

Prova scritta di Analisi Matematica 1, del 1 Luglio 2008  
Corso di Laurea in M.Q.E.G.A.  
Professoressa Paolamaria Pietramala, A.A. 2007/2008

**Esercizio 1**

Determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme  $A$  e dire se si tratta di massimo e minimo.

$$A = \{1 - n^2, n \in \mathbb{N}\}$$

**Risposta:**

**Esercizio 2**

Data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & x < 0 \\ e^x & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 + 2x - 1 & x > 1 \end{cases}$$

Calcolare  $f(f(-1))$  e stabilire se essa è continua in  $\mathbb{R}$ .

**Risposta:**

**Esercizio 3**

Stabilire se la seguente funzione è invertibile:

$$f(x) = x + x^3$$

**Risposta:**

**Esercizio 4**

Stabilire il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

**Risposta:**

**Esercizio 5**

Calcolare il limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + n + n^2}{n}$$

**Risposta:**

**Esercizio 6**

Calcolare la derivata della seguente funzione

$$f(x) = (\log(\sin x))\sqrt{3x^2 + 1}$$

**Risposta:**

**Esercizio 7**

Scrivere il rapporto incrementale della funzione  $f(x) = e^x + 3$  nel punto  $x_0 = 1$ .

**Risposta:**

**Esercizio 8**

Calcolare il massimo e il minimo assoluti della funzione  $f(x) = x^3 - 3$  in  $[0, 1]$ .

**Risposta:**

**Esercizio 9**

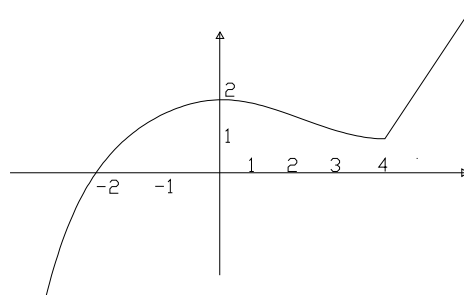
Calcolare

$$\int_0^1 (\sqrt{x} + x) dx$$

**Risposta:**

**Esercizio 10**

Dato il seguente grafico di funzione indicarne l'insieme di definizione, i limiti agli estremi, e se esistono quali sono gli asintoti, i punti di massimo o minimo, i punti discontinuità e i flessi.



**Risposta:**

**Esercizio 11**

Disegnare il grafico della seguente funzione:

$$f(x) = |x^2 - 1| + 1$$

**Risposta:**

**Esercizio 12**

Calcolare il seguente integrale:

$$\int 2xe^{x^2} dx$$

**Risposta:**

**Esercizio 13**

Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{x}$$

**Risposta:**

**Esercizio 14**

Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 1} dx$$

**Risposta:**

**Esercizio 15**

Tracciare il grafico di una funzione  $f$  definita su  $\mathbb{R}$ , continua su  $\mathbb{R}$ , non derivabile in  $x_0 = 0$ , con asintoto obliquo  $y = 2x + 1$ .

**Risposta:**

**Esercizio 16**

Disegnare il grafico di  $f(x) = \max\{x, x^2\}$

**Risposta:**

**Esercizio 17**

Scrivere la serie di Taylor di centro  $x_0 = 0$  della funzione:

$$f(x) = (x^2 + 1) \sin x$$

**Risposta:**

**Esercizio 18**

Determinare  $a$  e  $b$  in modo tale che  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 3$  abbia un punto di massimo in  $x=2$  e un punto di flesso in  $x=-1$ .

**Risposta:**

**Esercizio 19**

Scrivere la definizione di  $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 4) = 2$

**Motivare la risposta:**

**Esercizio 20**

Vero o Falso.

Un polinomio di grado dispari ha sempre almeno una radice reale.

**Motivare la risposta:**