

## 2.12. Richiami di teoria dell'utilità attesa. Avversione al rischio, premio per il rischio, assicurazione<sup>1</sup>

Un'azione o decisione in condizioni di *incertezza* può generare diversi esiti o eventi, ognuno con una certa probabilità di verificarsi<sup>2</sup>. Se si investono 10.000 euro acquistando azioni di una certa società, dopo un anno il valore potrebbe diventare 12.000 con una probabilità del 50% oppure 9.000 con probabilità 50%. Si definisce "*prospetto*" o "lotteria" una distribuzione di probabilità associata a dei *payoff* (premi) monetari. Le decisioni dei soggetti economici in condizioni di incertezza possono essere rappresentate come la scelta di un determinato prospetto all'interno di un insieme di alternative.

Nel caso in cui gli individui non si preoccupano affatto del rischio connesso alla scelta di un prospetto incerto, le loro decisioni sono guidate unicamente dal *valore atteso*, che rappresenta la media ponderata dei possibili valori monetari di un prospetto, i cui pesi sono dati dalle rispettive probabilità. Il prospetto selezionato sarà quello con il più alto valore atteso.

Tuttavia, la maggior parte degli individui non è indifferente al rischio. Per spiegare le scelte in condizioni di incertezza gli economisti fanno uso della *teoria dell'utilità attesa*, secondo la quale tra diversi prospetti alternativi gli individui scelgono quello con *l'utilità attesa più alta*, piuttosto che quello con il *maggior valore atteso*. La teoria dell'utilità attesa consente così di tener conto dell'atteggiamento degli individui rispetto al rischio e di trattare le scelte in un ambiente incerto in modo analogo alle scelte in condizioni di certezza.

Secondo questo approccio, ad ogni possibile risultato  $x$  di un prospetto è assegnato un certo valore sulla base della funzione di utilità dell'individuo  $u(x)$ . *L'utilità attesa* è ottenuta come la media ponderata *delle utilità* associate ad ogni possibile esito, con il peso determinato dalle rispettive probabilità.

Prendiamo in considerazione un prospetto  $X$  che consente di ottenere un pagamento di 100 euro con una probabilità pari al 60 per cento e un pagamento di 20 euro con una probabilità del 40 per cento. Il *valore atteso*,  $E(X)$  o  $\bar{x}$ , di questo prospetto è pari a:

$$E(X) = \bar{x} = 0,6 \cdot 100 + 0,4 \cdot 20 = 68.$$

Per calcolare l'utilità attesa è necessario usare la funzione di utilità dell'individuo – che supponiamo assuma la seguente forma:  $u(x) = \sqrt{x}$  – e trasformare i valori monetari relativi ai vari esiti negli indici di utilità. *L'utilità attesa* della lotteria  $X$ ,  $UA(X)$ , è così uguale a:

$$UA(X) = 0,6 \cdot \sqrt{100} + 0,4 \cdot \sqrt{20} = 7,79$$

Secondo la funzione di utilità  $u(x)$ , l'utilità che l'individuo percepirebbe se ottenesse, invece del prospetto incerto, un pagamento certo pari al valore atteso  $\bar{x}$  sarebbe invece data da:  $u(\bar{x}) = \sqrt{68} = 8,25$ .

Un aspetto fondamentale delle scelte in condizioni di incertezza è l'atteggiamento degli individui rispetto al rischio, che può essere di avversione, neutralità o propensione.

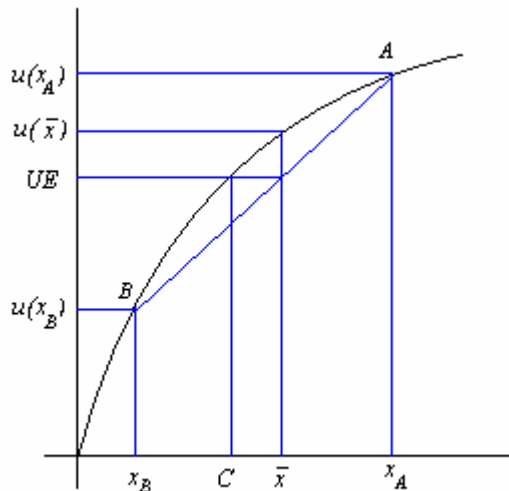
Un *individuo avverso al rischio* preferisce ricevere un reddito certo  $\bar{x}$  piuttosto che disporre di un prospetto incerto il cui valore atteso corrisponde a  $\bar{x}$ . Nell'esempio esaminato, si è visto che l'utilità del valore certo pari a  $\bar{x}$  è maggiore dell'utilità attesa dal prospetto. Allo stesso modo, tra un pagamento certo di 1.000 euro e una lotteria che dà 2.000 euro con probabilità 0,5 oppure 0 con probabilità 0,5 (che ha quindi un valore atteso di 1.000), un individuo avverso al rischio preferisce strettamente il reddito certo.

I soggetti avversi al rischio presentano una funzione di utilità concava, cioè una funzione che aumenta a tassi decrescenti all'aumentare dei payoff (come la funzione  $u(x) = \sqrt{x}$  usata nell'esempio

<sup>1</sup> Per una trattazione a livello introduttivo della teoria dell'utilità attesa, si veda un manuale di microeconomia come Pindyck e Rubinfeld (2001) o Varian (2002).

<sup>2</sup> Molti economisti – seguendo l'approccio di Knight e Keynes – usano distinguere l'incertezza dal rischio. *L'incertezza* è una situazione caratterizzata dall'impossibilità di definire le probabilità dei diversi eventi, mentre si parla di *rischio* quando i soggetti sono in grado di definire delle distribuzioni di probabilità. Nel corso della trattazione si fa riferimento solo a quest'ultima categoria, sebbene i termini di incertezza e rischio siano usati come sinonimi.

precedente),<sup>3</sup> rappresentata nella Figura 2.6. Nella Figura  $x_A$  e  $x_B$  sono i due possibili risultati; l'utilità attesa del prospetto è data dal punto medio sulla corda BA, che corrisponde sull'asse delle ascisse al valore atteso  $\bar{x}$ . Dal grafico si evince anche che l'utilità del valore  $\bar{x}$  è maggiore dell'utilità attesa del prospetto.



**Figura 2.6. La funzione di utilità per un individuo avverso al rischio**

Un agente è **neutrale rispetto al rischio** se è indifferente tra un prospetto incerto e un pagamento certo uguale al valore atteso del prospetto. La funzione di utilità per un soggetto neutrale al rischio è lineare. In pratica, un individuo neutrale al rischio assume le decisioni solo sulla base del valore atteso, preferendo i prospetti con valore atteso più alto a prescindere dalla loro rischiosità<sup>4</sup>.

Allo scopo di valutare e misurare l'atteggiamento degli individui nei confronti del rischio, si utilizzano generalmente i concetti di "equivalente certo" e di "premio per il rischio".

L'**equivalente certo** rappresenta quel valore certo  $C$  che l'individuo considera equivalente al valore incerto della lotteria, cioè quel valore che assicura all'agente la stessa utilità della lotteria. Formalmente:  $u(C) = UA(X)$ .

Per una persona avversa al rischio, l'equivalente certo di un prospetto risulta sempre inferiore al suo valore atteso. L'equivalente certo del prospetto  $X$ , per l'individuo caratterizzato dalla funzione di utilità  $u(x) = \sqrt{x}$ , può essere calcolato risolvendo la seguente equazione:

$$u(C) = UA(X) \qquad \sqrt{C} = 7,79 \qquad C = 60,68$$

Pertanto, l'individuo considera un valore certo di 60,68 equivalente alla partecipazione alla lotteria  $X$ , il cui valore atteso è invece pari a 68. Ciò dimostra la sua preferenza ad evitare situazioni rischiose.

Nella Figura 2.6, il punto  $C$  sull'asse delle ascisse, posto in corrispondenza del valore dell'utilità attesa della lotteria, ne rappresenta l'equivalente certo.

La teoria delle decisioni in condizioni di incertezza ha dimostrato che l'equivalente certo può essere determinato più in generale tramite la seguente formula:

$$[2.20] \qquad C = E(X) - (1/2)rVar(X)$$

dove  $E(X)$  rappresenta il valore atteso,  $r$  è il coefficiente che misura il grado di avversione al rischio ( $r = 0$  implica che l'individuo è neutrale al rischio) e  $Var(X)$  è la varianza di  $X$ . L'equivalente certo risulta così tanto minore quanto maggiore è l'avversione al rischio dell'individuo e quanto maggiore è la varianza del reddito stocastico.

<sup>3</sup> Ciò implica che per l'individuo le eventuali perdite hanno un maggior valore (assoluto) dei possibili guadagni. In altre parole, l'utilità di un euro disponibile nei casi sfavorevoli risulta molto maggiore dell'utilità dello stesso euro nelle circostanze favorevoli (si veda Friedman, 2004).

<sup>4</sup> Al contrario, un individuo **propenso al rischio** preferisce sempre un reddito incerto piuttosto che un pagamento certo corrispondente al valore atteso.

Il **premio per il rischio** è dato semplicemente dalla differenza tra il valore atteso e l'equivalente certo,  $PR = E(X) - C$ , e rappresenta il prezzo che un individuo avverso al rischio è disposto a pagare per eliminare l'incertezza e assicurarsi un valore certo (oppure, in alternativa, può essere interpretato come il costo monetario che egli sopporta per partecipare a un prospetto incerto). Nell'esempio considerato, il premio per il rischio è pari a:  $PR = 68 - 60,68 = 7,32$ . Nella Figura 2.6, il premio per il rischio è uguale alla distanza tra  $C$  e  $\bar{x}$ . Usando la formula generale [2.20], il premio per il rischio può essere scritto come:  $(1/2)rVar(X)$ .

Si noti che il premio per il rischio è nullo per un individuo neutrale al rischio, dal momento che l'equivalente certo è esattamente uguale al valore atteso del prospetto.

## L'assicurazione come strumento di riduzione del rischio

Un'**assicurazione** rappresenta tipicamente una transazione tra un soggetto avverso al rischio e un soggetto neutrale al rischio, con la quale quest'ultimo si accolla il rischio di una situazione incerta assicurando all'individuo avverso al rischio un dato valore certo, in cambio di un certo pagamento (*premio*). Normalmente il soggetto neutrale al rischio coincide con una compagnia assicurativa che, grazie all'instaurazione di un numero molto elevato di relazioni con soggetti diversi (diversificazione) e alla legge dei grandi numeri, è in grado di neutralizzare gli effetti dell'incertezza.

Un **contratto assicurativo attuarialmente equo** è un contratto che garantisce all'assicurato il valore atteso di un prospetto incerto o, equivalentemente, che stabilisce un costo dell'assicurazione (*premio*) uguale alla perdita attesa connessa agli eventi negativi. Se il mercato assicurativo è in concorrenza perfetta, la condizione di profitti attesi nulli per le imprese assicurative conduce alla definizione di contratti attuarialmente equi.

Supponiamo che la probabilità che si verifichi un incendio in uno stabilimento del valore di 100.000 euro sia pari al 2%. Il valore atteso per il proprietario senza assicurazione è quindi uguale a:  $100.000 \cdot (0,98) + 0 \cdot (0,02) = 98.000$ . La perdita attesa è:  $100.000 \cdot 2\% = 2.000$ . In un contratto assicurativo **equo** il premio da pagare alla compagnia assicurativa è proprio pari a 2.000 euro (prevedendo un rimborso pari a 100.000 euro). Di conseguenza, nel caso non si verifichi nessun incendio l'assicurato ottiene un valore di 98.000 (100.000 meno 2.000 per il premio pagato); in caso di incendio, l'assicurato gode sempre di una ricchezza pari a 98.000, poiché, a fronte del premio pagato di 2.000, riceve il rimborso di 100.000 dalla compagnia assicurativa. I profitti della compagnia assicurativa risultano nulli, poiché paga il rimborso di 100.000 nel 2% dei casi e incassa sempre il premio di 2.000:

$$2.000 - (0,02) \cdot 100.000 = 0$$

Dal momento che l'equivalente certo per un individuo avverso al rischio è inferiore al valore atteso, la sua utilità aumenta se egli stipula un'assicurazione attuarialmente equa che gli assicura una ricchezza pari al valore atteso. D'altra parte, poiché la compagnia assicurativa è neutrale al rischio (per definizione indifferente tra il prospetto incerto acquisito e il reddito certo ceduto), l'operazione di assicurazione costituisce una transazione che fa aumentare l'efficienza economica.