

### Esercizi settimanali (18 dicembre 2007)

- (1) Scrivere il rapporto incrementale di :

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

relativo al punto  $x_0 = 1$  e all'incremento  $h$ .

- (2) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \log(2x + 3)$$

nel punto di ascissa  $x = 0$ .

- (3) Per quali valori di  $m$  la retta di equazione  $y = mx$  è tangente al grafico della funzione  $f(x) = \log x$ ?

- (4) Determinare le coordinate dei punti in cui  $f(x) = \frac{1}{x^2 + x + 1}$  ha una retta tangente orizzontale.

- (5) Studiare la derivabilità della seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \leq 0 \\ 1 - x^2 & 0 < x < 1 \\ \log x & x \geq 1 \end{cases}$$

in  $\mathbb{R}$ .

- (6) Studiare la derivabilità della seguente funzione:

$$f(x) = xe^{|x|}$$

in  $\mathbb{R}$ .

- (7) Studiare la derivabilità della seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x < 0 \\ \cos x & x \geq 0 \end{cases}$$

in  $\mathbb{R}$ .

- (8) Stabilire per quali valori di  $\alpha$  e  $\beta$  la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + \alpha x + \beta & x < 0 \\ e^x & x \geq 0 \end{cases}$$

risulta continua e derivabile in  $\mathbb{R}$ .

(9) Stabilire per quali valori di  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  la funzione :

$$f(x) = \begin{cases} (\beta - 1)x + \beta - \alpha & x > 0 \\ 3 & x = 0 \\ \gamma x - x^2 - 3\alpha & x < 0 \end{cases}$$

è continua e derivabile in  $\mathbb{R}$ .

(10) Dimostrare che la derivata di una funzione pari è dispari e viceversa.

(11) Dimostrare che la derivata di una funzione periodica di periodo  $T$  è periodica di periodo  $T$ .

(12) Vero o Falso.

(a) Sia  $f : A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile, se  $x_0$  è un punto di massimo allora  $f'(x_0) = 0$ .

(b) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile in  $\mathbb{R}$  allora  $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in (x, x + 1)$  tale che  $f'(y) = f(x + 1) - f(x)$ .