# Metodi Probabilistici Per L'Economia
# Prova Scritta del DD – MM – YYYY

**Nome:** __________________ **Cognome:** _______________ **Matricola:** _____

**Esercizio 1** **(15 Punti)**

Un punto $P$ ha coordinate $X$ e $Y$ scelte a caso ed in maniera indipendente nell'intervallo $[0,1]$.

(a) Determinare la distribuzione della distanza del punto $P$ dal vertice più vicino del quadrato con vertici (0,0), (1,0), (1,1) e (0,1). [14]

Suggerimento:

$$\int \frac{1}{\sqrt{x(z-x)}} \mathrm{d}x = \arcsin\left[\frac{2}{z}\left(x - \frac{z}{2}\right)\right] + c$$

(b) Calcolare la probabilità che la distanza del punto precedente sia piccola di 3/4. [1]

**Esercizio 2** **(15 Punti)**

Si consideri l'integrale

$$I = \int_{-1}^{1} \mathrm{e}^{-x^2} \mathrm{d}x.$$

(a) Calcolare l'integrale usando le tabelle per la funzione di ripartizione della normale standard. [3]

Si dica, inoltre, come calcolare in maniera approssimata l'integrale, avendo a disposizione

(b) Una sequenza di osservazioni indipendenti, $u_1, u_2, \ldots, u_n$, da [4]

$$U \sim \mathscr{U}(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$$

(Suggerimento: scrivere l'integrale come il valore atteso di una funzione di $U$)

(c) Una sequenza di osservazioni indipendenti, $v_1, v_2, \ldots, v_n$, da [4]

$$V \sim \mathscr{U}(0,1)$$

(Suggerimento: mostrare che

$$V = g(U) = \frac{U + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$

e sostituire $U = g^{-1}(V)$ nel valore atteso del punto precedente)

(d) Una sequenza di osservazioni indipendenti, $z_1, z_2, \ldots, z_n$, da [4]

$$Z \sim \mathscr{N}(0,1)$$

(Suggerimento: scrivere l'integrale come il valore atteso di una funzione di $Z$)