

Scompare il mercato dei lavoratori più abili”.

Rimedi: salario di efficienza, segnalazione

4. Supponete che un titolo di studio richieda 4 anni di istruzione ($h=4$). Le imprese pagano un salario di 500 a chi è in possesso del titolo e 200 a chi ne è privo. I costi di istruzione degli individui più abili sono $C_A = 50h$ mentre i costi per gli individui meno abili sono $C_B = 60h$. Mostrate se il conseguimento del titolo di studio è conveniente a) per i meno abili; b) per i più abili; c) se l'istruzione costituisce un segnale. [4 p.]

Soluzione

Vincolo di auto-selezione per i lavoratori abili: $500 - 50 \cdot 4 > 200$

Il primo vincolo è rispettato. I lavoratori più abili hanno convenienza ad acquisire il titolo di studio.

Vincolo di auto-selezione per i lavoratori meno abili: $500 - 60 \cdot 4 < 200$

Il secondo vincolo NON è rispettato. Ciò implica che anche i lavoratori meno abili hanno convenienza ad acquisire il titolo di studio, cioè $500 - 60 \cdot 4 > 200$

Il titolo di studio in questo caso non costituisce un segnale dal momento che i due tipi di lavoratori effettuano la stessa scelta. Si ha un equilibrio di “aggregazione” o pooling.

5. Con i dati dell'esercizio precedente, supponete che il costo di acquisizione dell'istruzione per gli studenti meno abili sia: $C_B = 100h$. Verificate cosa succede in questo caso.

Soluzione

Il vincolo di auto-selezione per i lavoratori abili è rispettato (vedi esercizio precedente)

Vincolo di auto-selezione per i lavoratori meno abili: $500 - 100 \cdot 4 < 200$

Il secondo vincolo è rispettato. Ciò implica che i lavoratori meno abili NON hanno convenienza ad acquisire il titolo di studio.

In questo caso si ha un equilibrio di segnalazione, in cui gli agenti con caratteristiche diverse effettuano scelte differenti.

6. La disponibilità a pagare degli acquirenti di auto buone sia 5.000 euro; il prezzo minimo al quale i venditori delle stesse auto sono disposti a venderle sul mercato è invece pari a 4.000 euro. Per un “lemon”, gli acquirenti giudicano il loro valore pari a 2.000 euro, mentre i venditori sono pronti a cederle per un prezzo minimo di 1.800 euro. Supponete che sul mercato circolino l'80% di auto buone. Cosa succede all'equilibrio? Cosa accade invece se sul mercato la percentuale di auto buone diventa pari al 50%? Commentate. [3 p.]

Soluzione:

Con asimmetria informativa, gli acquirenti sono disposti a pagare al massimo il valore atteso delle auto:

Con $p=0.8$: $E(X) = 5000 \cdot (0.8) + 2000 \cdot (0.2) = 4400$

I venditori venderanno sia auto buone che "lemon". I mercati funzionano nonostante l'asimmetria informativa.

Con $p=0.5$: $E(X) = 5000 \cdot (0.5) + 2000 \cdot (0.5) = 3500$

I venditori NON sono disposti a vendere auto buone poiché $3500 < 4000$. Sul mercato cominceranno ad essere scambiate solo auto di cattiva qualità, facendo ridurre a zero la probabilità di trovare queste auto. Il mercato delle auto buone "scompare" e si scambiano solo bidoni.

7. **Meccanismo di screening messo in atto da una impresa per selezionare i lavoratori migliori sulla base dell'intensità degli incentivi b .** La produttività dei lavoratori buoni sia $y_H = 2400$ e quella dei lavoratori con basse abilità sia $y_L = 1000$ (H indica i lavoratori con elevate (high) abilità e L indica i lavoratori con (low) basse abilità). Siano $w_H = 1600$ e $w_L = 800$ i rispettivi salari di riserva. L'impresa paga una remunerazione legata alla performance $w = by$. Mostrate se esiste un valore di b che permette di selezionare i lavoratori buoni e di scoraggiare i lavoratori peggiori.

Soluzione

Vincolo di auto-selezione per i lavoratori buoni: $by_H \geq w_H \rightarrow b * 2400 \geq 1600 \rightarrow$

$$b \geq \frac{1600}{2400} = 0.66$$

Vincolo di auto-selezione per i lavoratori meno abili: $by_L < w_L \rightarrow b * 1000 < 800 \rightarrow b < 0.80$

Poiché è possibile avere contemporaneamente $0.80 > b > 0.66$ si può determinare un equilibrio di separazione. Se, ad esempio, l'impresa fissa $b = 0.75$ è in grado di attirare i lavoratori abili e di indurre i meno abili a rifiutare il lavoro.

8. **Razionamento nel mercato del credito.** La probabilità di restituzione dei prestiti delle imprese alle banche è funzione inversa del tasso di interesse, secondo la formula: $P = 1 - 0.7i$: all'aumentare del tasso di interesse si selezionano le imprese con progetti più rischiosi. Così, i profitti (lordi) delle banche sono dati da: $\Pi = (1 - 0.7i)(1 + i)C$ (supponendo che C sia il prestito concesso e che in caso di fallimento non si restituisca nulla). Supponete che il tasso di interesse che porta in equilibrio domanda e offerta del credito sia $i=30\%$. E' conveniente per l'impresa praticare un tasso del 30%? Quale tasso è ottimale dal punto di vista della banca?

Soluzione

Il tasso di interesse che massimizza i profitti della banca è il seguente:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial i} = (1 - 0.7i)C - 0.7(1 + i)C = 0 \quad i = 0.214 = 21.4\%$$

Per la banca è conveniente praticare un tasso di interesse del 21.4% e razionare i prestiti alle imprese.

Domande teoriche

9. Illustrate le principali caratteristiche della selezione avversa. Quali sono le possibili conseguenze? Che tipo di contratti possono evitare l'opportunismo in questo caso? [4 p.]
10. Il razionamento nei mercati come meccanismo per evitare la selezione avversa. [4 p.]
11. Illustrate alcuni tipici meccanismi di screening adottati dalle compagnie assicurative nei mercati assicurativi