Esercizi settimanali (23 ottobre 2007)

(1) Data la successione $\{a_n\} = (-1)^n \dfrac{1}{n^2}$ determinare gli insiemi:

(a) $\left\{ n \in \mathbb{N} : a_n < \dfrac{1}{100} \right\}$

(b) $\left\{ n \in \mathbb{N} : |a_n| < \dfrac{1}{1000} \right\}$

(2) Sia $\{a_n\}$ la successione definita per ricorrenza ponendo:
$a_1 = 1$ ed $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$
Dimostrare che è crescente.

(3) Si dimostri che la successione $\{(-1)^n n^2\}$ non ha limite finito, nè $+\infty$ nè $-\infty$.

(4) Calcolare i seguenti limiti

(a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n-2}$, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+1}{n^2+2}$

(b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{5^n - 3^n}{4^n - 2^n}$, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{e^n - 2^n}{e^n + 2^n}$

(c) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} e^{-n}(n^3 + n)$, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{2^{n^2}}{n^3+1}$

(d) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n} + \sqrt[4]{n}}{\sqrt[3]{n}}$, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$

(5) Disporre in ordine crescente di infinito:
$\sqrt[5]{n} \qquad (\log n)^3 \qquad \log n \qquad n^2 \log n \qquad n^2 \qquad n^3 \qquad 2^n \qquad n^{10000}$

(6) Calcolare il limite della seguente successione definita per ricorrenza:
$a_1 = 1$, $a_{n+1} = \sqrt{2a_n}$