

Prova scritta di Analisi Matematica 1, del 5 Febbraio 2008  
Corso di Laurea in M.Q.E.G.A.  
Professoressa Paolamaria Pietramala, A.A. 2007/2008

**Esercizio 1**

Determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme  $A$  e dire se si tratta di massimo e minimo.

$$A = \{x^2 - 3x + 2 \leq 0, x \in [0, 2]\}$$

**Risposta:**

**Esercizio 2**

Data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x + 1 & x < 0 \\ e^x & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 + 2x - 1 & x > 1 \end{cases}$$

Calcolare  $f(f(-\pi))$  e stabilire se essa è continua in  $\mathbb{R}$ .

**Risposta:**

**Esercizio 3**

Stabilire se la seguente funzione è invertibile:

$$f(x) = \arctan x + (1 + x)^3$$

**Risposta:**

**Esercizio 4**

Stabilire il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{4}{5^n}$$

**Risposta:**

**Esercizio 5**

Calcolare il limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} e^n - 2^n$$

**Risposta:**

**Esercizio 6**

Calcolare la derivata della seguente funzione

$$f(x) = \log(3x^2 + 1)(\sin x)^2$$

**Risposta:**

**Esercizio 7**

Scrivere il rapporto incrementale della funzione  $f(x) = \frac{\arctan(x+1)}{2^x}$  nel punto  $x_0 = 1$ .

**Risposta:**

**Esercizio 8**

Calcolare il massimo e il minimo assoluti della funzione  $f(x) = x^2 + \log x$  in  $[1, e]$ .

**Risposta:**

**Esercizio 9**

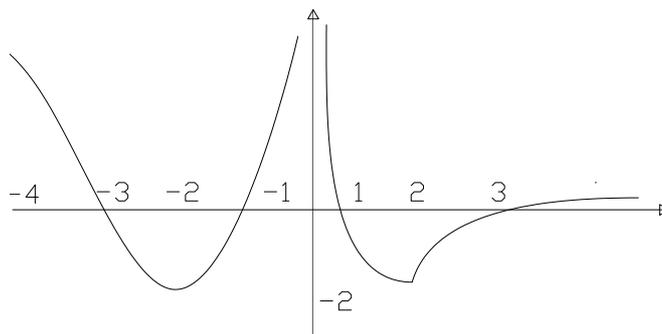
Calcolare

$$\int_{-1}^3 \frac{1}{2}x + \frac{1}{x^2} dx$$

**Risposta:**

**Esercizio 10**

Leggere il grafico di f



**Risposta:**

**Esercizio 11**

Disegnare il grafico della seguente funzione:

$$f(x) = |3x - 6| + 3$$

**Risposta:**

**Esercizio 12**

Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{1 - \sin x}{\cos x + x} dx$$

**Risposta:**

**Esercizio 13**

Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3x^2 + e^{-2x}}{x + 5x^2 - \sin x}$$

**Risposta:**

**Esercizio 14**

Calcolare il seguente integrale:

$$\int_9^{+\infty} \frac{5}{x^2 - 10x + 25} dx$$

**Risposta:**

**Esercizio 15**

Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{1 + e^x}{e^x}\right)$$

**Risposta:**

**Esercizio 16**

Disegnare nello stesso sistema di riferimento  $f(x) = -x^2$ ,  $g(x) = x^3$ ,  $h(x) = x$ :

**Risposta:**

**Esercizio 17**

Scrivere la serie di Taylor di centro  $x_0 = 0$  della funzione:

$$f(x) = (x^2 + 1) \sin x$$

**Risposta:**

**Esercizio 18**

Determinare  $a$  e  $b$  in modo tale che  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 3$  abbia un punto di massimo in  $x=4$  e un punto di flesso in  $x=-1$ .

**Risposta:**

**Esercizio 19**

La funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x = 0 \\ \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \end{cases}$$

verifica

$a$   $f'(0) = 0$

$b$   $f'(0) = -1$

$c$   $f'(0) = 1$

$d$   $f$  è limitata in  $\mathbb{R}$

**Motivare la risposta:**

**Esercizio 20**

Vero o Falso.

Se  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)g(x)$  esiste allora esistono  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ .

**Motivare la risposta:**