

Esercizi. Decisioni in condizioni di incertezza, utilità attesa, equivalente certo, premio per il rischio

1. Supponete che la funzione di utilità di un agente sia $u = x^{\frac{1}{4}}$. La remunerazione è rappresentata da un prospetto incerto, che prevede un reddito di 1800 nel 25% dei casi e di 1200 nel 75%. Calcolate il valore atteso di questa remunerazione, l'equivalente certo e il premio per il rischio. Date una definizione dei vari concetti e rappresentateli graficamente.
2. Un agente presenta una funzione di utilità pari a: $u = x^{\frac{1}{2}}$. La remunerazione è rappresentata da un prospetto incerto, che prevede un reddito di 2000 nel 50% dei casi e di 3000 nel 50%. Calcolate il valore atteso di questa remunerazione, l'equivalente certo e il premio per il rischio. Date una definizione dei vari concetti e rappresentate graficamente i valori ottenuti.
3. Al noto programma di RAI uno "Affari tuoi", un concorrente aveva di fronte la possibilità di vincere 500 mila euro oppure 10 mila euro (in assenza di altre informazioni si può supporre che la probabilità di ciascun esito sia pari a 0.5). In alternativa alla continuazione del gioco, al concorrente è stata offerta una somma di 100 mila euro (con certezza). Calcolate:
 - il valore atteso di continuare a giocare
 - la scelta che farebbe un giocatore neutrale al rischio (spiegando il perché)
 - la scelta che farebbe un giocatore con una funzione di utilità $u = \sqrt{x}$
 - Il valore minimo che quest'ultimo giocatore sarebbe disposto ad accettare invece di continuare a giocare.
4. La probabilità che una macchina sia rubata è pari a 0.02 (2%). Il valore dell'auto è 20.000 euro. Calcolate il valore atteso del proprietario senza assicurazione. Se l'assicurazione fa pagare un premio di 500 (e rimborsa interamente il valore dell'auto), conviene assicurarsi se l'individuo è neutrale al rischio? Conviene assicurarsi se l'individuo ha una funzione di utilità $u = \sqrt{x}$? Calcolate il premio assicurativo massimo che l'individuo è disposto a pagare nei due casi.
5. Con i dati dell'esercizio precedente immaginate che la funzione di utilità del proprietario sia $u = \ln(1+x)$ (dove \ln logaritmo naturale). Calcolate l'utilità attesa, se conviene assicurarsi, l'equivalente certo e il premio assicurativo massimo.
6. Supponete che la funzione di utilità di un agente sia $u = x^{\frac{1}{2}}$. La remunerazione è rappresentata da un prospetto incerto, che prevede un reddito di 1000 nel 20% dei casi, di 2000 nel 30% e di 2500 nel 50%. Calcolate il valore atteso di questa remunerazione, l'equivalente certo e il premio per il rischio.